198

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

3121

Дао Вонг Дык

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ТЕОРИИ СИММЕТРИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1967

Дао Вонг Дык

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ТЕОРИИ СИММЕТРИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

После работ [1,2] теория унитарной симметрии быстро развивается и приносит большие успехи. Эта теория возникла как расширение теории изотопической симметрии и как модификация старого варианта унитарной симметрии, предложенного в работах [3-5].

Настоящая диссертация посвящается некоторым исследованиям, связанным с теорией симметрии элементарных частиц. Диссертация состоит из трех глав.

В первой главе (§§ 2-7) рассматриваются некоторые следствия из симметрий $SU(3)$ [1,2] и $U(6,6)$ [6-8]. Главное место уделяется применению этих схем к электромагнитному взаимодействию. В § 2 приведены некоторые сведения, которые понадобятся в последующих параграфах.

В § 3 изучаются электромагнитные распады векторных мезонов [9]

$$\rho^0 \longrightarrow \mu^+\mu^-(e^+e^-) \tag{1}$$

$$\phi \longrightarrow \mu^+\mu^-(e^+e^-) \tag{2}$$

$$\omega \longrightarrow \mu^+\mu^-(e^+e^-) \tag{3}$$

в рамках схемы $SU(3)$. Следуя авторам работ [1,10], мы предполагаем, что векторные мезоны унитарного октета взаимодействуют с такими же сохраняющимися токами, что и изовекторный и изоскалярный электромагнитные токи. Это позволяет связать матричные элементы данных распадов с матричными элементами диаграмм собственной энергии соответствующих векторных мезонов. Были найдены явные выражения для вероятностей распадов (1) - (3), в которые входят константы связи g_ρ, g_ϕ и константы перенормировки массы ΔM^2_ρ, $\Delta M^2_{\phi^0}$.

В § 4 рассматривается [11] радиационный распад 1^+ - мезонов, которые недавно были обнаружены. Ясно, что 1^+-мезоны могут распадаться не на два, а на три (или больше) псевдоскалярных мезона. Однако, если их массы недостаточно велики, то в большинстве случаев указанные распады энергетически запрещены, и в таких случаях заслуживает внимания их радиационный распад

$$1^{+} \longrightarrow 0^{-} + \gamma. \tag{4}$$

Были найдены общие выражения для вероятности распада (4), а также соотношения между ширинами различных процессов в рамках схем SU(3) и SU(6) при разных предположениях о принадлежности 1^{+}-мезонов к тому или иному мультиплету и при разных предположениях о C-четности нейтральных 1^{+}-мезонов. Полученные результаты дают некоторую возможность для классификации новых найденных 1^{+}-мезонов.

В § 5 выводятся правила сумм [12] для констант связи $G(B^*, BP)$, где B^* — $\frac{3}{2}^{+}$ барион, B — $\frac{1}{2}^{+}$ барион, P — 0^{-} мезон, в рамках симметрий SU(3) и U(6,6) с учетом минимального нарушения. Найденные соотношения сопоставляются со значениями констант связи, взятыми из работы [13]. Оказывается, что эти значения хорошо удовлетворяют найденным правилам сумм (отклонение составляет в среднем 2,5%). Среди полученных соотношений есть [14]

$$\sqrt{6\gamma(Y^* \to \Sigma\pi)} = \sqrt{\frac{1}{2}\gamma(N^* \to N\pi)} + \sqrt{\gamma(\Xi^* \to \Xi\pi)} \tag{5}$$

$$\sqrt{\gamma(Y^* \to \Lambda\pi)} = \sqrt{\frac{3}{2}\gamma(Y^* \to \Sigma\pi)}, \tag{6}$$

которые связывают приведенные ширины наблюдаемых распадов. Соотношение (5) хорошо удовлетворяет экспериментальным данным, а соотношение (6) - несколько хуже.

Успех теории унитарной симметрии усиливает интерес к изучению электророждения и электромагнитного распада барионных резонансов. Это обусловлено тем, что, изучая эти процессы, можно при помощи той или иной схемы симметрии судить о структуре электромагнитных формфакторов барионов.

В § 6 выводятся общие выражения для сечения электророждения и вероятности электромагнитного распада $\frac{3}{2}^{+}$ - барионного резонанса [15]. В частности, для процесса

$$e^{-} + p \longrightarrow N^{*+} + e^{-} \tag{7}$$

мы имеем следующее выражение для дифференциального сечения в случае симметрии U (6,6):

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon_2 d\Omega} = \frac{1}{9}\left(\frac{e^2}{4\pi}\right)^2 |\mu_p f(k^2)|^2 \frac{m_p}{E_{N^*}}\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\left[1 + \frac{(m_p + m_{N^*})^2}{k^2}\right].$$

$$\frac{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \frac{k^2}{2}}{m_0^4} \cdot \frac{\delta(\epsilon_2 - \epsilon_2^0)}{1 + \frac{\epsilon_2^0 - \epsilon_1 \cos\theta}{E_{N^*}}}, \qquad (8)$$

где μ_p и $f(k^2)$ – магнитный момент и магнитный (саксовский) формфактор протона, m_p – масса протона, E_{N^*} и m_{N^*} – энергия и масса N^{*+}–бариона, ϵ_1 и ϵ_2 – энергия электрона в начальном и конечном состояниях, k – передаваемый импульс, m_0 – средняя масса барионного мультиплета. Поскольку $f(k^2)$ измерен в довольно широкой области передаваемых импульсов, можно провести сравнение выражения (8) с имеющимися экспериментами по электророждению π -мезонов. Ясно, что сравнение нужно проводить в области резонансного рождения. Были взяты экспериментальные сечения из работы /16/ и значения $f(k^2)$ из работы /17/. Оказывается, что формула (8) дает хорошее согласие для отношений сечений. Однако она дает правильные абсолютные значения сечений только при $m_0 \approx 1900\ (1 \pm 0{,}2)$ Мэв.

В § 7 рассматривается /18/ распад барионов ($\frac{1}{2}^+$ и $\frac{3}{2}^+$) и мезонов (0^- и 1^-) с образованием электронно-позитронной пары в рамках схемы U (6,6). Найдены выражения для энергетического спектра конечных бариона и мезона, которые можно непосредственно сравнить с опытом, привлекая экспериментальные данные по магнитному формфактору протона $f(k^2)$. Если же мы знаем аналитический вид $f(k^2)$, то из полученных выражений можно вычислить полную вероятность распада.

Наконец, следует отметить, что интересные результаты по электромагнитному взаимодействию были также получены в работах /19–22/ на основе модели кварков.

Вторая глава диссертации посвящается некоторым вопросам, связанным с теорией унитарных представлений некомпактной группы /23/. Как известно, старые схемы релятивизации SU(6) (SL(6,C) или U(6,6) несовместимы с условием унитарности S -матрицы. Они хорошо применимы к вершинным функциям и формфакторам, в то время как для процессов рассеяния в большинстве случаев они дают предсказания, несовместимые с экспериментальными данными. Для построения последовательной теории релятивизованной симметрии SU(6) нужно использовать такую группу G, что, с одной стороны, она содержала бы однородную группу Лоренца и группу SU(6) как подгруппы, а с другой стороны, обычные четырехмерные импульсы частиц реализовали бы неприводимые представления. Было доказано [32], что если мы потребуем, чтобы: а) существовали группы G, в которых спектр собственных значений оператора энергии ограничен снизу; б) спектр масс был дискретным; в) все квантовые числа, описывающие состояния частиц, за исключением трех компонент скорости, были измеримы для наблюдателя, находящегося в покое относительно частицы, то группа G должна быть полупрямым произведением группы Пуанкаре $\mathcal{P}$ и группы внутренней симметрии S, содержащей некоторую подгруппу SL(2,C). Было также доказано [33,34], что в теории симметрии с такой группой G условие унитарности S – матрицы соблюдается и можно ввести полевые операторы таким образом, чтобы имелась нормальная связь между спином и статистикой.

В § 9 излагаются основные положения при классификации частиц по унитарным (бесконечномерным) представлениям группы внутренней симметрии S. При этом были показаны два эквивалентных способа: пользоваться базисами, соответствующими зависящим от импульса p максимальным компактным подгруппам $S_c(p)$ группы S; или же пользоваться для всех импульсов базисами, соответствующими одной и той же общей максимальной компактной подгруппе S_c. Второй метод требует найти выражение матричного элемента конечного преобразования группы SL(2,C) для ее унитарных представлений.

Таким образом, прежде чем изучить следствия теории симметрии с группой G, мы должны решить некоторые основные задачи, среди которых:

изучение неприводимых унитарных представлений некомпактной группы внутренней симметрии и их расщепления на прямую сумму неприводимых конечномерных представлений максимальной компактной подгруппы группы S;

вычисление матричных элементов конечных преобразований группы SL(2,C) для ее унитарных представлений.

Эти задачи решаются в последующих параграфах (§§ 10-16) для группы SL(n,C). Здесь необходимо отметить, что теория унитарных представлений группы $SL(n,C)$ получила полное развитие в работе Гельфанда и Наймарка [35]. Теория Гельфанда и Наймарка является строгой теорией с математической точки зрения. Однако метод, используемый в их работе, не удобен для физических приложений. Здесь же мы используем другой метод, который оказывается более удобным для физических приложений, а именно метод однородных функций. В целях иллюстрации нашего метода большее место уделяется группе $SL(2,C)$, унитарные представления которой, а также расщепление этих представлений на конечномерные представления группы $SU(2)$ рассматриваются в §§ 10, 11. Для главной серии эти неприводимые унитарные представления реализуются в гильбертовом пространстве D_λ однородных функций двух комплексных переменных $f(z_1, z_2)$ степени однородности $\lambda = (\nu + \frac{i\rho}{2} - 1, -\nu + \frac{i\rho}{2} - 1)$, где ν – любое целое или полуцелое число, ρ – любое действительное число. Два представления $G_{\nu\rho}$ и $G_{\nu'\rho'}$ эквивалентны, если $\nu' = -\nu$, $\rho' = -\rho$. Базисный вектор $|\nu\rho; j\mu\rangle$ соответствующий состоянию со спином j и проекцией спина μ, имеет вид:

$$
\begin{aligned}
|\nu\rho; j\mu\rangle \longrightarrow f^{\nu\rho}_{j\mu}(z_1, z_2) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \{(2j+1)(j+\mu)!(j+\mu)!(j+\nu)!(j-\nu)!\}^{1/2} \cdot \\
&\cdot (z_1 \bar{z}^1 + z_2 \bar{z}^2)^{\frac{i\rho}{2} - 1 - j} \sum_d (-1)^d \{d!(j-\mu-d)!(\nu+\mu+d)!(j-\nu-d)!\}^{-1} \cdot \\
&\cdot (z_1)^{\nu+\mu+d} (z_2)^{j-\mu-d} (\bar{z}^1)^d (\bar{z}^2)^{j-\nu-d} .
\end{aligned} \tag{9}
$$

В § 12 выводится [23,36] выражение для матричного элемента $D^{\nu\rho}_{j\mu; j'\mu'}(g)$ конечного преобразования $g \in SL(2,C)$, который определяется как

$$
\begin{aligned}
&g \longrightarrow U_g \\
&U_g |\nu\rho; j\mu\rangle = \sum_{j'\mu'} D^{\nu\rho}_{j\mu; j'\mu'}(g) |\nu\rho; j'\mu'\rangle .
\end{aligned} \tag{10}
$$

Так как всякую матрицу $g \in SL(2,C)$ можно представить в виде $g = u_1 \epsilon u_2$, где u_1, u_2 – унитарные унимодулярные матрицы, соответствующие трехмерному вращению, $\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon^{-1} & 0 \\ 0 & \epsilon \end{pmatrix}$ и соответствует чистому вращению Лоренца в плоскости (x_3, x_4), то достаточно ограничиться нахождением только $D^{\nu\rho}_{j\mu; j'\mu'}(\epsilon)$. Результатом является

$$D^{\nu\rho}_{j\mu,j'\mu'}(\epsilon)=$$

$$=\delta_{\mu\mu'}\frac{1}{(j+j'+1)!}\left\{(2j+1)(2j'+1)(j+\mu)!(j-\mu)!(j+\nu)!(j-\nu)!(j'+\mu)!(j'-\mu)!(j'+\nu)!(j'-\nu)!\right\}^{1/2}$$

$$\cdot\sum_{d,d'}(-1)^{d+d'}\frac{(d+d'+\mu+\nu)!(j+j'-d-d'-\mu-\nu)!}{d!d'!(j-\mu-d)!(j'-\mu-d')!(\nu+\mu+d)!(\nu+\mu+d')!(j-\nu-d)!(j'-\nu-d')!}\cdot$$

$$\cdot\,\epsilon^{2(2d'+\mu+\nu+1+\frac{i\rho}{2})}\,F(j'+1+\frac{i\rho}{2},d+d'+\mu+\nu+1;j+j'+2;1-\epsilon^4)$$

В § 13 рассматривается пространственное отражение P для группы $SL(2,C)$. Было показано, что под действием P только пространство $D_{(\nu-1,-\nu-1)}(\rho=0)$ или пространство $D_{(\frac{i\rho}{2}-1,\frac{i\rho}{2}-1)}(\nu=0)$ переходит в себя, причем четности базисных векторов $f_{j\mu}$ отличаются между собой множителем $(-1)^j$.

От канонического базиса $f^{\nu\rho}_{j\mu}(z_1,z_2)$ мы переходим в § 14 к другому базису, элементы которого являются обобщенными спинорами для группы $SU(2,C)$:

$$f^{b_1b_2\ldots b_{j-\nu}}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_{j+\nu}}(z_1,z_2)=$$

$$=\sum_{s=0}^{j-\nu}(-1)^s\frac{(j-\nu)!(j+\nu)!(2j-s)!}{s!(j-\nu-s)!(j+\nu-s)!(2j)!}(z_\alpha\bar z^\alpha)^{\frac{i\rho}{2}-1-j+s}\,S\,\delta^{b_1}_{\alpha_1}\ldots\delta^{b_s}_{\alpha_s}z_{\alpha_{s+1}}\ldots z_{\alpha_{j+\nu}}\bar z^{b_{s+1}}\ldots\bar z^{b_{j-\nu}}. \qquad (12)$$

Матричные элементы для этих обобщенных спиноров выводятся в § 15.

Метод, развитый в предыдущих параграфах для группы $SL(2,C)$, затем обобщается в § 16 для изучения унитарных представлений группы $SL(n,C)$. Были построены в явном виде главная невырожденная серия и главная максимально вырожденная серия.

Третья глава диссертации посвящается изучению аналитических свойств и свойств перекрестной симметрии амплитуд рассеяния и вершинных функций в рамках теории симметрии с бесконечными мультиплетами /37/. В этой главе рассматривается также связь между теорией симметрии с бесконечными мультиплетами и квантовой теорией поля. Для простоты изложения в качестве группы внутренней симметрии рассматривается группа $SL(2,C)$. Сделанные выводы остаются в силе также и в общем случае.

Прежде чем приступить к изучению вершин и амплитуд рассеяния, мы должны построить в явном виде базисы унитарных представлений группы $SL(2,C)$, по которым классифицируются элементарные частицы. Группа $SL(2,C)$ содержит максимальную компактную подгруппу $SU(2)$. В предыдущих параграфах был построен канонический базис, соответствующий редукции $SL(2,C) \supset SU(2)$. Однако при изучении вершин и амплитуд рассеяния оказывается более удобно непосредственно использовать базис, соответствующий редукции $SL(2,C) \supset SU(2)_p$. Этот базис мы называем физическим базисом, построению которого посвящается § 17. Было доказано, что этот базис получается из выражения (12), если в нем проводится замена

$$z_\alpha \bar{z}^{\dot{a}} \longrightarrow z_\alpha \left(-\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\alpha}_{\dot{b}} \cdot \bar{z}^{\dot{b}} , \quad \delta^{b}_{\alpha} \longrightarrow \left(-\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\dot{b}}_{\alpha} , \tag{13}$$

где

$$\hat{p} = p_\mu \sigma_\mu , \qquad (\sigma_4)^{\alpha}_{\dot{b}} = (\sigma_4)^{\dot{\alpha}}_{b} = \delta_{\alpha b} , \; (\vec{\sigma})^{\alpha}_{\dot{b}} = -(\vec{\sigma})^{\dot{\alpha}}_{b} = -i(\vec{\sigma})_{\alpha b} , \tag{14}$$

$(\vec{\sigma})_{\alpha b}$ – элементы матриц Паули $\vec{\sigma}$.

В результате получаем

$$f^{\dot{b}_1 \dot{b}_2 \ldots \dot{b}_{j-\nu}}_{a_1 a_2 \ldots a_{j+\nu}}(p) = \sum_{s=0}^{j-\nu} (-1)^s \frac{(j-\nu)!(j+\nu)!(2j-s)!}{s!(j-\nu-s)!(j+\nu-s)!(2j)!} \left(z_\alpha \left(-\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\alpha}_{\dot{b}} \cdot \bar{z}^{\dot{b}}\right)^{\frac{i\rho}{2}-1-j+s} \cdot$$

$$\cdot \underset{(\alpha,b)}{S} \left(-\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\dot{b}_1}_{\alpha_1} \cdots \left(-\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\dot{b}_s}_{\alpha_s} z_{\alpha_{s+1}} \cdots z_{\alpha_{j+\nu}} \bar{z}^{\dot{b}_{s+1}} \cdots \bar{z}^{\dot{b}_{j-\nu}} . \tag{15}$$

Эти спиноры удовлетворяют условию

$$\left(\frac{i\hat{p}}{m}\right)^{\alpha_\ell}_{\dot{b}_k} \cdot f^{\dot{b}_1 \ldots \dot{b}_k \ldots \dot{b}_{j-\nu}}_{a_1 \ldots a_\ell \ldots a_{j+\nu}}(p) = 0 , \tag{16}$$

которое означает, что они описывают состояния с определенными спинами. Любой элемент $\chi_p(z)$ из гильбертова пространства, реализующего данное унитарное представление группы SL(2,C), можно представить в виде:

$$\chi_p(z) = \sum_j \chi^{a_1 a_2 \ldots a_{j+\nu}}_{\dot b_1 \dot b_2 \ldots \dot b_{j-\nu}}(p)\, f^{\dot b_1 \dot b_2 \ldots \dot b_{j-\nu}}_{a_1 a_2 \ldots a_{j+\nu}}(p), \tag{17}$$

причем коэффициенты $\chi^{a_1 a_2 \ldots}_{\dot b_1 \dot b_2 \ldots}(p)$ всегда можно выбрать так, чтобы они были симметричными относительно индексов каждого типа и удовлетворяли условию, аналогичному (16).

В § 18 рассматривается структура вершинных функций и матричных элементов процесса рассеяния. Эти величины выражаются через компоненты $\chi^{a_1 a_2 \ldots}_{\dot b_1 \dot b_2 \ldots}(p)$. Для простоты рассматривается трехлинейное взаимодействие некоторого бесконечного мультиплета с синглетом. Приведены явные выражения для матричных элементов $\langle j_2 | \Gamma(p_2, p_1) | j_1 \rangle$, соответствующих переходам $j_1 \to j_2$ между состояниями с нижними спинами. Имеем

– для перехода $j_1 = 0 \to j_2 = 0$:

$$\langle 0 | \Gamma(p_2, p_1) | 0 \rangle = f_0(p_1^2, p_2^2, k^2) \frac{1}{2\sqrt{\alpha^2-1}} \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2-1}}{\alpha - \sqrt{\alpha^2-1}} \phi(k) \chi^*(p_2) \chi(p_1), \tag{18}$$

– для перехода $j_1 = 1 \to j_2 = 0$:

$$\langle 0 | \Gamma(p_2, p_1) | 1 \rangle = f_0(p_1^2, p_2^2, k^2) \frac{4im^3}{\alpha^2-1} \left[1 - \frac{\alpha}{2\sqrt{\alpha^2-1}} \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2-1}}{\alpha - \sqrt{\alpha^2-1}} \right] \cdot \tag{19}$$

$$\cdot\, \phi(k) \chi^*(p_2) V_\mu(p_1) p_{2\mu},$$

– для перехода $j_1 = \frac{1}{2} \to j_2 = \frac{1}{2}$:

$$\langle \tfrac{1}{2} | \Gamma(p_2, p_1) | \tfrac{1}{2} \rangle = f_{1/2}(p_1^2, p_2^2, k^2) \frac{1}{2(\alpha+1)\sqrt{\alpha^2-1}} \left(\sqrt{\alpha + \sqrt{\alpha^2-1}} - \sqrt{\alpha - \sqrt{\alpha^2-1}}\right) \cdot$$

$$\cdot\, \phi(k) \bar\psi(p_2) \psi(p_1) \tag{20}$$

– для перехода $j_1 = \frac{3}{2} \to j_2 = \frac{1}{2}$:

$$\langle \tfrac{1}{2} | \Gamma(p_2, p_1) | \tfrac{3}{2} \rangle = f_{1/2}(p_1^2, p_2^2, k^2) \frac{1}{2im(\alpha+1)^2\sqrt{\alpha^2-1}} \left(\sqrt{\alpha + \sqrt{\alpha^2-1}} - \sqrt{\alpha - \sqrt{\alpha^2-1}}\right) \cdot$$

$$\cdot\, \phi(k) \bar\psi(p_2) \psi_\mu(p_1) p_{2\mu}, \tag{21}$$

где $\phi(k)$ – волновая функция синглета, $f(p_1^2, p_2^2, k^2)$ – произвольные формфакторы, $a \equiv -\frac{(p_1 p_2)}{m^2}$.

Таким образом, наряду с произвольными формфакторами $f(p_1^2, p_2^2, k^2)$, зависящими от динамики процессов, вершины содержат кинематические факторы, полностью определяемые свойствами симметрии. Динамические формфакторы обладают обычными аналитическими свойствами и свойствами перекрестной симметрии. Что касается кинематических факторов, то они удовлетворяют обычному правилу замены Лоу (при переходе из канала рассеяния в канал аннигиляции достаточно заменить $t \equiv -(p_1 - p_2)^2$ на $s \equiv -(p_1 + p_2)^2$), но они определяются только в физической области соответствующих процессов и их нельзя аналитически продолжать.

Для процесса упругого рассеяния синглета на спинорной частице $0 + \frac{1}{2} \longrightarrow 0 + \frac{1}{2}$ имеем следующий матричный элемент:

$$M(q_1, p_1; q_2, p_2) =$$

$$= A(s,t) \frac{\sqrt{2} m^3}{(4m^2 - t)\sqrt{t(t-4m^2)}} \left[\sqrt{2m^2 - t + \sqrt{t(t-4m^2)}} - \sqrt{2m^2 - t - \sqrt{t(t-4m^2)}} \right] \cdot \bar{\psi}(p_2) \psi(p_1),$$

где $A(s,t)$ – некоторая инвариантная амплитуда, определяющаяся динамикой процесса и обладающая обычными аналитическими свойствами. Здесь интересно отметить, что физические амплитуды не аналитичны по t в эллипсе Лемана. Формула (22) также показывает, что если π –мезон является синглетом, то в рассеянии π –мезона на нуклоне поляризация равна нулю, что не соответствует действительности. Таким образом, при классификации π –мезонов в рамках изложенной схемы необходимо также использовать бесконечный мультиплет.

В § 19 рассматривается связь между симметрией с бесконечными мультиплетами и квантовой теорией поля. Излагается схема /34,38/, в которой частицы из каждого бесконечного мультиплета описываются бесконечным числом спинорных (или тензорных) квантованных полей, преобразующихся по конечномерным неунитарным представлениям однородной группы Лоренца.

В последнем параграфе изучается связь между полученными в предыдущих параграфах результатами и возможностью построения лагранжиана локального взаимодействия. Ради простоты рассматривается трехлинейное взаимодействие между частицами из мультиплета с $\nu = 0$ и некоторым синглетом. В частности, часть лагранжиана, соответствующая взаимодействию трех частиц со спином 0, в x – представлении равна:

$$\mathcal{L}_{int}(x) = f \cdot \phi(x) \{ \chi^*(x) \Gamma(\Box) \chi(x) \}, \tag{23}$$

где

$$\Gamma(\Box) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \Box^k$$

$$\Box \equiv \left(\frac{\overrightarrow{\partial}}{\partial x_\mu} + \frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial x_\mu} \right)^2$$

$$C_k = \sum_{n=0}^{k} \sum_{\substack{a=0,\, b=0 \\ c=\frac{k}{2},\, \frac{k+1}{2}}}^{\infty} (-1)^{b+k} \binom{2c}{n} \frac{(2c-1)!!}{(2a+1)2^{k+c} m^{2k} b!\, c!(k-n)!} \frac{\Gamma(a+\frac{3}{2})\Gamma(1-2b)}{\Gamma(a+\frac{3}{2}-b)\Gamma(1-2b-k+n)}.$$

Лагранжиан взаимодействия (23) содержит бесконечное число производных, которые возникают именно из-за требования симметрии. Причина их возникновения заключается в следующем. Элементарные частицы, входящие в каждый бесконечный мультиплет группы $SL(2,C)$, классифицируются по неприводимым представлениям малой группы $SU(2)_p$. Для описания этих частиц в рамках квантовой теории поля мы должны ввести бесконечное число спиноров Баргмана-Вигнера

$$\psi^{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_m}_{\beta_1 \beta_2 \ldots \beta_n}(x)$$

$$= \frac{1}{2\pi^{3/2}} \int \{ \psi^{(+)\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_m}_{\beta_1 \beta_2 \ldots \beta_n}(p) e^{ipx} + \psi^{(-)\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_m}_{\beta_1 \beta_2 \ldots \beta_n}(p) e^{-ipx} \} \delta(p^2 + m^2) \theta(p^0)\, d^4 p. \tag{24}$$

Поскольку частицы с определенными спинами образуют канонический базис, соответствующий зависящей от p редукции $SL(2,C) \supset SU(2)_p$, то матричный элемент преобразования Фурье-компонент полевых операторов $\psi^{(\pm)\alpha_1 \ldots \alpha_m}_{\beta_1 \ldots \beta_n}(p)$ под действием $X \in SL(2,C)$ зависит от p и имеет вид

$$X \psi^{(\pm)\alpha_1 \ldots \alpha_m}_{\beta_1 \ldots \beta_n}(p) X^{-1} = \sum_{k,\ell} X^{\alpha_1 \ldots \alpha_m, \delta_1 \ldots \delta_\ell}_{\beta_1 \ldots \beta_n, \gamma_1 \ldots \gamma_k}(\pm p)\, \psi^{(\pm)\gamma_1 \ldots \gamma_k}_{\delta_1 \ldots \delta_\ell}(p), \tag{25}$$

а сами полевые операторы $\psi^{\alpha_1\alpha_2\ldots}_{\beta_1\beta_2\ldots}(x)$ подвергаются нелокальному преобразованию, касающемуся производных всех порядков. Лагранжиан взаимодействия может быть инвариантным относительно преобразования такого рода только в том случае, когда он содержит бесконечное число производных. Иначе говоря, причина возникновения бесконечного числа производных в лагранжиане заключается в том, что некомпактная группа симметрия является группой нелокальных преобразований квантованных полей, описывающих бесконечные мультиплеты данной группы. Таким образом, высшие симметрии с бесконечными мультиплетами несовместимы с обычными локальными свойствами квантованных полей. Группа симметрии представляет собой группу нелокальных преобразований, и инвариантность относительно этой группы требует своеобразной нелокальности взаимодействия.

Основные результаты диссертации изложены в работах /9,11,12,14,15,18,23,36,37/ 7 .

Литература

1. Gell-Mann M., Phys. Rev., 125, 1067 (1962).

2. Ne'eman Y., Nucl. Phys., 26, 222 (1961).

3. Sakata S., Prog. Theor. Phys., 16, 686 (1956).

4. М.А. Марков. Гипероны и К-мезоны, М-Л. 1958.

5. Okun L., Ann. Rev. Nucl. Sci., 9, 61 (1959).

6. Salam A., Delbourgo R. and Strathdee J., Proc. Roy. Soc., 284 A, 446 (1965).

7. Beg M. A. B. and Pais A., Phys. Rev., 137 B, 1514 (1965).

8. Sakita B. and Wali K. C., Phys. Rev. Lett., 14, 404 (1965).

9. Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу. Ядерная физика, 2, 529 (1965).

10. Sakurai J. J., Ann. Physics, 11, 1 (1960).

11. Дао Вонг Дык. Ядерная физика, 4, 843 (1966).

12. Дао Вонг Дык. Письма ЖЭТФ, 2, 227 (1965).

13. Goldstein G. R. and Lipshutz N. R., Preprint 1965.

14. Дао Вонг Дык, Препринт ОИЯИ Р-2237, Дубна 1965.

15. В.Б. Беляев, Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу. Доклады АН СССР, 167, 312 (1966)

16. Ohlsen G. G., Phys. Rev., 120, 584 (1960).

17. Salin P., Nuovo Cimento, 32, 521 (1963).

18. Дао Вонг Дык. Ядерная физика, 3, 545 (1966).
19. Н.Н. Боголюбов, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ, Д-1968, 1965.
20. Tavkhelidze A. N., High—Energy Physics and Elementary Particles, p. 753, 756, Trieste, 1965.
21. В.А. Матвеев, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ, Р-2524, Дубна 1965.
22. А.М. Балдин. Письма ЖЭТФ 3, 265 (1966).
23. Dao vong Duc, Nguyen van Hieu, Annals de l'Institut Henri Poincare (in print);
24. Fulton T., Wess T., Phys. Lett., 14, 57 (1965).
25. Ruhl L. W., Nuovo Cimento 37, 301 (1965).
26. Novozhilov Yu. V. and Terentjev I. A., Phys. Lett., 15, 86 (1965).
27. Kadyshevski V. G., Muradyan R. M., Tavkhelidse A. N., Todorov I. T., Phys. Lett., 15, 180 (1965).
28. Нгуен Ван Хьеу. Ядерная физика, 2, 517 (1965).
29. Нгуен Ван Хьеу, Я.А. Смородинский. Ядерная физика, 2, 543 (1965).
30. Bose S. K. and Shirokov Yu. M., Phys. Rev. Lett., 14, 398 (1965).
31. В.Г. Кадышевский, И.Т. Тодоров. Ядерная физика, 3, 1 (1965).
32. Budini P. and Fronsdal C., Phys. Rev. Lett., 14, 968 (1965).
33. Salam A. and Strathdee J., Preprint Trieste IC—5 (1966).
34. Nguyen van Hieu, Preprint Bucharest F. T. —62 (1966).
35. И.М. Гельфанд, М.А. Наймарк. Труды Математического института им. В.А. Стеклова XXXVI , 1950.
36. Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ Р-2777, Дубна 1966.
37. Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ Е2-2932, 1966.
38. Fronsdal C., Preprint Trieste IC—10 (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел
17 января 1967 г.