ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

4 - 6248

И.Н.Михайлов

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КОЛЛЕКТИВНОГО ДВИЖЕНИЯ В ЯДРАХ

Специальность - 01.-055 - физика атомного ядра и космических лучей

Автореферат на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1972

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
Я.А.СМОРОДИНСКИЙ

доктор физико-математических наук
В.В.ВАНАГАС

доктор физико-математических наук
Г.Ф.ФИЛИППОВ

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт ядерной физики Московского государственного университета, Москва.

Автореферат разослан "   " ______1972 г.

Защита диссертации состоится "   " ______ 1972 г.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
Р.А.АСАНОВ

4 - 6248

И.Н.Михайлов

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КОЛЛЕКТИВНОГО ДВИЖЕНИЯ В ЯДРАХ

Специальность - 01.-055 - физика атомного ядра и космических лучей

Автореферат на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Диссертационная работа посвящена вопросам теоретического описания структуры низколежащих состояний атомных ядер с большим массовым числом. Исследования в этой области проводятся очень интенсивно, причем описание структуры ядра идет по пути развития моделей, отражающих небольшую часть ядерных свойств. Лишь научившись определять эти свойства по заданному закону взаимодействия нуклонов, можно получить окончательную проверку правильности предположений, лежащих в основе теории структуры ядра. Естественно попытаться переформулировать уравнение Шредингера так, чтобы неизвестными теории оказались не волновые функции и энергии состояний, а непосредственно параметры ядерных моделей. Изучение такой задачи проводится в реферируемой работе.

Трудности, которые нам приходится преодолевать, включают использование в существующих моделях ядра полуклассических или интуитивных соображений. В наибольшей мере это относится к явлениям, связанным с вращением ядер. Соответственно, теории ядерных ротационных полос уделяется основное внимание ниже. Теорию вращения удается сформулировать в тесной аналогии с описанием колебаний методом "случайных фаз" (СФ) и получить возможность формального обобщения рассмотренного подхода на описание некоторого класса моделей ядра.

Другой вопрос, рассматриваемый в диссертации, относится к выбору оператора взаимодействия при описании структуры ядра. Использование "реалистических сил" с отталкиванием на малых расстояниях требует чрезмерного усложнения расчетной схемы.

Формулировка теории структуры ядра, предлагаемая в диссертации, допускает использование гладких потенциалов с параметрами, величина которых может быть установлена по данным о "реалистических силах". Эффективные силы для ядерных моделей определяются, в основном, матрицей реакции $\mathcal{G}$ в теории Бракнера с несколько измененным проекционным оператором и отличаются от $\mathcal{G}$ эффектами перенормировок. Приводятся результаты исследования ряда подобных перенормировок.

Диссертация состоит из 6 глав, основанных на ряде публикаций, относящихся к 1967-1971 г.г. Материалы диссертации докладывались на всесоюзных совещаниях по ядерной спектроскопии и структуре ядра, на Симпозиуме по структуре ядра в Дубне (1968), Симпозиуме по современной физике в Триесте (1968), а также во время курсов по теории ядра в Триесте (1969) и Йенсуу (Финляндия, 1971). Оригинальный материал содержится, в основном, в главах 3,4 и 5.

Глава I

Структура спектров низколежащих состояний ядер и модели ядра

Теория структуры атомных ядер, о которой идет речь ниже, ставит своей задачей изучение нескольких десятков долгоживущих состояний ядер с энергиями до 2-3 Мэв, среди которых удается выделить квазичастичную и коллективную (колебательную и ротационную) ветви возбуждений. Первые попытки объяснить ядерные спектры привели к капельной и оболочечной моделям, отражающим

две различные черты макроскопического аналога атомных ядер - ферми -жидкости. Роль самосогласованного поля как общего элемента была зафиксирована в обобщенной модели ядра /1/. Для развития теории ядерных спектров огромное значение имели идеи и методы теории сплошных сред и, в частности, аппарат теории сверхпроводимости /2/. На языке обобщенной модели квазичастичные состояния классифицируются квантовыми числами нуклонов, движущихся в самосогласованном поле в условиях сильных корреляций сверхпроводящего типа /3/, а коллективные - характером эволюции поля /1,2/.

В развитии теории прослеживаются две тенденции: 1) уточнение и детализация физического содержания моделей ядра, 2) разработка их математического аппарата. Примером работ первого направления являются исследования неаксиальных ядер, начатые в /4/ x), примером второго - цикл работ по теории конечных ферми-систем /6/.

---

x) Изучение ротационных состояний с большими спинами поставило задачу оптимальной параметризации зависимости энергии от спина. Примером возможной параметризации, воспроизводящей энергии E_I состояний до $14\hbar = I$ (и выше в ряде случаев) является формула, предложенная в работе, выполненной с участием автора /5/:

$$E_I = E_0 + \frac{I_0(I_0+1)}{\mathcal{J}}\left[\left(1 + \frac{I(I+1)}{I_0(I_0+1)}\right)^{1/2} - 1\right].$$

Ко второму направлению может быть причислена и реферируемая работа, где ставится задача вычисления по данным о взаимодействии нуклонов параметров ядерных моделей. Ядра являются слишком простыми объектами, чтобы оставить без анализа характер усреднения свойств ядра, заключенный в произвольно выбранных параметрах, и мы начинаем с отыскания динамических величин, удовлетворяющих требованиям:

I). Эти величины должны быть просто связаны с параметрами феноменологических моделей.

2). Информация о гамильтониане ядра должна быть достаточной для их определения.

3). Уравнения для определения динамических величин должны допускать использование итерационных схем.

Глава 2

Различные подходы к теории ядерных спектров. Вариационный метод Хартри-Фока-Боголюбова. Операторы фононов и коллективных угловых переменных

Среди ряда методов, различающихся исходными предположениями и математическим аппаратом, но сходных по своему физическому содержанию, наиболее распространен вариационный метод Хартри-Фока-Боголюбова (ХФБ) с временной зависимостью /2/. Здесь мы анализируем связь между элементами уравнений метода ХФБ и параметрами коллективных моделей.

Удобная формулировка ХФБ метода дана в /7/. Оператор $i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - H$ (H - гамильтониан) стационарен относительно вариации

функции независимых частиц или квазичастиц $|\Phi\rangle$, если

$$i\hbar\frac{d}{dt}\langle\Phi|Q|\Phi\rangle = \langle\Phi|[H,Q]|\Phi\rangle , \qquad (2.I)$$

где

$$Q = \sum_{ij}\left(p_{ij}a_i a_j + q_{ij}a_i^+ a_j + s_{ij}a_i^+ a_j^+\right), \qquad (2.2)$$

а коэффициенты p_{ij}, q_{ij}, s_{ij} произвольны.

Колебания интерпретируют как малые отклонения $|\Phi\rangle$ по отношению к стационарному решению (2.I), следующие гармоническому закону :

$$|\Phi_{кол}(t)\rangle = \left\{1 + i\left(b^+e^{i\omega t} + b\,e^{-i\omega t}\right)\right\}|\Phi_0\rangle . \qquad (2.3)$$

Оператор b^+ записывают в виде

$$b^+ = \sum_{ij}\left(x_{ij}\alpha_i^+\alpha_j^+ + y_{ij}\alpha_i\alpha_j\right), \qquad (2.4)$$

вводя операторы квазичастиц /2/ $\alpha_i(\alpha_j^+)$, такие, что $\alpha_i|\Phi_0\rangle = 0$.

Медленное вращение ядер ассоциируют с решениями (2.I), имеющими следующую временную зависимость:

$$|\Phi_{рот}(t)\rangle = \exp\left(i\frac{\omega t\,\hat{I}_y}{\hbar}\right)\left\{1 + i\omega\mathcal{J}\,\hat{\vartheta}\right\}|\Phi_0\rangle , \qquad (2.5)$$

полагая, что эрмитовый оператор $\hat{\vartheta}$ имеет вид, подобный в (2.4), и нормирован так, что $\langle\Phi_0|[\hat{I}_y,\hat{\vartheta}]|\Phi_0\rangle = \frac{\hbar}{i}$. При этом $\mathcal{J}$ интерпретируется как момент инерции ядра.

Основные уравнения теории имеют вид:

а) в случае колебаний

$$\langle\Phi_0|[Q,[(H-h),b^+]]|\Phi_0\rangle = 0 ,$$

$$\langle\Phi_0|[b,b^+]|\Phi_0\rangle = 1 , \quad h = \frac{\hbar\omega}{2}(bb^+ + b^+b) \qquad (2.6)$$

б) в случае вращения

$$\langle \Phi_0 | [Q, [(H-h), \hat{\vartheta}]] | \Phi_0 \rangle = 0$$

$$\langle \Phi_0 | [\hat{I}_y, \hat{\vartheta}] | \Phi_0 \rangle = \frac{\hbar}{i} \quad , \quad h = \frac{\hat{I}_y^2}{2\mathcal{J}} \qquad (2.7)$$

(при коммутации b^+ и $\hat{\vartheta}$ с h следует пользоваться правилами для идеальных бозонов и углов с сопряженными операторами).

Таким образом, метод ХФБ позволяет получить информацию о коллективных координатах (b^+ и $\hat{\vartheta}$), аппроксимируемых в этом подходе билинейной комбинацией $\alpha_i \alpha_j$ и $\alpha_i^+ \alpha_j^+$ операторов. Зная b^+ в форме (2.4), можно установить соотношения для матричных элементов от физических наблюдаемых, взятых между состояниями вибрационного типа. Получение аналогичных результатов в теории вращения требует обобщения (2.7) с целью учета кинематики трехмерных вращений.

Глава 3

Выход за рамки метода ХФБ с временной зависимостью. Теория ядерных ротационных полос

Возможности использования метода ХФБ и эквивалентных ему подходов далеко не исчерпаны, но имеется ряд актуальных проблем, требующих выхода за его рамки. В вибрационных спектрах обнаруживаются эффекты ангармоничности, описание которых достигается высшими приближениями метода случайных фаз[8] и использованием бозонных представлений пар фермиевских операторов[9]. В методе СФ постулируются уравнения (2.6), а его обобщение может быть получено усложнением h и b^+.

Теория ядерных ротационных полос существенно отставала от других задач структуры ядра по разработанности основ. При описании вращения используется модель принудительного вращения, вытекающая из ХФБ метода (для расчета моментов инерции[10]), а также классические представления об углах ориентации тензора массы ядра, как о коллективных переменных, связанных с вращением[1] (для установления соотношений интенсивности переходов[11]).

Разнородность таких предположений и накопление информации об энергиях ротационных состояний и интенсивностях переходов[12] делают актуальной задачу построения последовательной теории вращения ядер. Не решив эту задачу, трудно ставить вопросы о связи вращения с другими способами возбуждения ядра. В последние годы предложены различные варианты теории (см., например,[13,14,15,16]), один из которых, основанный на работах с участием автора[17-22], подробно рассматривается в этой главе.

Для описания состояний ротационной полосы $|IM\rangle$ ($I = K, K+1, \ldots ; -I \le M \le I$) вводятся операторы "ротонов", матрицы которых в собственном базисе ядра совпадают с матрицами сферических функций в базисе нормированных обобщенных сферических функций:

$$R^+_{\ell m} = \sum_{I_1 I_2 M_1 M_2} \left[(2I_1+1)(2I_2+1) \right]^{1/2} (-1)^{M_2 - K} \times$$
$$\times \begin{pmatrix} \ell & I_1 & I_2 \\ 0 & -K & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & I_1 & I_2 \\ m & -M_1 & M_2 \end{pmatrix} |I_2 M_2\rangle\langle I_1 M_1| \qquad (3.1)$$

Следствием (3.I) являются соотношения эрмитового сопряжения, коммутации с оператором момента количества движения $\vec{I}$ и умножения операторов $R^+_{\ell m}$, тождественные с аналогичными свойствами матриц от сферических функций. Такие соотношения можно использовать для того, чтобы построить всевозможные операторы $R^+_{\ell m}$, если известен один оператор $R^+_{\ell_1 m_1}$ (с нечетным ℓ_1) x).

Преобразование $R^+_{\ell m}$ при пространственном (P) и временном ($\mathcal{T}$) отражениях определяется свойствами состояний в (3.I):

$$P R^+_{\ell m} P^{-1} = R^+_{\ell m}, \quad \mathcal{T} R^+_{\ell m} \mathcal{T}^{-1} = (-1)^{\ell} R_{\ell m}. \tag{3.2}$$

Шесть операторов R^+_{1m} и I_m ($m = 0, \pm 1$) образуют алгебру коммутационных соотношений группы $IO(3)$, базис неприводимого представления которой включает все состояния ротационной полосы [23]. Поэтому состояния $|IM\rangle$ можно построить, если известны R^+_{1m} и I_m.

Напишем уравнение

$$[(H - h(\vec{I}^2)), R^+_{\ell m}] = 0, \tag{3.3}$$

считая неизвестными как $R^+_{\ell m}$, так и "модельный гамильтониан" $h(\vec{I}^2)$. Взяв матричный элемент (3.3) между собственными состояниями ядра, получим систему линейных однородных уравнений для $\langle I_1 M_1 | R^+_{\ell m} | I_2 M_2 \rangle$, нетривиальное решение которой существует, если

x) Если известен оператор $R^+_{\ell_1 m_1}$ и ℓ_1 четное, то упомянутые правила позволяют определить все остальные $R^+_{\ell_2 m_2}$ с четными значениями ℓ_2.

$$h(I_1(I_1+1)) - h(I_2(I_2+1)) = E_{I_1} - E_{I_2} \tag{3.4}$$

(E_I собственная энергия одного из состояний ядра с моментом I). Та же система, написанная в базисе произвольным образом выбранного "простого" оператора $H_0 = H - V$, приводит к выражениям

$$(\vec{R}^+_{\ell})_{kp} = (E_k - E_p)^{-1} (\widetilde{\vec{\mathcal{J}}_{\ell} \cdot \vec{R}^+_{\ell}})_{kp}, \tag{3.5}$$

$$(\widetilde{\vec{\mathcal{J}}_{\ell} \cdot \vec{R}^+_{\ell}})_{kp} = [h(\vec{I}^2), \vec{R}^+_{\ell}]_{kp} - \sum_{\lambda}{}' \{ V_{k\lambda} (E_{\lambda} - E_p)^{-1} \times (\widetilde{\vec{\mathcal{J}}_{\ell} \cdot \vec{R}^+_{\ell}})_{\lambda p} - (\widetilde{\vec{\mathcal{J}}_{\ell} \cdot \vec{R}^+_{\ell}})_{k\lambda} (E_k - E_{\lambda})^{-1} V_{\lambda p} \}. \tag{3.6}$$

Здесь $\vec{R}^+_{\ell}$ означает столбец с компонентами $R^+_{\ell m}$, E_k – собственные энергии H_0, штрих у суммы означает выбрасывание члена с $\lambda = p$ ($\lambda = k$) в первом (втором) членах в фигурных скобках, $V_{k\lambda}$ - матричный элемент "взаимодействия" $V = H - H_0$.

Итерационное решение системы (3.6) для тензорных коммутирующих операторов $R^+_{\ell m}$ и параметров функции $h(\vec{I}^2)$ возможно, если среди состояний $|k\rangle$ имеется такое, что x)

$$R^+_{\ell m} |0\rangle = \left\{ \begin{array}{l} O(r_x^2, r_y^2) \\ -\frac{1}{2}\sqrt{\ell(\ell+1)}\,(r_x + i r_y) \\ 1 + O(r_x^2, r_y^2) \\ \frac{1}{2}\sqrt{\ell(\ell+1)}\,(r_x - i r_y) \\ O(r_x^2, r_y^2) \end{array} \right\} |0\rangle, \quad \begin{array}{l} m > 1 \\ m = 1 \\ m = 0 \\ m = -1 \\ m < -1 \end{array} \tag{3.7}$$

x) Состояние $|\hat{\vartheta} = 0\rangle$, такое что $R^+_{\ell m} |\hat{\vartheta} = 0\rangle = \delta_{m0} |\hat{\vartheta} = 0\rangle$, существует: $|\hat{\vartheta} = 0\rangle = \sum_{I = K, K+1, \ldots} (2I+1)^{1/2} |IM\rangle$.

причем $\sum_k |r_x|^2_{k0} \ll 1,\ \sum_k |r_y|^2_{k0} \ll 1$.

При описании идеальной ротационной полосы $h = a\vec{I}^2$, воспользуемся в (3.6) приближенным выражением

$$[h, R^+_{\ell\, m=\pm1}]_{k0} \approx \mp a\sqrt{2\ell(\ell+1)}\,(I_{\pm1})_{k0}. \tag{3.8}$$

Момент инерции $(2a)^{-1}$ определим из одного из условий коммутации I_m и $R^+_{\ell\, m=\pm1}$ операторов, использованных при получении формулы (3.8):

$$[I_{+1}, R^+_{\ell m=-1}]_{00} = -\sqrt{\frac{\ell(\ell+1)}{2}}. \tag{3.9}$$

Полученные выражения напоминают формулы в методе принудительного вращения, отличаясь от них I) иным определением состояния $|0\rangle$ и 2) отсутствием ограничений на матричные элементы операторов $R^+_{\ell\, m=\pm1}$. Соответствие ротонной формулировки и модели принудительного вращения с учетом остаточного взаимодействия/24/ прослежено в работах/I8,I9,20,2I/ записью ротонных операторов в представлении вторичного квантования.

Выбор состояния $|0\rangle$ и энергий квазичастичных состояний в соответствии с формулой $(H - h(\vec{I}^2))|0\rangle = 0$ может заметно увеличить оценки момента инерции, приблизив их к экспериментальным/2I/. Увеличение момента инерции приблизительно на 3% связано также с учетом членов, не выписанных явно в (3.7), как показал анализ уравнений для $R^+_{\ell m}$ операторов/20/.

Учет более сложной зависимости $h(\vec{I}^2)$ несколько уменьшает оценку первого члена в разложении $h(\vec{I}^2)$ по степеням $\vec{I}^2$ /25/.

Таким образом, нами получены уравнения для ротонных операторов, найдены их приближенные решения и зафиксированы несколько факторов, способных изменить оценки инерционных параметров,

сделанные по модели принудительного вращения.

Глава 4

Развитие и обобщение теории ротационных полос

Описание неэнергетических характеристик ротационных состояний рассматривалось в работах/I8,I9.20/. Для произвольного тензорного оператора F_{LM} можно определить функцию от $\vec{I}$ и $R^+_{\ell m}$, такую, что

$$\langle B|[F_{LM} - f_{LM}(\vec{I}, R^+_{\ell m})]|A\rangle = 0, \tag{4.I}$$

если $|A\rangle$ и $|B\rangle$ суперпозиции состояний одной полосы. Если число отличных от нуля коммутаторов F_{LM} с $R^+_{\ell m}$ невелико, то $f_{\ell m}$ представима конечным отрезком ряда

$$f_{LM} = \sum_{n_1 n_2 \ell} C(n_1 n_2 \ell)(\vec{I}^2)^{n_1}\{R^+_{L-\ell}T_\ell\}_{LM}(\vec{I}^2)^{n_2}, \tag{4.2}$$

где $C(n_1 n_2 \ell)$- константы, тензорный оператор $T_{\ell m}$ определен своей компонентой $T_{\ell\ell} = (I_+)^\ell$, $\{R^+_{L-\ell}T_\ell\}_{LM}$ означает векторную связь . Имеем в этом случае

$$\langle I_i M_i|F_{LM}|I_f M_f\rangle = \sum_{n_1 n_2 \ell} C(n_1 n_2 \ell)\big(I_i(I_i+1)\big)^{n_1}\big(I_f(I_f+1)\big)^{n_2} \times$$

$$\times (-1)^{I_i - M_i}\begin{pmatrix} I_i & L & I_f \\ -M_i & M & M_f\end{pmatrix}\langle I_i\|\{R^+_{L-\ell}T_\ell\}_L\|I_f\rangle, \tag{4.3}$$

где

$$\langle I_i\|\{R^+_{L-\ell}T_\ell\}_L\|I_f\rangle = (-1)^{I_i-K+\ell}\,[(2I_i+1)(2I_f+1)(2L+1)]^{1/2} \times$$

$$\times \left[\frac{(2I_f+\ell+1)!}{(2\ell)!(2I_f-\ell)!}\right]^{1/2}\begin{Bmatrix} I_i & L & I_f \\ \ell & I_f & L-\ell\end{Bmatrix}\begin{pmatrix} I_i & L & I_f \\ -K & 0 & K\end{pmatrix}, \tag{4.4}$$

В формуле (4.4) член $n_1 = n_2 = \ell = 0$ представляет выражение обобщенной модели для матричного элемента оператора электрического типа [26] (при К=0 или при $L < 2K$).

Коэффициенты $C_L(n_1 n_2 \ell)$ можно вычислить, используя свойства коммутации и нормировки $R^+_{\ell m}$ и явный вид их матричных элементов, установленный в главе 3. Практический интерес представляет случай, когда число отличных от нуля коммутаторов F_{LM} и $R^+_{\ell m}$ равно единице. Эрмитовские операторы такого типа эквивалентны ($\doteq$) одному из следующих выражений:

$$F^{(1)}_{LM} \doteq c_0 R^+_{LM} + \frac{c_2}{2}\left(\{R^+_{L-1}, \vec{I}\}_{LM} + \{\vec{I}\, R^+_{L-1}\}_{LM}\right), \tag{4.5}$$

$$F^{(2)}_{LM} \doteq \frac{c_1}{2i}\left[\vec{I}^2, R^+_{LM}\right], \tag{4.6}$$

отличающихся преобразованием при временном отражении. Примером (4.5) является выражение для магнитного дипольного оператора (сравни (4.7) с (5.26) из [26]):

$$\vec{M} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\,\frac{e\hbar}{2Mc}\left(g_r \vec{I} + g_{tr}\vec{r}\right), \quad \text{где } r_m \equiv R^+_{1m}. \tag{4.7}$$

Простейшие приближения для матричных элементов $R^+_{\ell m}$ приводят к известным результатам обобщенной модели для g_r и g_{tr} (формула (6.7) из [26]).

Если L - четное и К=0 , то в (4.5) $c_2 = 0$, а для c_0 и c_1 можно получить выражения

$$c_0 = \left(F_{LM=0}\right)_{00} + \frac{1}{\mathcal{J}}\sqrt{\frac{L(L+1)}{2}}\sum_{k\neq 0}\frac{1}{E_k - E_0}\,\mathrm{Re}\left\{\left(F_{LM=1}\right)_{0k}\left(I_{+1}\right)_{k0} + \left(I_{+1}\right)_{0k}\left(F_{LM=-1}\right)_{k0}\right\},$$

$$c_1 = \frac{i}{\mathcal{J}\sqrt{2L(L+1)}}\sum_{k\neq 0}\frac{1}{E_k - E_0}\,\mathrm{Im}\left\{\left(F_{LM=-1}\right)^{*}_{0k}\left(I_{+1}\right)_{k0} + \left(I_{+1}\right)_{0k}\left(F_{LM=-1}\right)_{k0}\right\}. \tag{4.8}$$

Второй член для C_0 является поправочным по отношению к формулам обобщенной модели. Его удается оценить, если $|k\rangle$ - состояния аксиального деформированного осциллятора с параметром деформации ε для случая, когда $F_{LM} = \sum_{i=1}^{A}\varphi(r_i)\,Y_{LM}(\vec{r}_i/r_i)$

$$c_0 = \left(F_{LM=0}\right)_{00} + \frac{1}{2\sqrt{6}}\left[L(L+1)(2L+1)\right]^{1/2}\left(\frac{1+2\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{2/3}\frac{1}{\mathcal{J}}\,\frac{\hbar^2}{2MR^2}\cdot\frac{1}{(\hbar\omega_0)^2}\cdot\sum_{L'} X_{LL'}\left\langle 0\left|\sum_{i=1}^{A}\frac{\varphi(r_i)}{r_i^2}\,Y_{L'}(\vec{r}_i/r_i)\right|0\right\rangle. \tag{4.9}$$

Коэффициенты $X_{LL'}$ для L =2 и L' =4 представлены таблицей I.

<u>Таблица I</u>

Коэффициенты $X_{LL'}$ в формуле (4.9)

$L \backslash L'$	0	2	4
2	$36/5$	$2/\sqrt{5}$	$-544/35$
4	0	$220\sqrt{6}/21$	$-6\sqrt{30}/11\cdot 35$

Второй член формулы (4.9) увеличивает оценку параметра деформации L =4 на 0,025 и может объяснить различие между экспериментальными значениями этого параметра, полученными из анализа неупругого рассеяния α- частиц и электронов.

Обобщение рассмотренного варианта теории вращения ядер для анализа других возбуждений начато в работе [18]. Формальные вопросы такого обобщения изучались в работах [27,20]. В [20] показано, в частности, как ввести в развитую схему описания вращения симметрию относительно конечных поворотов внутренних осей ядра.

Предлагается находить при помощи динамических уравнений не волновые функции и собственные энергии ядра, а операторы, имеющие определенную структуру в пространстве подлежащих описанию состояний (в пространстве Д):

$$R_\nu = \sum_{i,j\in D} |i\rangle\langle i|R_\nu|j\rangle\langle j| \quad (4.10)$$

Вместе с R_ν определяется " модельный гамильтониан" h, зависящий от числовых параметров p, известных операторов типа момента количества движения I и операторов R_ν. Для определения R_ν и h используются обобщенные уравнения движения, вытекающие из условия точного воспроизведения модельным гамильтонианом h свойств "истинного" гамильтониана ядра:

$$[(H-h), R_\nu] = 0 , \quad (4.11)$$

а также дополнительные условия типа коммутационных соотношений R_ν и I операторов, фиксирующие структуру R_ν в формуле (4.9).

Описанная схема при дополнительных предположениях переходит либо в метод СФ в формулировке, данной в [28], либо в "ротонную" теорию вращения. Она основана на предположении, что операторы (4.10) достаточно просты - например, исчерпываются билинейными комбинациями операторов рождения квазичастиц. Справедливость такого предположения для ротонов подтверждается сравнением результатов с эмпирическим материалом. Возможность подобрать

модельный гамильтониан h и простые операторы R_ν, удовлетворяющие уравнению (4.11) в системе взаимодействующих фермионов, иллюстрирует модель Эллиотта [29], рассмотрение которой с точки зрения "ротонной" теории вращения проводилось в работе [30].

Глава 5

Эффективные силы в схемах, подобных методу случайных фаз

Отталкивание на малых расстояниях во взаимодействии нуклонов делает невозможным прямое использование реалистических потенциалов в изученной ранее схеме. В работах [31,32] трудность преодолена выделением конечного числа сильно смешивающихся многочастичных состояний и учетом остальных методами теории ядерной материи [33]. В [34] получены оценки зависимости от плотности δ-образного эффективного взаимодействия.

Следуя [35], определим пространство состояний $\{m\}$, содержащее нижайшие конфигурации одночастичного гамильтониана H_0, воспроизводящего объем ядра и чередование основных состояний близких нечетных ядер. Ищем решение уравнения Шредингера в виде

$$\Psi_i = \Omega(z_i)\, \Phi_i , \quad (4.1)$$

где сомножители фиксированы уравнениями:

$$\Omega(z) = 1 + \frac{1-P_m}{z-H_0} V\Omega(z) , \quad (4.2)$$

$$H_m(z)\,\Phi_i = E_i(z)\,\Phi_i , \quad H_m(z) = H_0 + P_m V\Omega(z) , \quad (4.3)$$

$$z_i = E_i(z_i) \quad (4.4)$$

Далее определим операторы, преобразующие по определенному закону состояния ϕ_i, например,

$$b^+_{21} = \phi_2^* \phi_1. \tag{4.5}$$

Будем искать операторы b^+ в виде ряда по числу пар операторов поля нуклонов

$$b^+ = \int dx\, dx' \, (x|b^+|x')\, \psi^+(x)\, \psi(x') + \ldots \tag{4.6}$$

Амплитуды $(x|b^+|x')$ фиксируем условиями

$$\langle -|\psi^+(x_1)\psi(x_2)\{H_m(z_2)\, b^+ - b^+ H_m(z_1) - (z_2 - z_1)\, b^+\}|-\rangle = 0, \tag{4.7}$$

где $|-\rangle$ любая комбинация состояний ϕ_1 и ϕ_2.

Если вектор $|-\rangle$ аппроксимирован вакуумом операторов квазичастиц, то $H_m(z)$ удобно записать в терминах нормальных произведений полевых операторов. В (4.7) дают вклад только следующие члены:

$$H_m(z) = h_0(z) + \int dx\, dx'\, h_1(z, xx') : \psi^+(x)\psi(x') : +$$
$$+ \frac{1}{4}\int dx_1 dx_2 dx_1' dx_2'\, h_2(z, x_1 x_2 x_1' x_2') : \psi^+(x_1)\psi^+(x_2)\psi(x_2')\psi(x_1') : \tag{4.8}$$

Функции h_i в (4.8) связаны соотношениями

$$h_1 = \frac{\delta h_0}{\delta K(xx')}, \quad h_2 = \frac{\delta^2 h_0}{\delta K(x_1 x_1')\, \delta K(x_2 x_2')}, \tag{4.9}$$

где $K(x_1 x_1') = \langle K|\psi^+(x_1)\psi(x_1')|K\rangle$ - матрица плотности и $|K\rangle \in \{m\}$. Соотношения (4.9) постулируются в теории ферми-жидкости[36], и данный здесь вывод можно рассматривать как определение варьируемой энергии.

В работе[34] получены оценки эффективного δ - взаимодействия в ядерной материи, основанные на различной информации о зависимости плотности ее энергии от плотности вещества. Для

потенциала взаимодействия использована формула

$$V_{loc} = \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \rho^2} \cdot \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \tag{4.10}$$

следующая из (4.9), если $h_0 = V\epsilon$ (V - объем) зависит лишь от локальной плотности нуклонов ρ. Амплитуда при δ - функции зависит от плотности подобно амплитуде рассеяния в[6] (см. таблицу 2). Исследования $\epsilon(\rho)$ в[37] позволяют уточнить радиальную зависимость f - амплитуды взаимодействия. Рис.I для ядра ^{208}Pb показывает, что более реалистическая кривая для f сдвинута примерно на 0,5 ϕ относительно кривой с линейной по плотности зависимостью.

δ - взаимодействие с параметрами, приведенными в таблице I, использовалось для расчета вероятности μ - захвата[39] в состояниях 0^-, I^-, 2^- в ядрах ^{16}O и ^{40}Ca. Описание оказалось вполне удовлетворительным для 0^- и I^- состояний. В случае 2^- найденная нами δ- сила, так же как и другие варианты " реалистического" взаимодействия, привела к расхождениям между расчетом и экспериментом.

Использование подхода в работах[30,31] к вычислению матричных элементов взаимодействия в легких ядрах было сделано в[40]. Обнаружено, что вследствие эффектов перестройки монопольная компонента взаимодействия существенно отличается от этой компоненты G- матрицы.

Таблица 2

Эффективные силы нулевого радиуса действия

$$V = \delta(\vec{r}_1-\vec{r}_2)\{ f_c + g_0 \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 + [f_c' + g_0' \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2] \vec{\tau}_1\vec{\tau}_2 \}$$

		I	2	3
f_c	внеш.	-3	-2,5	-I,4
	внутр.	I	0,45	0,I5
g_c	внеш.	0,5	-	0,3
	внутр.	0,5	-	0,I
f_0'	внеш.	0	-	-0,22
	внутр.	0,3	-	0,62
g_c'	внеш.	0,5	-	-0,05
	внутр.	0,5	-	0,45

Функции f, g зависят линейно от плотности. Приведены их значения при $\rho = 0$ (внеш.) и $\rho = \rho_{max}$ (внутр.). Колонка I воспроизводит данные из /6/. Значения в колонке 2 получены из условий насыщения $\epsilon(\rho) = -a\rho^2 + b\rho^3$ при $E_{c\ell} =$ -I5 Мэв/нуклон, $T_F =$ 35 Мэв. Колонка 3 соответствует расчету ядерной материи /38/. Величины указаны в единицах $2T_F/3\rho =$ 320 Мэв/ ϕ^3 .

Глава 6

Еще раз о том, нужны ли модели в теории ядра

Выше сформулирован подход к изучению структуры ядра, в котором задача разбивается на несколько этапов, начинающихся с формулировки феноменологической модели и заканчивающихся ее "микроскопированием". В деталях такая программа описана в применении к анализу ротационных полос. Рассмотрен вопрос о

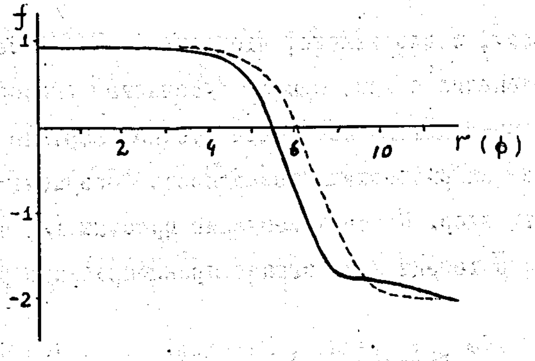

Рис.I

Радиальная зависимость эффективных сил нулевого радиуса действия для ^{208}Pb . Сплошная линия основана на расчетах ядерной материи методом Томаса-Ферми; пунктирная линия соответствует линейной зависимости амплитуды f от плотности. Единицы измерения такие же, как в таблице 2.

выборе гамильтоновской матрицы в уравнениях для параметров моделей. Проведены некоторые расчеты с использованием развитого аппарата, например, сравнение деформаций в параметрах потенциала и массы в главе 4, оценки эффектов перенормировки взаимодействия в главе 5.

Теория ядерных моделей развивается весьма интенсивно, хотя до настоящего времени использование новых моделей не позволило получить существенно нового понимания свойств ядра чем то, которое было достигнуто на основе упрощенных вариантов метода ХФБ. Понять, почему столько усилий тратится на разработку новых методов, помогает оценка времени, которое требуется для проведения "безмодельного" расчета волновой функции сложного ядра на идеализированной ЭВМ. Число, выражающее эту оценку, столь велико, что даже возраст Вселенной ничтожен по сравнению с ним. Однако уточнение экспериментальных данных приводит ко все более сложной картине и делает все более маловероятным возможность "безрасчетного" описания свойств ядер. Поэтому создание простых для численного анализа моделей в теории ядра играет принципиальную роль.

Литература:

I. A.Bohr, Kgl.Dansk.Vid.Selsk.Mat.-Fys.Medd., 26, N.14 (1952).
A.Bohr, B.Mottelson, Kgl.Dansk.Vid.Selsk.Mat.+Fys.Medd., 27, N.16 (1953).

2. Н.Н.Боголюбов, ДАН СССР II9, 52 (1958); УФН 62, 549 (1959).

3. V.G.Soloviev, Лекции в сборнике - Seleoted Topics in Nuclear Theory", IAEA, 1963.

4. А.С.Давыдов, Г.Ф.Филиппов. ЖЭТФ 35, 440 (1958).

5. И.Н.Михайлов, Е.Наджаков, Р.Х.Сафаров. Препринт ОИЯИ Р-2866 (1966).

6. А.Б.Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. Наука, 1965.

7. S.T.Belyaev. Лекции в сборнике, процитированном в /3/.

8. J.Sawioki, Phys.Rev. 126, 2231 (1962).
T.Tamura, T.Udagava, Phys.Rev.Lett. 15, 765 (1965).

9. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский, ЖЭТФ 42, I590 (1962).

10. O.Prior et al. Nuol.Phys. A110, 257 (1968).

11. G.Alaga, K.Alder, A.Bohr, B.Mottelson, Mat.-Fys.Medd. Dan.Vid.Selsk. 29, N.9 (1955).

12. B.Mottelson, Properties of Individual Levels and Nuclear Models, Prooeedings of the Int.Conf. on Nuclear Physios, Tokyo (1967).
B.Mottelson, Nuclear Structure Symposium, Jyväskylä, Finland (1971).

13. A.Klein, L.Celenza, A.K.Kerman, Phys.Rev. 140, B245 (1966).
A.Kerman, A.Klein, Phys.Lett. 1, 185 (1962); Phys.Rev. 132, 1326 (1963).
A.Klein, A.Kerman, Phys.Rev. 138, B1323 (1965).

14. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский, ЯФ II, 74I (1970).

15. F.M.H.Villars, G.Cooper, Ann.of Phys. 56, 224 (1970).

16. В.М. Михайлов, Изв. АН СССР (сер.физ.), 35, 794 (I97I).

17. E.Nadjakov, I.N.Mikhailov, Nucl.Phys. A107, 92 (1968).

18. И.Н.Михайлов, Е.Наджаков. К теории элементарных возбуждений в ядрах. Сообщение ОИЯИ Р4-4293 (1969).

19. I.N.Mikhailov, E.Nadjakov, Доклады БАН (София),22, I22I (1969).
E.Nadjakov, I.N.Mikhailov, Доклады БАН (София),22,I377 (1969).
I.N.Mikhailov, E.Nadjakov, Int.Conf. on Properties of Nuclear States, Montreal 1969. (Contributions).

20. I.N.Mikhailov, E.Nadjakov, Preprint IC/69/20 (Trieste).

21. Д.Караджов, Е.Наджаков, И.Н.Михайлов. Сообщение ОИЯИ Р4-6I04 (I97I).

22. E.Nadjakov, I.N.Mikhailov, Preprint IC/71/111 (Trieste).

23. W.Miller, Jr. Comm.Pure and Appl.Math. 17, 527 (1964).

24. А.Б.Мигдал, ЖЭТФ 37, 249 (1959).
С.Т.Беляев, ЖЭТФ 40, 672 (I96I).

25. I.N.Mikhailov, E.Nadjakov, D.Karadjov, I.Sivriev, Y.Piperova, Доклады БАН (София), 22, 635 (1969).

26. О.Натан, С.Нильссон, Сборник α-β-γ спектроскопия, т.2, стр.90, Атомиздат, 1969.

27. Е.Наджаков, И.Н.Михайлов, Тезисы 23 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре ядра, Киев, 1972. Препринт ОИЯИ Е4-4958, Доклады БАН (София), 23, 495 (1970).

28. D.J.Rowe. Rev.Mod.Phys. 40, 153 (1968).

29. J.P.Elliott. В сборнике: Selected Topics in Nuclear Theory. c.187, Vienna IAEA, 1963.

30. И.Н.Михайлов, Е.Наджаков, Изв.АН СССР,сер.физ.34,2088 (1970).

31. I.N.Mikhailov, в сборнике - Nuclear Structure, IAEA, Vienna, 1968.

32. И.Н.Михайлов. Препринты ОИЯИ Р4-3873,Р4-3849 (1968).

33. B.D.Day. Rev.Mod.Phys. 39, 719 (1967).

34. Z.Bochnacki, I.M.Holban, I.N.Mikhailov, Nucl.Phys. A97, 33 (1967).

35. C.Bloch, J.Horowitz, Nucl.Phys. 8, 91 (1958).

36. Л.Д.Ландау, ЖЭТФ 30, 1058 (1956), 32, 59 (1957).

37. K.Kumar et al. Nucl.Phys. 42, 529 (1963); 60, 634 (1964).

38. P.C.Bhargava, P.W.L.Sprung, Ann.of Phys. 42, 222 (1967).

39. M.Rho. Lectures at the Summer School, Mc Gill Univ. Canada, 1967.

40. Е.Б.Бальбуцев. Препринт ОИЯИ Р4-5614 (1971), ЖТМФ 3,255 (1970).

Рукопись поступила в издательский отдел
24 января 1972 года.