

С 341.2

Д-421

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

4 - 3757

Р.В. Джолос

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ
НИЗКОЛЕЖАЩИХ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ
АТОМНЫХ ЯДЕР

Специальность

055 - физика ядра и космических лучей

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1968

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители: доктор физико-математических наук
профессор В.Г.Соловьев,
кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник
И.Н.Михайлов

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
профессор В.В.Балашов,
кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник
В.В.Бабилов

Ведущее предприятие: Институт ядерной физики СО АН
СССР, Новосибирск.

Автореферат разослан 1968 г.

Защита диссертации состоится 1968 г. на
заседании Совета Лаборатории теоретической физики Объеди-
ненного института ядерных исследований, г. Дубна.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЛТФ.

Учёный секретарь Совета

Р.А.Асанов

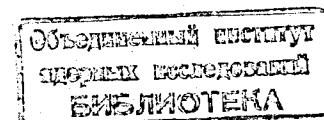
Р.В. Джолос

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ
НИЗКОЛЕЖАЩИХ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ
АТОМНЫХ ЯДЕР

Специальность
055 - физика ядра и космических лучей

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени кандидата физико-математических наук

5202 69.



Анализ свойств низколежащих возбужденных состояний атомных ядер осуществляется в настоящее время на основе двух моделей: феноменологической и микроскопической.

Первая модель^{/1,2/} добилась больших успехов в объяснении многих свойств ядер при небольших энергиях возбуждения. Однако в ней при описании коллективного движения используются динамические переменные, связь которых с нуклонными степенями свободы не ясна. По этой причине анализ многих экспериментальных фактов (относящихся, например, к парному срыву и подхвату и т.д.) остается за пределами возможностей теории.

С другой стороны, во второй модели^{/3,4/} с самого начала вводятся в рассмотрение нуклонные степени свободы и взаимодействие нуклонов. Так что появляется возможность установить связь коллективных переменных с нуклонными. Но в рамках этой модели пока успешно объяснены лишь свойства низжайших возбужденных состояний, а к изучению, например, ангармоничности колебаний чётно-нечётных ядер приступили лишь в самое последнее время.

Свойства низколежащих уровней нечётных ядер в значительной степени определяются взаимодействием коллективных и одночастичных возбуждений, которое во многих случаях не является слабым. Но методы, позволяющие получить численное решение этой задачи, только начинают разрабатываться^{/5/}.

Целью настоящей работы является, во-первых, формулировка приближенного метода для рассмотрения сильного взаимодей-

ствия коллективных вибрационных и одночастичных возбуждений, во-вторых, анализ ангармонических эффектов в колебаниях чётно-чётных ядер и установление связи между микроскопической и феноменологической моделями ядра в вопросах, касающихся некоторых свойств низколежащих возбужденных состояний.

Диссертация состоит из трех глав. В первой главе рассматривается взаимодействие в нечётном ядре квазичастицы, которая может находиться в нескольких различающихся по энергии состояниях, с фононами, соответствующими только одному из возможных типов колебаний самосогласованного поля ядра. Подобная ситуация может встретиться в деформированных ядрах, где квадрупольные β - и γ -колебания имеют различные частоты, а вырождение невозмущенных квазичастичных уровней, характерное для сферических ядер, частично снимается, так что нельзя ограничиваться учётом только одного уровня.

В §§ 1,2,3 рассматривается система, в которой квазичастица может находиться лишь в двух достаточно близких по энергии состояниях.

Гамильтониан такой системы записывается следующим образом:

$$H = -\epsilon (a_1^+ a_1 - a_2^+ a_2) + \hbar \omega b^+ b + \gamma (b^+ + b)(a_1^+ a_2 + a_2^+ a_1), \quad (1)$$

где $a_1^+ (a_1)$ - операторы рождения (уничтожения) квазичастицы в состоянии i , $b^+ (b)$ - оператор рождения (уничтожения) фонона, соответствующего рассматриваемому типу колебаний самосогласованного поля.

Волновая функция имеет вид:

$$|\Psi\rangle = \{ a_1^+ F(b^+) + a_2^+ \Phi(b^+) \} |0\rangle, \quad (2)$$

где

$$a_1 |0\rangle = 0, \quad b |0\rangle = 0$$

$$F(b^+) = \sum_n f_n (b^+)^n, \quad \Phi(b^+) = \sum_n \phi_n (b^+)^n, \quad (3)$$

так что уравнения движения таковы:

$$\{ -(E + \epsilon) + \hbar \omega b^+ b \} F(b^+) |0\rangle + \gamma (b^+ + b) \Phi(b^+) |0\rangle = 0 \quad (4)$$

$$\{ -(E - \epsilon) + \hbar \omega b^+ b \} \Phi(b^+) |0\rangle + \gamma (b^+ + b) F(b^+) |0\rangle = 0$$

(E - энергия системы), а норма функции Ψ равна

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = \sum_n n! (|f_n|^2 + |\phi_n|^2). \quad (5)$$

В диссертации показано, что

1. Для отыскания собственных значений гамильтониана (1) и нахождения коэффициентов рядов (3) удобно ввести производящие функции

$$F(z) = \sum_n f_n z^n, \quad \Phi(z) = \sum_n \phi_n z^n, \quad (6)$$

которые, как легко убедиться, удовлетворяют дифференциальным уравнениям.

$$\{ -(E + \epsilon) + \hbar \omega z \frac{d}{dz} \} F(z) + \gamma (z + \frac{d}{dz}) \Phi(z) = 0$$

$$\left\{ -(E - \epsilon) + h\omega z \frac{d}{dz} \right\} \Phi(z) + \gamma \left(z + \frac{d}{dz} \right) F'(z) = 0, \quad (7)$$

получаемся из (4) формальной заменой $b^+ \rightarrow z$, $b \rightarrow \frac{d}{dz}$, $F(b^+) \rightarrow \Phi(z)$, $\Phi(b^+) \rightarrow F(z)$, $|0\rangle \rightarrow 1$.

2. Производящие функции $F(z)$, $\Phi(z)$ являются целыми функциями комплексной переменной z , так что задача определения собственных функций (2) сводится к отысканию всех решений дифференциальных уравнений (7), выражающихся целыми функциями.

Для тех случаев, когда связь одночастичных и коллективных возбуждений оказывается сильной, в диссертации предлагается следующий метод построения решений уравнений (7).

а) Находятся решения уравнений (7) при $\epsilon = 0$: $F_0^{(n)}(z)$ и $\Phi_0^{(n)}(z)$. Эти функции соответствуют случаю предельно сильной связи.

б) При отличных от нуля значениях ϵ решения уравнений (7) ищутся в виде разложений:

$$F(z) = \sum_n c_n F_0^{(n)}(z), \quad \Phi(z) = \sum_n d_n \Phi_0^{(n)}(z), \quad (8)$$

При этом для коэффициентов c_n , d_n получаются уравнения, решения которых находятся в процессе последовательных приближений. Процедура аналогична обычной теории возмущений, когда точное решение ищется в виде разложения по решениям невозмущенной задачи. Но в данном случае в качестве базисных выбраны функции, соответствующие предельно сильной связи. (Параметром разложения грубо можно считать величину $\epsilon / h\omega e^{-2(\gamma/h\omega)^2}$. Поэтому условие быстрой сходимости

итераций таково: $\frac{\epsilon}{h\omega} \ll e^{-2(\frac{\gamma}{h\omega})^2}$. Правда, величина $\frac{\epsilon}{h\omega} e^{-2(\frac{\gamma}{h\omega})^2}$

умножается еще на некоторый полином от $(\frac{\gamma}{h\omega})^2$, различный для разных порядков приближения, так что малость экспоненты $e^{-2(\frac{\gamma}{h\omega})^2}$ частично компенсируется).

Число итераций, необходимое для того, чтобы получить решение задачи с требуемой точностью, определяется при сравнении точных результатов с приближенными.

Для численного нахождения точных собственных значений гамильтониана (1) в работе использован тот факт, что, хотя коэффициенты f_n , ϕ_n могут быть найдены из уравнений (4) при любых E , ряд (5), определяющий норму волновой функции, сходится только тогда, когда E совпадает с одним из собственных значений.

Результаты точного решения задачи демонстрируются в первой главе диссертации на многочисленных рисунках. Там же приводятся результаты вычислений в приближении сильной связи и по теории возмущений (по $\frac{\gamma}{h\omega}$).

Один из примеров дается на рис. 1. Из рисунка видно, что при $\frac{\gamma}{h\omega} = 1$ двух итераций уже достаточно для того, чтобы получить удовлетворительное согласие с точными результатами вплоть до $\frac{\epsilon}{h\omega} = 1$.

В диссертации показано, что, во-первых, с ростом величины $\frac{\gamma}{h\omega}$ область, где применимо приближение сильной связи, расширяется, во-вторых, при промежуточных значениях $\frac{\epsilon}{h\omega}$ когда нельзя применять ни теорию возмущений, ни приближение сильной связи, спектр уровней рассматриваемой системы обнаруживает интересное свойство - расстояния между следующими друг за другом уровнями приблизительно одинаковы и слабо зависят от $\frac{\epsilon}{h\omega}$ (за исключением расстояния между основным и первым возбужденным состояниями).

Обобщение результатов, полученных в §§ 1,2,3 на случай системы с несколькими квазичастичными уровнями, дается в § 4. Результаты первой главы диссертации опубликованы в работах /6.7/.

Во второй главе излагаются результаты анализа ангармонических эффектов в колебаниях чётно-нечётных ядер и исследуется связь между микроскопической и феноменологической моделями ядра в вопросах, касающихся некоторых свойств низколежащих коллективных возбуждений. Рассмотрение основывается на предложенном в работе^{/8/} методе выделения коллективного гамильтониана из гамильтониана микроскопической модели и записи операторов мультипольных моментов через коллективные переменные.

В § 5 анализируются недавно полученные экспериментальные данные по квадрупольным моментам возбужденных состояний ядер, считавшихся до последнего времени сферическими (^{114}Cd , ^{130}Ba и другие) и приводятся расчёты квадрупольных моментов и вероятностей $E2$ - переходов между коллективными состояниями. Обнаруженные квадрупольные моменты оказались большими, что противоречит сложившимся представлениям об этих ядрах. В работе обсуждается следующая возможная интерпретация результатов выполненных экспериментов.

Известно, что первые 2^+ (будем обозначать их также как 2^+_1) состояния чётно-нечётных ядер соответствуют или колебаниям самосогласованного поля ядра относительно сферически симметричной равновесной формы, или вращениям, если равновесная форма оказывается деформированной, или какой-либо переходной форме движения. Тот факт, что квадрупольные моменты первых 2^+ состояний велики и даже близки к значениям, предсказываемым ротационной моделью, еще не ведет с неизбежностью к заключению, что даже в таких ядрах как ^{114}Cd , ^{130}Ba равновесная форма является эллипсоидом вращения. Не исключено, что в рассматриваемых ядрах значительны ангармонические эффекты, а ангармоничность может привести к тому, что при колебаниях относительно сферически симметричной равновесной формы для ядра большей будет вероятность иметь "вытянутую" форму, чем "сплюснутую" (или наоборот). Это и является причиной появления квадрупольного момента в возбужденном состоянии.

Для проверки этого предположения с помощью метода, предложенного в работе^{/8/}, был получен коллективный гамильтониан, включающий ангармонические члены, кубические по коллективным переменным. Численные оценки показали, что выше ангармонические члены могут не приниматься во внимание при рассмотрении ядер, результаты для которых приведены в диссертации, вследствие того, что экспериментальные ошибки измерения квадрупольных моментов еще очень велики (часть оценок выполнена в приложении IV).

В работе показано, что

1) основной вклад в квадрупольный момент ядра связан с наиболее коллективной ветвью возбуждений квадрупольного типа (соответствующей первому корню хорошо известного секулярного уравнения метода приближенного вторичного квантования);

2) волновая функция первого 2^+ состояния с хорошей точностью может быть представлена как суперпозиция одно-, двух- и трехфонного состояний, причём учёт трехфонного состояния изменяет величину квадрупольного момента не более чем на 10%, тогда как экспериментальные ошибки превышают 20%.

В расчётах схема одночастичных уровней, константы парных сил и эффективный заряд брались теми же, что и в работе^{/9/}. Константа квадруполь-квадрупольного взаимодействия определялась так, чтобы удовлетворительным образом описать энергии первых 2^+ состояний. Результаты вычислений приведены в таблице 1.

Из таблицы 1 видно, что вычисления дают большие значения для величин квадрупольных моментов в согласии с экспериментом. Таким образом, ангармонические эффекты в рассматриваемых ядрах оказались значительными. В то же время характер изменения модулей квадрупольных моментов от изотопа к изотопу и их знаки не всегда совпадают с экспериментальными. При этом, если модули квадрупольных моментов оказываются в большинстве случаев стабильными (в пределах экспериментальных ошибок) относительно изменений схемы одночастич-

ных уровней, то знаки и тенденции в изменениях квадрупольных моментов от изотопа к изотопу могут при этом меняться. А схема одночастичных уровней известна недостаточно хорошо. Это существенно ограничивает возможности вычислений.

Что касается остальных результатов, то квадрупольные моменты вторых 2^+ (2_2^+) состояний оказались приблизительно равными по модулю, но противоположными по знаку квадрупольным моментам 2_1^+ состояний. Квадрупольные моменты первых 4^+ (4_1^+) состояний получились с теми же знаками, что и квадрупольные моменты 2_1^+ состояний, но с величинами, в 1,2 - 1,8 раза большими.

В работе также вычислены приведенные вероятности E2 - переходов между вторым 2^+ , первым 2^+ и основным состояниями.

Результаты для величин $B(E2; 0^+ \rightarrow 2_1^+)$ и $\frac{B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)}{B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0^+)}$ удовлетворительным образом согласуются с экспериментальными данными. Причем для $B(E2; 0^+ \rightarrow 2_1^+)$ результаты лучше, чем в более старых расчётах, опубликованных в работе /9/.

(Улучшение связано с учётом ангармонических эффектов). Однако значения отношения $\frac{B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0^+)}{B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0^+)}$ на порядок превосходят экспериментальные. По-видимому, это указывает на то, что при рассмотрении вторых 2^+ состояний необходимо принимать во внимание и менее коллективные ветви квадрупольных возбуждений (соответствующие вторым корням секулярного уравнения метода приближенного вторичного квантования). Результаты § 5 опубликованы в работе /13/.

В § 6 диссертации получено и проанализировано выражение для оператора магнитного дипольного момента чётно-нечётного ядра через коллективные переменные, сделаны оценки для вероятностей M1 переходов между первым и вторым 2^+ состояниями и вычислены магнитные моменты 2_1^+ состояний.

Выражение для оператора магнитного дипольного момента включает слагаемые, содержащие коллективные переменные во второй, третьей и т.д. степенях. В работе показано, что члены, содержащие эти переменные в третьей и более высоких степенях, вносят несущественный вклад и в магнитный момент первого 2^+ состояния, и в вероятность M1 перехода между вторым и первым 2^+ состояниями.

Например, если в выражении для оператора магнитного дипольного момента $(M_{1\mu})$ сохранить только переменные, соответствующие наиболее коллективной квадрупольной ветви возбуждений, то оно будет иметь следующий вид:

$$M_{1\mu} = g_0 \sqrt{6} [b_2^+ b_2]_{1\mu} + g_1 \{ [[b_2^+ b_2^+]_{2\mu}] + [b_2^+ [b_2 b_2]_{2\mu}] \}, \quad (9)$$

где b_2^+ (b_2) - оператор рождения (уничтожения) фона, соответствующего наиболее коллективным квадрупольным возбуждениям. Константы g_0, g_1 вычисляются в рамках микроскопической модели.

Точно такую же структуру имеет оператор магнитного дипольного момента и в феноменологической модели /10, 11/. В магнитный момент 2_1^+ состояния основной вклад дает первое слагаемое в (9). Поправка, связанная со вторым слагаемым, пренебрежимо мала: 0,1%-1,0%. В то же время только второе слагаемое вызывает M1 - переходы между коллективными состояниями. Но если в феноменологической модели оно дает правильный порядок величины вероятности перехода между вторым и первым 2^+ состояниями, то в наших расчётах эта величина оказывается на два порядка меньшей.

Таким образом, коллективная феноменологическая модель и микроскопическая модель, учитывающая только парные и квадрупольные остаточные силы, в этом вопросе оказались неэквивалентными.

В работе показано, что величину вероятности M1-перехода между 2_2^+ и 2_1^+ состояниями можно объяснить, если в квадратичном по коллективным переменным слагаемом в $\mathcal{H}_{1\mu}$ учесть переменные, описывающие менее коллективные ветви возбуждений квадрупольного типа. Но для систематического анализа вероятностей M1-переходов данный подход является слишком грубым.

Далее в § 6 вычислялись g_R - факторы 2_1^+ состояний. В работе показано, что

1) тенденции в изменении g_R - факторов от изотопа к изотопу в основном определяются схемой одночастичных нуклонных уровней;

2) согласие теоретических результатов с экспериментальными улучшается, если вместо значений g_R^r - факторов для свободных нуклонов используются перенормированные значения^{/12/};

3) результаты вычислений очень чувствительны к значению разности нейтронной и протонной парных констант.

Так как результаты оказались сильно зависящими от параметров модели; то на основе этих вычислений можно сделать только очень осторожный вывод: результаты вычислений g_R -факторов 2_1^+ -состояний на основе микроскопической модели, учитывающей парные и квадрупольные остаточные силы, не противоречат экспериментальным данным. Материал этого параграфа опубликован в работе^{/14/}.

В § 7 диссертации рассматривалось влияние ангармоничности колебаний на свойства нижайших вибрационных состояний в чётно-нечётных деформированных ядрах. Принимались во внимание только ангармонические эффекты, связанные с входящими в гамильтониан кубическими по коллективным переменным членами. Вычислялись сдвиги энергий нижайших вибрационных состояний и изменения вкладов однофононных компонент в нормы этих состояний, вызванные ангармоническими эффектами. Результаты вычислений приведены в таблице 2. Из таблицы

видно, что вклады однофононных компонент в нормы нижайших вибрационных состояний доминируют, так что примеси компонент с большим числом фононов можно не принимать во внимание. А сдвиги энергий этих состояний пренебрежимо малы.

Другими словами, при рассмотрении нижайших вибрационных состояний чётно-нечётных деформированных ядер, ангармонические эффекты, связанные с кубическими по коллективным переменным членами в гамильтониане, можно не учитывать.

Результаты § 7 изложены в работе^{/15/}.

В третьей главе исследуется вопрос о потенциальной энергии квадрупольной деформации сферических и переходных ядер между сферическими и деформированными. Для того, чтобы получить ответ на него, в работе предложен метод вычисления потенциальной энергии квадрупольной деформации таких ядер, отличный от приближения Хартри-Фока. Отличие состоит в том, что этот метод принимает во внимание флуктуации формы ядра.

Метод состоит в учёте только динамических переменных, описывающих наиболее коллективные ветви возбуждений квадрупольного типа, и анализе их коммутационных соотношений. Этот метод применим при рассмотрении только небольших деформаций.

В работе получено выражение для потенциальной энергии деформации рассматриваемых ядер, все коэффициенты которого могут быть вычислены в рамках конкретной микроскопической модели. Анализ этого выражения показывает, что

1) для энергии деформации сферических и переходных ядер характерно наличие двух минимумов, один из которых соответствует сферически симметричной равновесной форме, другой - деформированной;

2) при переходе от сферических ядер к деформированным равновесная деформация не растёт постепенно от нуля, а сразу становится конечной величиной.

Результаты этой главы изложены в работе^{/16/}.

Работы, включенные в диссертацию, обсуждались на УП Краковской летней школе по теоретической физике (Польша, 1967 г.) и на X совещании по ядерной спектроскопии и теории ядра в Дубне в 1967 г.

Л и т е р а т у р а

1. О.Бор. Проблемы современной физики, вып. 9, 9 (1955);
О.Бор., Б.Моттelson. Проблемы современной физики, вып. 9, 34 (1955).
2. А.С.Давыдов. Возбужденные состояния атомных ядер, М., Атомиздат, 1967.
3. В.Г.Соловьев. ЖЭТФ 35, 823 (1958).
4. Belyaev S.T., Kgl. Dansk. Vid. Selsk. Mat.-Fys. Medd. 31, N 11, (1959).
5. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский. Ядерная физика 1, 13 (1965);
2, 615 (1965).
6. Mikhailov I.N., Jolos R.V., Acta Physica Polonica, 30, 237 (1966).
7. Balbutzev E.B., Jolos R.V., Mikhailov I.N., Acta Physica Polonica, 31, 371 (1967).
8. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский. ЖЭТФ 42, 1590 (1962).
9. Kisslinger L.S., Sorensen R.A., Rev. Mod. Phys., 35, 853 (1963).
10. А.С.Давыдов, Г.Ф.Филиппов. ЖЭТФ 35, 703 (1958).
11. Д.П.Гречухин. Ядерная физика 4, 691 (1966).
12. Возмущенные угловые корреляции, сб. под ред. Э.Карлссон, Э.Маттиас, К.Зигбан, М., Атомиздат, 1966, стр. 153-185.
13. Е.Б.Бальбуцев, Р.В.Джолос. Препринт ОИЯИ Е4-3286 (1967);
Программа и тезисы докладов XVIII ежегодного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, Рига, изд-во "Наука" 1968, стр. 146; Contributions International Conference on Nuclear Structure, Tokyo, Japan (1967);
4.42, p. 87. Ядерная физика, 7,790 (1968).

14. Е.Б.Бальбуцев, Р.В.Джолос. Препринт ОИЯИ Р4-3611 (1968).

Программа и тезисы докладов XVIII ежегодного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, Рига, изд-во "Наука" 1968, стр. 144.

15. Jolos R.V., Soloviev V.G. and Zheleznova K.M., Physics Letters 25, B393 (1967).

16. Jolos R.V., Proceedings of the VII Cracow School of Theoretical Physics, v. II, p.125 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
7 марта 1968 года.

Таблица 1

Экспериментальные и теоретические значения квадрупольных моментов первых 2^+ состояний

Изотопы	теор. $Q(2_1^+) (e \cdot 10^{-24} \text{ см}^2)$	эксп. $Q(2_1^+) (e \cdot 10^{-24} \text{ см}^2)$
^{98}Ru	- 0,6	
^{100}Ru	- 0,7	
^{102}Ru	+ 0,6	
^{104}Ru	+ 0,8	
^{104}Pd	- 0,7	
^{106}Pd	- 0,7	
^{108}Pd	- 0,8	
^{110}Pd	- 1,0	- 0,8 \pm 0,2
^{112}Cd	- 0,7	
^{114}Cd	- 0,7	- 0,6 \pm 0,2 ; - 0,7 \pm 2 ; - 0,5 \pm 0,2
^{116}Cd	- 0,5	- 0,9 \pm 0,3
^{116}Sn	+ 0,4	+ 0,6 \pm 0,3
^{124}Te	+ 0,7	
^{126}Te	+ 0,5	- 0,3 \pm 0,2
^{128}Te	+ 0,3	$0 > Q(2_1^+) > -0,4$
^{130}Te	+ 0,2	
^{130}Ba	- 1,1	- 1,1 \pm 0,3

Таблица 2

Сдвиги энергий $\hbar\omega_{\kappa,\lambda,\mu} - E_1(K^\pi)$ и вклады однофоновых компонент в норму низайших состояний с $K^\pi = 0^+, 0^-, 2^+$ в ^{158}Dy , ^{166}Er и ^{234}U ($[C_{\kappa_0}(\lambda_0, \mu_0)]^2$)

Изотопы	$K^\pi(\kappa_0, \lambda_0, \mu_0)$	$\hbar\omega_{\kappa_0, \lambda_0, \mu_0} - E_1(K^\pi)$ (кэВ)	$[C_{\kappa_0}(\lambda_0, \mu_0)]^2$
^{158}Dy	$0^+(I20)$	16	0,984
	$0^-(I30)$	2	0,998
^{166}Er	$0^+(I20)$	2	0,946
	$2^+(I22)$	3	0,995
^{234}U	$0^+(I20)$	12	0,987
	$0^-(I30)$	0,2	1,0

Здесь

$\hbar\omega_{\kappa,\lambda,\mu}$ - энергия фонона с моментом λ_0 , его проекцией μ_0 и номером κ_0 (соответствующим номеру корня секулярного уравнения метода приближенного вторичного квантования);

$E_1(K^\pi)$ - энергия низайшего вибрационного состояния с квантовыми числами: проекцией момента на ось симметрии ядра - K , четностью - π .

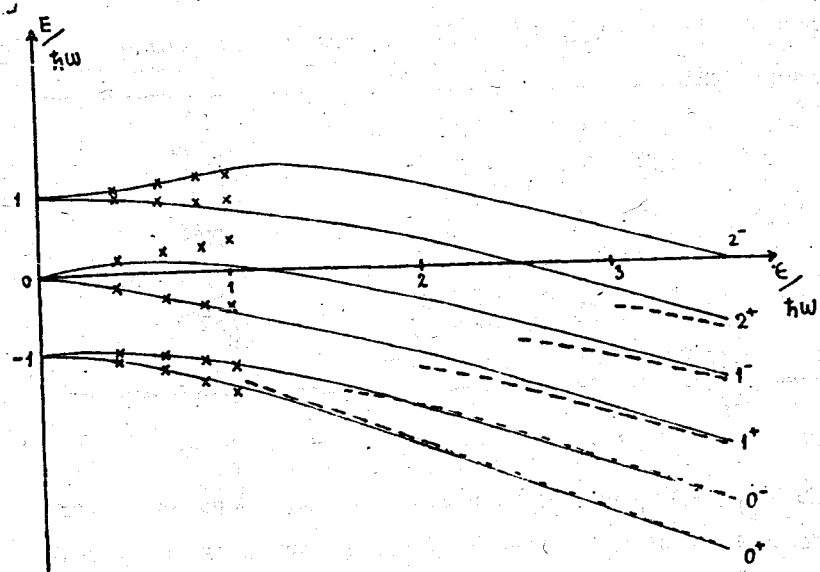


Рис. 1. Спектр низколежащих уровней системы при $\gamma/\hbar\omega = 1$ в зависимости от разности энергий невозмущенных квазичастичных уровней (сплошные кривые). Крестиками отмечены результаты приближения сильной связи (учитывались поправки до второго порядка), пунктирными кривыми — результаты теории возмущений.