

СЗ41
Б-21

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

4 - 5615

Е.Б. Бальбуцев

**СВОЙСТВА ЛЕГКИХ ЯДЕР
С РЕАЛИСТИЧЕСКИМ НУКЛОН-
НУКЛОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ
И ЭФФЕКТЫ ПЕРЕСТРОЙКИ**

**Специальность 055 - физика атомного ядра
и космических лучей**

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1971

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель

кандидат физико-математических наук И.Н. Михайлов

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук Г.Ф. Филиппов

кандидат физико-математических наук В.Б. Беляев

Ведущее научно-исследовательское учреждение: НИИЯФ МГУ.

Автореферат разослан " " 1971 г.

Защита диссертации состоится " " 1971 г.

на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Мос-
ковской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Учёный секретарь Совета

Р.А. Асанов

4 - 5615

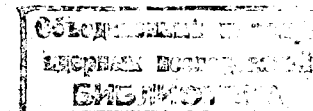
Е.Б. Бальбуцев

4554 69

**СВОЙСТВА ЛЕГКИХ ЯДЕР
С РЕАЛИСТИЧЕСКИМ НУКЛОН-
-НУКЛОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ
И ЭФФЕКТЫ ПЕРЕСТРОЙКИ**

Специальность 055 - физика атомного ядра
и космических лучей

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени кандидата физико-математических наук



Одна из основных целей ядерной физики – получить информацию о взаимодействии нуклонов в атомном ядре из “первых принципов”, т.е. исходя из взаимодействия двух свободных нуклонов. Последнее довольно хорошо изучено – информация о нем извлекается из экспериментов по нуклон-нуклонному рассеянию и представляется в виде фазовых сдвигов. Предложено много феноменологических потенциалов, воспроизводящих эти сдвиги и описывающих различные свойства дейтрона. Эти потенциалы предполагают самые разные свойства взаимодействия свободных нуклонов (короткоедействие, дальнеедействие, твердая или мягкая сердцевина, нелокальность, свойства симметрии и т.д.). Остается только проследить, как они изменяются при переходе от свободных нуклонов к ядру. Переход от взаимодействия свободных нуклонов к эффективному нуклон-нуклонному взаимодействию в атомном ядре можно описать с помощью аппарата матрицы реакции Бракнера, предложенного в работах ^{/1,2/} и получившего дальнейшее развитие и строгое математическое обоснование в работах Бете ^{/3/} и Голдстоуна ^{/4/}.

Матрица реакции учитывает два основных фактора, приводящих к существенному различию между взаимодействием свободных нуклонов и эффективным взаимодействием нуклонов в ядре ^{/5/}. Во-первых, в ядре нуклоны движутся в поле сил,

создаваемом всеми остальными нуклонами, и поэтому их энергия имеет характер энергии Хартри-Фока, а не просто кинетической энергии, и должна вычисляться самосогласованным путем. Во-вторых, два свободных взаимодействующих нуклона могут рассеяться в любое новое состояние, разрешенное законами сохранения, тогда как два нуклона в ядре после взаимодействия могут рассеяться лишь в свободные, незанятые другими нуклонами, состояния, т.е. выше поверхности Ферми. Отсюда сразу же следует, что для нуклона в ядре вероятность перейти после взаимодействия в новое состояние зависит от того, как далеко от поверхности Ферми он находился в начальном состоянии. Нуклоны, занимающие высоколежащие, близкие к поверхности Ферми уровни, будут рассеиваться с большей вероятностью, чем нуклоны на глубоколежащих уровнях.

Таким образом, результат взаимодействия каких-либо двух нуклонов в ядре оказывается существенно зависящим от того, сколько еще нуклонов есть в ядре и как они распределены, или, иными словами, от плотности. Когда ядро захватывает или теряет нуклоны, либо просто переходит из одного состояния в другое, плотность нуклонов меняется, меняется взаимодействие между ними, и вся система перестраивается. Возникают так называемые эффекты перестройки. При исследовании некоторых свойств ядер эти эффекты можно явно выделить и выяснить, насколько велика их роль.

В диссертации все расчеты проведены именно с таким эффективным взаимодействием, матричные элементы которого вычисляются с помощью теории Бракнера-Бете-Голдстоуна. В качестве реалистического взаимодействия двух свободных нуклонов используется потенциал Хамада-Джонстона^{/6/} (локальный потенциал с твердой сердцевиной).

В первой главе описываются два способа вычисления оболочечных матричных элементов G -матрицы Бракнера: метод сепарации Скотта-Мошковского^{/7/} и reference spectrum method^{/8/}. Первый применяется в тех случаях, когда относительный орбитальный момент двух нуклонов ℓ - чётный и, соответственно, $S=0, T=1$ или $S=1, T=0$ (S - суммарный спин двух нуклонов, T - суммарный изоспин). Второй метод применяется при нечётных ℓ и, соответственно, $S=0, T=0$ или $S=1, T=1$. Рассчитаны матричные элементы $\langle n\ell S T \lambda | G | n' \ell' S T \lambda \rangle$ для ядер $2s 1d$ - и $2p 1f$ - оболочек (n, ℓ - осцилляторные квантовые числа, $\vec{\lambda} = \vec{S} + \vec{\ell}$). Сравнение с соответствующими расчётами Куо и Брауна^{/9/} показывает, что при $S=1, T=0$ некоторые матричные элементы существенно различаются по величине^{/21/}. Это происходит, в основном, из-за неодинаковой оценки перекрестного члена $2G_s \frac{Q}{e} V_L$ в разложении G -матрицы по методу Скотта-Мошковского:

$$G = G_s + V_L - V_L \frac{Q}{e} V_L - 2G_s \frac{Q}{e} V_L - G_s \frac{Q-1}{e} G_s - G_s \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{e_A} \right) G_s,$$

где G_s - приближенная матрица реакции от короткодействующей части потенциала; V_L - далекодействующая часть потенциала; Q - оператор, исключаяющий занятые состояния; e - точный и e_A - приближенные энергетические знаменатели. Вычисленные значения матричных элементов $\langle n 0 1 0 1 | -2G_s \frac{Q}{e} V_L | n 0 1 0 1 \rangle$ приведены в таблице 1. Видно, что они примерно в полтора раза больше показанных там же аналогичных матричных элементов из^{/9/}.

Таблица 1

Перекрестные интегралы $\langle n \ell S T \lambda | -2G_s \frac{Q}{e} V_L | n \ell S T \lambda \rangle$
 для ^{16}O при $\ell = 0, S=1, T=0, \lambda=1$

n	0	1	2
$\langle n 0 1 0 -2G_s \frac{Q}{e} V_L n 0 1 0 \rangle$	-2,77	-2,99	-2,52
$\langle n 0 1 0 -2G_s \frac{\delta}{e} V_L n 0 1 0 \rangle^{/9/}$	-1,94	-1,86	-1,61

Во второй главе полученные матричные элементы используются для расчёта некоторых характеристик атомных ядер $2s 1d$ - и $2p 1f$ -оболочек.

В §1 рассчитан одночастичный спектр ^{17}O (хартри-фоковские уровни энергии валентного нуклона). Показано ^{/21/}, что для хорошего согласия с экспериментом достаточно учесть диаграммы "а" и "б" (рис. 1) и, в противоположность работе ^{/9/}, нет никакой необходимости принимать во внимание диаграммы "в" (рис. 1), которые фактически уже учтены в диаграммах "а", что следует из самого определения матрицы реакции. Такая

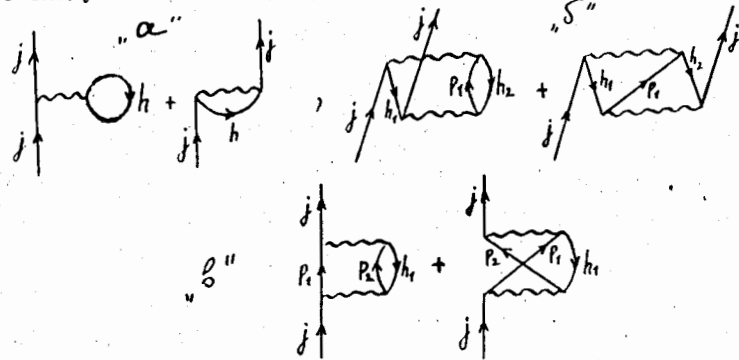


Рис. 1. Диаграммы, учтенные в работе ^{/9/} при расчёте одночастичного спектра ^{17}O .

разница в описании спектра ^{17}O проистекает из отмеченного в первой главе расхождения в величине матричных элементов $\langle n \ell S T \lambda | G | n \ell S T \lambda \rangle$ при $S=1, T=0$. В таблице 2 приведен спектр ^{17}O , рассчитанный с учётом и без учёта диаграмм "в", вместе с аналогичными результатами работы ^{/9/} и экспериментальными данными.

Таблица 2

Одночастичный спектр ^{17}O . E(1)-учитываются все диаграммы (рис. 1), E(2)- диаграммы "в" (рис. 1) не учитываются

n l j	E(1) МэВ	E(2) МэВ	E (эксп.) МэВ	E(1) МэВ ^{/9/}	E(2) МэВ ^{/9/}
od $\frac{5}{2}$	0	0	0	0	0
1s $\frac{1}{2}$	-0,19	0,18	0,87	0,11	0,76
od $\frac{3}{2}$	4,79	5,21	5,08	5,51	6,27

В §2 вычислены низколежащие уровни энергии в ^{18}O и ^{18}F путем диагонализации двухчастичного гамильтониана в пределах $2s 1d$ -оболочки. Так же, как и в ^{/9/}, частично учтена поляризация остова (^{16}O). Результаты расчёта практически совпадают с результатами работы ^{/9/}. Этого и следовало ожидать, так как вышеупомянутая разница в величине матричных элементов $\langle n \ell S T \lambda | G | n \ell S T \lambda \rangle$ не так уж велика и может повлиять лишь на суммарные характеристики ядер, такие, как хартри-фоковские уровни или энергия связи.

В §3 рассчитана энергия связи ядер ^{16}O и ^{40}Ca как функция осцилляторной частоты ω ^{/21/}. Результаты показаны на рис. 2 и 3. Для ^{16}O при $\hbar\omega = 14$ МэВ (что соответствует экспериментальному значению среднеквадратичного радиуса этого

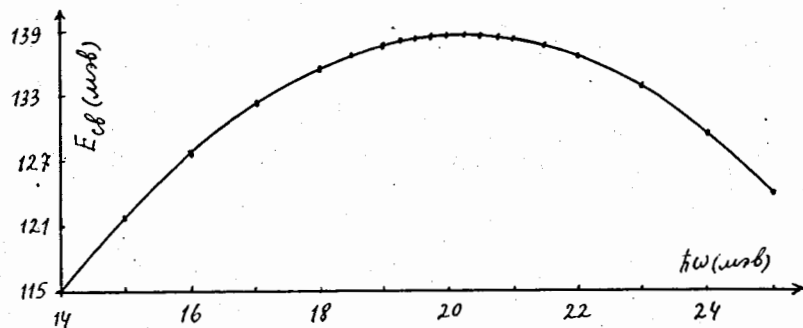


Рис. 2. Энергия связи ^{16}O как функция осцилляторной частоты.

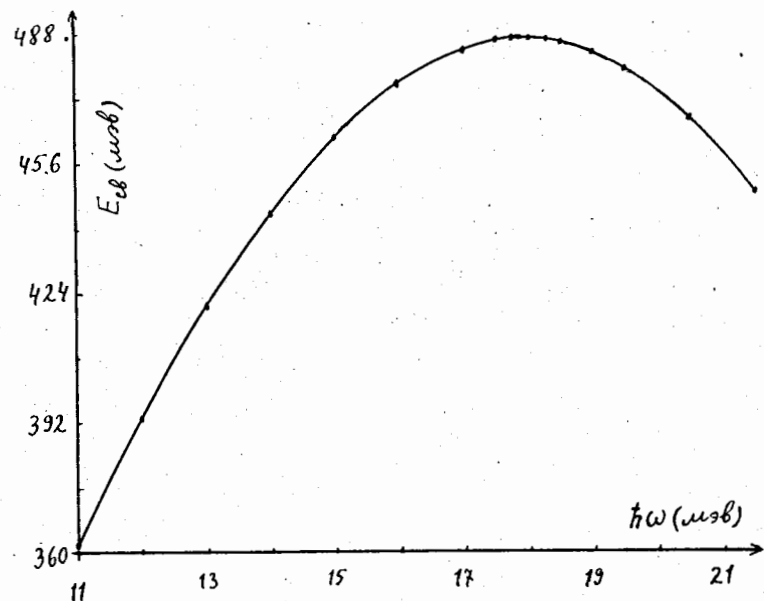


Рис. 3. Энергия связи ^{40}Ca как функция осцилляторной частоты.

ядра в модели гармонического осциллятора) без учёта кулоновской энергии получается $E_{св} = 114,9$ Мэв. Экспериментальное значение равно 127,6 Мэв. В работе /9/ при том же значении $\hbar\omega$ получалось $E_{св} = 88$ Мэв. Разница в 27 Мэв обусловлена все тем же расхождением при оценке матричных элементов G-матрицы в случае $S = 1, T = 0$. Наилучшее согласие с экспериментом получается при значениях $\hbar\omega$, соответствующих равновесной плотности (минимуму полной энергии или максимуму энергии связи). В ^{16}O максимум энергии связи достигается при $\hbar\omega = 20,3$ Мэв (рис. 2). С учётом кулоновской энергии, которая оценивалась как энергия равномерно заряженного шара, в этой точке получается $E_{св} \approx 123$ Мэв, что уже совсем близко к экспериментальному значению. В ^{40}Ca максимум достигается при $\hbar\omega = 18$ Мэв (рис. 3). С учётом кулоновской энергии в этой точке получается $E_{св} \approx 406$ Мэв, что примерно на 19% превышает экспериментальное значение 342 Мэв. Рассчитанные значения $\hbar\omega$, соответствующие равновесной плотности (20,3 Мэв в ^{16}O и 18 Мэв в ^{40}Ca), довольно далеки от величин $\hbar\omega$, необходимых для объяснения экспериментальных среднеквадратичных радиусов в модели гармонического осциллятора (14 Мэв для ^{16}O и 11 Мэв для ^{40}Ca). В диссертации обсуждаются возможные причины такого расхождения.

В §4 предложена феноменологическая модель, позволяющая рассчитывать энергию колебаний ядра, связанных с флуктуациями различных параметров, описывающих распределение ядерного вещества /20/. Рассчитана энергия колебаний, вызванных флуктуациями среднеквадратичного радиуса ядра (так называемый "дыхательный" уровень). Для ^{16}O получилось $E_{д} = 26,8$ Мэв, а для ^{40}Ca — $E_{д} = 35,7$ Мэв. Оба числа довольно близки к

соответствующим результатам Бракнера /10/, полученным не-
скольким иным путем ($E_D = 30,5$ Мэв в ^{16}O и $E_D = 29,5$ Мэв
в ^{40}Ca).

Третья глава посвящена проблеме определения остаточного взаимодействия в ядрах. Ландау при построении теории ферми-жидкости впервые показал /11/, что остаточное взаимодействие частиц, находящихся в самосогласованном поле, можно получить как вторую вариационную производную потенциальной энергии по функции распределения частиц в системе, т.е. по плотности. Позже аналогичный результат для ядерных моделей, связанных с методом Хартри-Фока, был получен в работе /12/ и использован для расчёта констант взаимодействия в теории конечных ферми-систем Мигдала.

Потенциальная энергия записывается в виде:

$$E_{\text{пот.}} = \frac{1}{2} \text{tr}_1 \text{tr}_2 G_{12}(\rho) \rho_1 \rho_2 ,$$

где tr_1 означает интегрирование по координатам r_1 ; ρ - плотность; $G_{12}(\rho)$ - матрица реакции, которая, как это было показано во введении, зависит от плотности. Отсюда для второй вариационной производной получается

$$\frac{\delta^2 E_{\text{пот.}}}{\delta \rho_1 \delta \rho_2} = F_{12} = G_{12}(\rho_0) + \Delta F_{12} ,$$

где

$$\Delta F_{12} = \left[\text{tr}_3 \frac{\delta G_{13}}{\delta \rho_2} \rho_3 + \text{tr}_3 \frac{\delta G_{23}}{\delta \rho_1} \rho_3 + \frac{1}{2} \text{tr}_3 \text{tr}_4 \frac{\delta^2 G_{43}}{\delta \rho_1 \delta \rho_2} \rho_3 \rho_4 \right]$$

ρ_0 - плотность в самосогласованном поле. Поправка ΔF_{12} связана своим появлением только зависимостью G -матрицы от плотности и называется "эффектом перестройки".

В диссертации предложен сравнительно простой приближенный метод расчёта ΔF_{12} /19,21/. Приближение заключается в том, что варьирование по плотности заменяется дифференцированием по параметрам, определяющим плотность. В сферическом гармоническом осцилляторе, который используется здесь в качестве среднего поля, плотность полностью определяется двумя параметрами: числом частиц Λ и осцилляторной частотой ω . Равенства, связывающие плотность с этими двумя величинами, известны:

$$\beta \cdot = \frac{1}{\nu} \sum_{l=1}^{\Lambda} (2n_l + l_l + \frac{3}{2}) = \text{tr } r^2 \rho ,$$

$$\Lambda = \text{tr } \rho \cdot ,$$

где n_l, l_l - осцилляторные квантовые числа нуклонов, $\nu = \frac{m \omega}{\hbar}$, m - масса нуклона. Пользуясь этими соотношениями, нетрудно получить

$$\frac{\delta}{\delta \rho} = r^2(\rho_0) \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{\partial}{\partial \Lambda} ,$$

где $r^2(\rho_0) = \rho_0 r^2(1-\rho_0) + (1-\rho_0) r^2 \rho$. Окончательное выражение для поправки ΔF_{12} выглядит следующим образом:

$$\Delta F(r_1, r_2) = \kappa_2 \nu^2 r_1^2(\rho_0) r_2^2(\rho_0) - \kappa_1 \nu [r_1^2(\rho_0) + r_2^2(\rho_0)] + \kappa_0 .$$

В диссертации получены уравнения, необходимые для расчёта констант κ во всех четырех случаях: $S=0, T=1; S=1, T=0; S=0, T=0$ и $S=1, T=1$.

В четвертой главе рассчитаны κ^{ST} для ядер ^{16}O и ^{40}Ca при двух значениях осцилляторной энергии $\hbar\omega$: $\hbar\omega$, соответствующей экспериментальному значению среднеквадратичного радиуса ядра, и $\hbar\omega$, соответствующей равновесной плотности, т.е. минимуму полной энергии ядра ^{/19,21/}. Показано, что метод сепарации Скотта-Мошковского непригоден для расчёта эффектов перестройки — он слишком груб. Результаты расчёта приведены в таблицах 3 и 4. Сравнивая константы κ с различными S и T , а также матричные элементы, из которых они были получены, можно сделать вывод, что эффекты перестройки определяются, в основном:

- 1) короткодействующей частью потенциала, отталкиванием на малых расстояниях,
- 2) тензорными силами,
- 3) переходами частиц через оболочку и выше.

В §3 вычислено изменение среднеквадратичного протонного радиуса $\delta\langle r_p^2 \rangle$ ядер ^{16}O и ^{40}Ca при добавлении к ним одного и двух нейтронов ^{/19,21/}. $\delta\langle r_p^2 \rangle$ рассчитывается по теории возмущений ^{/13/}. Показано, что эффекты перестройки существенно влияют на величину $\delta\langle r_p^2 \rangle$ и могут даже изменить его знак (см. таблицы 5 и 6). В случае $^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{42}\text{Ca}$ полученное значение $\delta\langle r_p^2 \rangle$ используется для расчёта изотопического смещения $\delta(\Delta E)$ спектральных линий μ -мезоатомов (K -переход). Формулы, связывающие $\delta(\Delta E)$ с $\delta\langle r_p^2 \rangle$, были взяты из работ ^{/14,15/}. Сравнение с экспериментом ^{/16/} показывает, что эффекты перестройки действуют в нужную сторону. Видно также, что в том случае, когда константы κ вычисляются с осцилляторной энергией $\hbar\omega$, соответствующей равновесной плотности, вычисленное значение $\delta(\Delta E)$ значительно ближе к эксперимен-

тальному, чем в том случае, когда κ вычисляются с $\hbar\omega$, соответствующей экспериментальному среднеквадратичному радиусу ядра. При этом, если пользоваться формулой из работы ^{/15/}, вычисленное $\delta(\Delta E) = 0,795$ кэВ просто совпадает с экспериментальным $\delta(\Delta E) = 0,80 \pm 0,06$ кэВ. Напомним, что при расчёте энергии связи согласие с экспериментом также было намного лучше при равновесной плотности. Следовательно, напрашивается вывод, что, по крайней мере, при расчёте глобальных характеристик ядра, когда не очень важно знание точных одночастичных волновых функций, осцилляторную частоту ω надо считать лишь вспомогательным параметром, каким-то образом связанным с плотностью ядерного вещества, и верить результатам, полученным при равновесной плотности. Аргументом, подтверждающим или опровергающим этот вывод, могли бы послужить расчёты среднеквадратичных радиусов ядер с коррелированными волновыми функциями.

В §4 вычислены низколежащие уровни энергии в ^{18}O , ^{18}F , ^{42}Ca , ^{42}Sc с учётом эффектов перестройки ^{/19/}. Спектры были получены путем диагонализации двухчастичного гамильтониана в пределах $2s1d$ -оболочки для ^{18}O и ^{18}F и $2p1f$ -оболочки для ^{42}Ca и ^{42}Sc . Поляризация остова, как она понимается в работе ^{/9/}, не учитывалась. В расчётах использовались константы κ^{ST} , вычисленные при $\hbar\omega$, соответствующем равновесной плотности.

Показано, что эффекты перестройки практически не влияют на спектры ядер ^{18}O и ^{42}Ca , в которых все уровни имеют одинаковый изоспин $T=1$. В ядрах ^{18}F и ^{42}Sc есть уровни как с изоспином $T=1$, так и с изоспином $T=0$. Добавочные силы сдвигают эти две группы уровней друг относительно друга примерно на 1,5 МэВ в ^{18}F и на 0,6 МэВ в ^{42}Sc в сторону лучшего согласия с экспериментом.

Таблица 3
Константы κ_2^{ST} , κ_1^{ST} , κ_0^{ST} для ^{16}O

S, T	$\hbar\omega = 14$ МэВ				$\hbar\omega = 20,3$ МэВ			
	0,1	0,0	1,1	1,0	0,1	0,0	1,1	1,0
κ_2 (МэВ)	-0,0024	0,0050	0,0171	0,0616	-0,0407	0,0145	0,0442	0,1320
κ_1 (МэВ)	-0,0082	0,0176	0,0594	0,2114	-0,1283	0,0508	0,1510	0,4586
κ_0 (МэВ)	-0,0281	0,0621	0,2086	0,7423	-0,4078	0,1788	0,5219	1,6286

Таблица 4
Константы κ_2^{ST} , κ_1^{ST} , κ_0^{ST} для ^{40}Ca

S, T	$\hbar\omega = 11$ МэВ				$\hbar\omega = 18$ МэВ			
	0,1	0,0	1,1	1,0	0,1	0,0	1,1	1,0
κ_2 (МэВ)	-0,0004	0,0017	0,0050	0,0140	-0,0253	0,0071	0,0211	0,0378
κ_1 (МэВ)	-0,0016	0,0077	0,0264	0,0625	-0,1158	0,0315	0,0924	0,1713
κ_0 (МэВ)	-0,0071	0,0349	0,1199	0,2874	-0,5321	0,1430	0,4121	0,7994

Таблица 5

$\delta < r_p^2 > (\text{фм}^2)$ при добавлении к ^{16}O и ^{40}Ca нейтрона на уровень $n\ell j$. (I) - ΔF_{12} вычислено при $\hbar\omega$, соответствующем экспериментальному среднеквадратичному радиусу ядра, (II) - ΔF_{12} вычислено при $\hbar\omega$, соответствующем равновесной плотности

$n\ell j$	$^{16}\text{O} \rightarrow ^{17}\text{O}$			$^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{41}\text{Ca}$			
	od $\frac{5}{2}$	ls $\frac{1}{2}$	od $\frac{3}{2}$	of $\frac{7}{2}$	lp $\frac{3}{2}$	lp $\frac{1}{2}$	of $\frac{5}{2}$
Эфф. взаим. $G(r_1, r_2)$	-0,044	-0,202	0,010	-0,012	-0,146	-0,151	0,022
(I) $G(r_1, r_2) + \Delta F(r_1, r_2)$	0,005	-0,156	0,059	0,023	-0,114	-0,119	0,057
(II) $G(r_1, r_2) + \Delta F(r_1, r_2)$	0,060	-0,103	0,114	0,079	-0,062	-0,067	0,113

Таблица 6

$\delta < r_p^2 > (\text{фм}^2)$ при добавлении к ^{16}O и ^{40}Ca двух нейтронов в состоянии J_k^π . (I) - ΔF_{12} вычислено при $\hbar\omega$, соответствующем экспериментальному среднеквадратичному радиусу ядра, (II) - ΔF_{12} вычислено при $\hbar\omega$, соответствующем равновесной плотности, (k - номер уровня с моментом J)

J_k^π	$^{16}\text{O} \rightarrow ^{18}\text{O}$			$^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{42}\text{Ca}$		
	0_1^+	2_1^+	4_1^+	0_1^+	2_1^+	4_1^+
Эфф. взаим. $G(r_1, r_2)$	-0,126	-0,140	-0,085	-0,029	-0,031	-0,027
(I) $G(r_1, r_2) + \Delta F(r_1, r_2)$	-0,011	-0,046	0,015	0,043	0,039	0,044
(II) $G(r_1, r_2) + \Delta F(r_1, r_2)$	0,087	0,063	0,124	0,154	0,150	0,154

Общий вывод последней главы: эффекты перестройки существуют и учитывать их надо.

Все расчёты в диссертации проведены на ЭВМ БЭСМ-4. Составлены стандартные программы^{/18/} в системе ИС-2 для вычисления $6j$ -символов и коэффициентов Броди-Мошинского^{/17/}. Некоторые существенные детали этих программ описаны в §3 первой главы диссертации.

Основные материалы диссертации опубликованы в работах^{/18-21/}.

Л и т е р а т у р а

1. K.A. Brueckner, C.A. Levinson, H.M. Mahmoud. Phys.Rev., 95 (1954) 217.
2. K.A. Brueckner, C.A. Levinson. Phys.Rev., 97 (1955) 1344.
3. H.A. Bethe. Phys.Rev., 103 (1956) 1353.
4. J. Goldstone. Proc.Roy.Soc., 239, (1957) 267.
5. Д. Таулес. Квантовая механика систем многих частиц. ИЛ, Москва, 1963.
6. T. Hamada, I.D. Johnston. Nucl.Phys., 34 (1962) 382.
7. S.A. Moszkowski, B.L. Scott. Ann.of Phys., 11 (1960) 65.
8. H.A. Bethe, B.H. Brandow, A.G. Petschek. Phys.Rev., 129 (1963) 225.
9. T.T.S. Kuo, G.E. Brown. Nucl.Phys., 85 (1966) 40.
10. K.A. Brueckner, M.J. Giannoli, R.J. Lombard. Phys.Lett., 31B, (1970) 97.
11. Л.Д. Ландау. ЖЭТФ 30, (1956) 1058.
12. Z. Bochnacki, I.M. Holban, I.N. Mikhailov. Nucl.Phys. A97, (1967) 33.
13. R.C. Barrett. Nucl.Phys., 88 (1966) 128.
14. Ф.А. Бабушкин. ЖЭТФ 42 (1962) 1604.

15. М.А. Микулинский, В.М. Осадчиев. ЯФ 3 (1966) 639.
16. R.D. Ehrlich. Phys.Rev., 173 (1968) 1088.
17. T.A. Brody, M. Moshinsky. Tables of Transformation Brackets (Monografias del Institute de Fisica, Mexico, 1960).
18. Е.Б. Бальбуцев. Препринт ОИЯИ, 11-4106, Дубна, 1968.
19. Е.Б. Бальбуцев. ТМФ, 3 (1070) 255.
20. Г.Н. Афанасьев, Е.Б. Бальбуцев. Препринт ОИЯИ Р4-5262, Дубна, 1970.
21. Е.Б. Бальбуцев. Препринт ОИЯИ Р4-5614, Дубна, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 февраля 1971 года.