

С 346.26 - С 346.26 - 18 1420

3-91

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

4 - 5949

А.Л. Зубарев

НУКЛОН-НУКЛОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ  
И ЯДЕРНАЯ ЗАДАЧА ТРЕХ ТЕЛ

Специальность 055 - физика  
атомного ядра и космических лучей

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Дубна, 1971

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики  
Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук В.Б. Беляев

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук А.И. Базь,

доктор физико-математических наук Б.Н. Захарьев

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Институт теоретической и экспериментальной физики

Автореферат разослан " " 1971 г.

Защита диссертации состоится " " 1971 г.

на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики,  
г. Дубна.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А. Асанов

4 - 5949

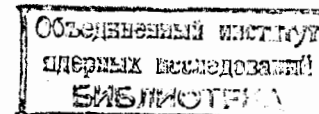
А.Л. Зубарев

## НУКЛОН-НУКЛОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И ЯДЕРНАЯ ЗАДАЧА ТРЕХ ТЕЛ

Специальность 055 - физика

атомного ядра и космических лучей

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук



Нерелятивистская теория ядра основывается на предположении, что взаимодействие между нуклонами можно описать с помощью потенциала, зависящего от спинового и изоспинового состояний нуклонов. Однако из экспериментов по нуклон-нуклонному рассеянию известно, что потенциал, описывающий  $NN$ -взаимодействие, однозначно не восстанавливается, и существуют так называемые реалистические потенциалы, не различающиеся с точки зрения задачи двух тел.

В этой связи возникает вопрос: какую дополнительную экспериментальную информацию надо использовать для того, чтобы сузить класс реалистических потенциалов. Из уравнения Липпмана - Швингера видно, что эта информация заключается в свойствах амплитуды немассовой поверхности  $T(k, k', z)$ . Поскольку двухчастичное взаимодействие в системе трех и более тел находится не на массовой поверхности, то детальное изучение свойств малонуклонных систем представляется весьма интересным.

Задача трех тел является простейшим примером задачи многих тел, и вполне естественно надеяться, что корректное решение задачи трех нуклонов даст возможность в некотором смысле сузить класс допустимых феноменологических потенциалов. Кроме того, значительный интерес представляет выяснение вопроса о возможности количественного объяснения свойств трехнуклонных систем на основе двухчастичных сил. Это особенно интересно с точки зрения роли трехчастичных сил в системе трех нуклонов, так как в последовательно нерелятивистском формализме предпо-

лагается отсутствие трехчастичных сил, которые возникают в релятивистской теории от графов такого же типа, что дают релятивистские поправки.

Наконец, синглетные двухчастичные параметры (длина рассеяния, эффективный радиус) известны экспериментально с большой неопределенностью. Важно выяснить поэтому, как сильно зависят свойства трехнуклонных систем от синглетных параметров. Выяснение этого вопроса может дать дополнительную информацию о степени зарядовой независимости ядерных сил.

Общий метод решения задачи трех тел в случае двухчастичных сил с нулевым радиусом действия был предложен в<sup>/1/ж</sup>. Математически корректная формулировка задачи рассеяния и реакций в системе из трех частиц была дана Фаддеевым<sup>/3/</sup>. Кроме того, существует перспективный метод решения уравнения Шредингера для нескольких тел, предложенный Симоновым и др.<sup>/4/</sup>. Однозначная интерпретация наблюдаемых свойств трехнуклонных систем возможна в том случае, если при решении динамических уравнений (уравнений Фаддеева в данном случае) не привлекаются никакие дополнительные соображения о свойствах системы, т.е. при безмодельном методе решения уравнений. При этом процедура приближения должна гарантировать сходимость процесса приближения и быть достаточно универсальной для расчетов с двухчастичным взаимодействием произвольной формы.

Настоящая диссертация посвящена решению ядерной задачи

\*В работе /2/ исследовалась другая модель задачи трех тел, для которой также удается получить точное решение.

трех тел с локальными потенциалами при полной отрицательной энергии.

Во втором параграфе I главы обсуждаются методы решения уравнений Фаддеева на основе сепарабельного представления двухчастичной  $t$ -матрицы. Предлагается факторизация фурье-образа потенциала на основе метода Бейтмана<sup>/5/</sup>.

$$V''(k, k') = \sum_{i,j=1}^N d_{ij}^{-1} V(k, s_i) V(s_j, k'), \quad (I)$$

$$d_{ij} = V(s_i, s_j),$$

$s_i$  - узлы.

Рассмотрены вопросы сходимости разложения (I)<sup>/9,10/</sup>. Показано, что для разложения Бейтмана справедлива следующая

**Т е о р е м а.** Существует система узлов, для которой:

1. Если функция  $V(x, y)$  непрерывна на конечном отрезке  $[a, b]$ , то разложение (I) сходится к  $V(x, y)$  равномерно на  $[a, b]$ ;
2. Если функция  $V(x, y)$  интегрируема на  $[a, b]$ , то разложение (I) сходится к  $V(x, y)$  почти во всех точках отрезка  $[a, b]$ ;
3. Если функция  $V(x, y)$  интегрируема на  $[a, b]$  и в точке  $(x_0, y_0)$  непрерывна, то в этой точке разложение (I) сходится к  $V(x_0, y_0)$ .

Таким образом, равномерная сходимость разложения Бейтмана для потенциала (а следовательно, и для  $t$ -матрицы) не зависит от его знакоопределенности, в то время как, на-

пример, разложение Гильберта-Шмидта сходится равномерно лишь для притягивающих потенциалов (теорема Мерсера).

Рассматривается величина

$$\chi^2 = \frac{\iint |V(k, k') - V^M(k, k')|^2 dk dk'}{\iint |V(k, k')|^2 dk dk'} \quad (2)$$

Поскольку при решении уравнений Фаддеева кроме факторизации никаких других предположений не делается, величина  $\chi^2$  может служить критерием точности расчетов.

Для потенциалов, Фурье-образ которых имеет явный вид, разложение Бейтмана наиболее удобно (например, для потенциалов, являющихся суперпозицией Юкавовских). Однако существует набор феноменологических потенциалов, для которых метод Бейтмана не может быть непосредственно применим. Этот метод поэтому обобщается<sup>19)</sup> на потенциалы произвольной формы

$$V^M(k, k') = \sum_{i,j=1}^N d_{ij}^{-1} P(k, s_i) P(s_j, k'), \quad (2)$$

$$d_{ij} = V(s_i, s_j),$$

а  $P(k, s_i)$  - интерполирующая функция

$$P(s_\mu, s_i) = V(s_\mu, s_i), \quad \mu = 1, \dots, N+M; \quad i = 1, \dots, N.$$

Для потенциалов, Фурье-образ которых не имеет явного вида, разложение (2) является практически удобной, быстро сходящейся универсальной процедурой.

Далее рассматривается несколько способов факторизации, ос-

нованных на формулах механических квадратур

$$V_e^M(k, k') = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{i=1}^N j_e(kz_i) j_e(k'z_i) \Delta_i V(z_i) \quad \text{где}$$

$$z_i, \Delta_i - \text{узлы и веса, и на разложениях}$$

$$j_e(kz) = \sum_m C_m^e(k) H_m(z).$$

В отличие от метода Бейтмана и обобщенного метода (2), эти разложения не имеют универсального характера, т.е. дают малое значение  $\chi^2$  при небольшом  $N$  только для некоторых потенциалов.

Исследовалась численная сходимость методов<sup>/II/</sup>. Показано, что разложения (1) и (2) дают для простых потенциалов (прямоугольная яма, потенциал Гаусса) значение  $\chi^2$  при  $N=4$  порядка  $10^{-3}$  и приводят при этом же  $N$  к относительной ошибке в вычислении низкоэнергетических параметров  $\sim 0.5\%$ .

Во II главе диссертации рассматриваются локальные потенциалы без отталкивания в задаче трех нуклонов<sup>/II, I2/</sup>.

В первом параграфе на примере бесспинового случая изучается сходимость метода Бейтмана для потенциала Юкавы и показывается, что относительная ошибка вычисления трехчастичной длины рассеяния - порядка  $\sqrt{\chi^2}$ . Этот результат указывает на то, что точность трехчастичных расчетов определяется значением  $\chi^2$ .

Проводятся разложения энергий связи трития и длин  $nd$ -рассеяния по степеням  $\left(\frac{r_s}{a_s}\right)$ . Так как в реальном случае  $\left(\frac{r_s}{a_s}\right) \sim 0,1$ , то из полученных разложений вытекает слабая зависимость от  $a_s$ .

Рассчитываются энергия связи трития и длины  $nd$ -рассеяния для прямоугольной длины ( $S$ ), потенциала Гаусса ( $G$ ), экспоненциального потенциала ( $E$ ) методом Бейтмана и для потенциала Хюльтена ( $H$ ) обобщенным методом Бейтмана при разных значениях синглетного радиуса  $2,5 \leq r_s \leq 2,8$  (ф.м.).

На основании этих расчетов построены интерполяционные формулы для  ${}^2a(r_s)$ ,  $E_T(r_s)$ ,  ${}^4a(r_s, a_*)$ .

$$\begin{aligned} (S) \quad E_T &= 14,1 - 2 \cdot r_s, \\ (G) \quad E_T &= 14,3 - 2 \cdot r_s, \\ (E) \quad E_T &= 14,4 - 2 \cdot r_s, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (S) \quad {}^2a &= -4,42 + 1,9 r_s, \\ (G) \quad {}^2a &= -4,84 + 1,9 r_s, \\ (E) \quad {}^2a &= -5,15 + 1,9 r_s, \end{aligned} \quad (4)$$

$${}^4a = r_s^2 (6,6 - 9,3 \frac{r_s^2}{a_*^2}), \quad (5)$$

т.е. зависимость  ${}^2a$  и  $E_T$  от  $r_s$  с хорошей точностью является линейной, и наклон прямой слабо зависит от формы потенциала, сами же значения этих величин от формы потенциала зависят очень сильно, если он не содержит отталкивания.

В III главе рассмотрены реалистические потенциалы с мягким отталкиванием в задаче трех нуклонов<sup>/12,13/</sup>. Это потенциал Морзе<sup>/6/</sup>

$$V(r) = V_0 \{ \exp[-2(r-r_0)/a_0] - 2 \exp[-(r-r_0)/a_0] \} \quad (6)$$

и потенциал в виде суперпозиции двух якавовских<sup>/7/</sup>:

$$V(r) = -A \frac{\exp(-M_A r)}{r} + B \frac{\exp(-M_B r)}{r} \quad (7)$$

В первом параграфе рассчитываются длины  $nd$ -рассеяния и энергия связи трития с этими потенциалами при различных значениях синглетного радиуса.

Исследуется зависимость величин  $E_T$  и  ${}^2a$  от формы реалистического потенциала. Оказывается, что для потенциалов с отталкиванием зависимость  $E_T$  и  ${}^2a$  от формы крайне слабая. Это, видимо, связано с тем, что  $E_T$  и  ${}^2a$  зависят от поведения волновой функции двух нуклонов на малых расстояниях, а для реалистических потенциалов волновая функция на малых расстояниях мала. Таким образом, удалось выделить трехчастичные наблюдаемые, которые зависят от синглетного радиуса и не зависят от формы, что может позволить уменьшить неопределенность в синглетных параметрах.

Анализируется экспериментальная ситуация по длинам рассеяния. Так как значение  ${}^2a = 0,15 \pm 0,05$  ф.м.<sup>/8/</sup> в нерелятивистской изотопически инвариантной теории без трехчастичных сил (или немассовых сил) не получается, то уже на уровне длин рассеяния (если  ${}^2a = 0,15 \pm 0,05$  ф.м.) можно поставить

вопрос о роли трехчастичных сил, о релятивистских поправках и т.д.

Далее сравниваются результаты расчетов главы II и главы III и показывается, что с точки зрения энергии связи трития и длин *nd*-рассеяния из всех рассмотренных двухпараметрических потенциалов прямоугольная яма является наилучшим приближением к реалистическому потенциалу.

Во втором параграфе главы III рассматривается вес примеси  $S$ -состояния смешанной симметрии  $P_{S1}$ . Показано, что эта величина зависит как от синглетного радиуса, так и от формы потенциала. Поскольку потенциал Даревича и Грина (6) приводит к завышенному значению  $P_{S1} = 4.7\%$ , то потенциал (7) с точки зрения задачи трех тел более предпочтителен.

Итак, потенциал типа суперпозиции двух якавовских описывает  $NN$ -фазы рассеяния в широком интервале энергий и при соответствующем синглетном радиусе удовлетворительно описывает связанное состояние и рассеяние в системе трех нуклонов.

В IV главе рассмотрены потенциалы, содержащие бесконечное отталкивание<sup>/14/</sup>. В первом параграфе дается обобщение метода Бейтмана для потенциалов с бесконечным отталкиванием. Во втором параграфе предлагается сепарабельное разложение  $t$ -матрицы, основанное на формулах механических квадратур для потенциалов с бесконечным отталкиванием. Показано, что для таких потенциалов этот метод особенно удобен, поскольку фаза рассеяния не зависит от приближения.

В третьем параграфе устанавливается, что фазы рассеяния

на потенциале, содержащем твердую оболочку, инвариантны относительно добавления внутрь оболочки произвольной функции  $\psi$ . Однако поведение волновой функции двух нуклонов на малых расстояниях существенно зависит от  $\psi$ . Поскольку поведение волновой функции на малых расстояниях, по крайней мере, в случае синглетного рассеяния, неизвестно, то существует возможность введения немассовых сил  $\psi$ , форма и параметры которых должны извлекаться из задачи многих тел.

В четвертом параграфе на основе формул механических квадратур был произведен расчет энергии связи трития и дублетной длины рассеяния для потенциалов, содержащих бесконечное отталкивание. Исследовалась зависимость этих величин от формы бесконечного отталкивания. Показано, что если бесконечные отталкивания разной формы приводят к одинаковому поведению волновой функции двух нуклонов на малых расстояниях, то зависимость от формы отталкивания величин  $E_T$  и  $^2a$  слабая. Выбирая немассовые силы  $\psi$  в виде  $\psi(r) = V\delta(r-r_1)$ , можно показать сильную зависимость  $^2a$  и  $E_T$  от  $V$  и  $r_1$ .

Основные результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на II проблемном симпозиуме по физике ядра (Новосибирск, 1970), на семинарах ЛТФ ОИЯИ, на всесоюзных совещаниях и конференциях, и опубликованы в работах /9-14/.

## Л и т е р а т у р а

1. Г.В. Скорняков, Е.А. Мартиросян. ЖЭТФ, 31, 775 (1956);  
Г.В. Скорняков, Е.А. Тер-Мартиросян. ДАН СССР, 106, 425(1956).
2. А.И. Базь, В.Ф. Демин, И.И. Кузьмин. ЯФ, 4, 737 (1966).
3. Л.Д. Фаддеев. ЖЭТФ, 32, 1459 (1960); Труды МИАН, 69.  
Изд. АН СССР, М.-Л. (1968).
4. Ю.А. Симонов. ЯФ, 3, 630 (1966);  
Ю.А. Симонов. Труды проблемного симпозиума по физике ядра.  
Тбилиси (1967);  
А.М. Бадалян, Ю.А. Симонов. ЯФ, 3, 1032 (1966);  
А.И. Базь, Муков И.В., ЯФ, 11, 779 (1970);  
Т.Г. Efimenko, В.Н. Zakhariev and V.F. Zhigunov. Ann. Phys.  
(N.Y.) 47, 275 (1968).
5. N. Bateman. Proc. Roy. Soc. D100, 441 (1922);  
Messenger Moth., 37, 179 (1908);  
В.Б. Беляев,  
Е. Вжеционко. Препринт ОИЯИ, Р4-4144, Дубна (1968).
6. G. Darewich, A. E. S. Green. Phys. Rev. 164, 1324 (1967).
7. В.А. Maflyvet and I. A. Tjor. Nucl. Phys., A127, 161 (1969).
8. W. T. Van Oers and J. P. Seagrave. Phys. Lett., 24B, 562(1967).
9. В.Б. Беляев, А.Л. Зубарев. Сообщения ОИЯИ, Р4-5510, Дубна  
(1967).
10. В.В. Беляев, А.Л. Зубарев. ЯФ, 14, № 3 (1971).
11. Б. Ахмадходжаев, В.Б. Беляев, А.Л. Зубарев. Препринт ОИЯИ  
Р4-5318, Дубна (1970).
12. В.Б. Беляев, Е. Вжеционко, А.Л. Зубарев. Препринт ОИЯИ,  
Р4-5000, Дубна (1970);  
В.Б. Беляев, Е. Вжеционко, А.Л. Зубарев, ЯФ, 12, 923 (1970).

13. Б. Ахмадходжаев, В.Б. Беляев, Е. Вжеционко, А.Л. Зубарев.  
Труды 2-го проблемного симпозиума по физике ядра. Ново-  
сибирск (1970);  
Сообщение ОИЯИ, М4-5763, Дубна (1971).
14. В.Б. Беляев, А.Л. Зубарев. Препринт ОИЯИ, Р1-5345, Дубна  
(1970);  
В.Б. Беляев, А.Л. Зубарев. Fizika, 3, 77 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 июля 1971 года.