

E-912

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

В.Н. Ефимов

2816

К ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ НЕЙТРОНОВ НА ДЕЙТРОНАХ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель –
кандидат физико-математических наук

М.В. Казарновский

Дубна 1966

СЗУ6

E-912

В.Н. Ефимов

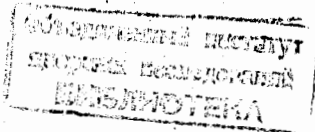
2816

К ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ НЕЙТРОНОВ НА ДЕЙТРОНАХ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель -
кандидат физико-математических наук

М.В. Казарновский



Квантово-механическая проблема трех взаимодействующих частиц представляет собой сложную математическую задачу, решение которой в настоящее время возможно лишь с привлечением приближенных методов. Трудности решения этой задачи существенно возрастают, если для описания взаимодействия нуклонов используются потенциалы, содержащие тензорные и спин-орбитальные компоненты и отталкивание на малых расстояниях. Однако нуклон-нуклонное рассеяние при малых энергиях и энергия связи дейтрона очень хорошо интерпретируются в предположении, что взаимодействие нуклонов характеризуется центральным потенциалом с простой радиальной зависимостью без отталкивательного кода. В связи с этим представляет определенный интерес использование простейших центральных потенциалов при решении частной задачи трех нуклонов - задачи о рассеянии медленных нейтронов на дейтронах.

В диссертации рассмотрено применение прямых методов математической физики: вариационного метода и метода Бубнова - Галеркина для вычисления длин a - d -рассеяния. Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные приводят к двум возможным наборам значений квартетной a_4 и дублетной a_2 длин a - d - рассеяния ^{/1/}:

$$I) a_4 = 6,38 \pm 0,06 f, \quad a_2 = 0,7 \pm 0,3 f,$$

$$II) a_4 = 2,6 \pm 0,2 f, \quad a_2 = 8,26 \pm 0,12 f.$$

В первой главе дается обзор теоретических работ по анализу рассеяния медленных нейтронов на дейтронах. Приведена таблица, в которой собраны результаты этих работ, подавляющее большинство из которых говорят в пользу набора I экспериментальных значений длин a - d -рассеяния.

Во второй главе диссертации рассматривается применение вариационного метода Рубинова ^{/2/} для фаз рассеяния к решению задачи о рассеянии медленных нейтронов на дейтронах в предположении, что взаимодействие нуклонов описывается центральным изотопически-инвариантным потенциалом. Экстремальное значение функционала, определяющего фазу рассеяния, отыскивается прямым методом Рунга. Пробные функции выбраны с учетом деформации дейтрона в процессе рассеяния и с учетом структуры и симметрии

спиновых и пространственных функций системы нейтрон-дейтрон. Состоянию $n-d$ системы с полным спином $S = 3/2$ соответствует одна спиновая функция, симметричная по спиновым переменным всех нуклонов, тогда как для состояния с полным спином $S = 1/2$ можно ввести две линейно-независимых спиновых функции, одна из которых симметрична, а другая антисимметрична относительно перестановки спинов двух нейтронов. В соответствии с этим для квартетного состояния введена одна пробная функция, антисимметричная по пространственным координатам двух нейтронов, а для дублетного состояния введены две независимые пробные функции: антисимметричная и симметричная по координатам нейтронов. Численные расчеты проведены для потенциала Гаусса, параметры которого согласованы с данными по $n-p$ - взаимодействию при малых энергиях. Для длин $n-d$ -рассеяния получены следующие значения ^{/3/}:

$$a_4 = 6,6f, \quad a_2 = 1.0f.$$

Показано, что на величину a_2 существенно влияет введение симметричных компонент в пробную функцию дублетного состояния. Это объясняется тем, что в дублетном состоянии принцип Паули не запрещает образования таких конфигураций, которые соответствуют относительному s -состоянию двух нейтронов и которые вносят наиболее существенный вклад в деформацию дейтрона.

Результаты вариационных расчетов использованы для вычисления по методу Шпруха и Розенберга ^{/4/} верхних границ точных значений длин рассеяния, соответствующих выравненному потенциалу. Получены следующие результаты ^{/5/}:

$$a_4 \leq 5,8f, \quad a_2 \leq 0,95f,$$

которые позволяют сделать вывод о том, что из двух возможных наборов экспериментальных значений длин $n-d$ -рассеяния наиболее предпочтительным является набор I. Следует заметить, что этот вывод основан на существенном предположении о том, что центральный потенциал типа Гаусса достаточно корректно описывает взаимодействие нуклонов при рассеянии медленных нейтронов на дейтронах. Однако кажется мало вероятным, что использование более реалистических потенциалов, учитывающих тензорные силы и отталкивательный кор, могло бы изменять результаты в такой степени, чтобы они оказались близкими к набору II экспериментальных значений.

Наряду с вариационным методом в диссертации рассматривается также применение метода Бубнова-Галеркина (БГ) ^{/7/} к решению задач двух и трех нуклонов. Третья глава диссертации посвящена решению с помощью метода БГ задачи двух нуклонов с центральным локальным взаимодействием ^{/7,8/}. При этом существенным образом используется короткодействующий характер ядерных сил и то обстоятельство, что в ядерном потенциале имеется только один уровень (реальный или виртуальный) с небольшой энергией. Это свойство ядерных сил приводит к тому, что при малых энергиях волновая функция в пределах потенциала меняется достаточно плавно (не осциллирует) и может быть хорошо

аппроксимирована степенным рядом с небольшим числом членов или небольшим числом некоторых полиномов. В связи с этим вводится полная система ортонормированных базисных функций, радиальные части которых берутся в виде полиномов, ортогональных с весом, определяемым радиальной зависимостью потенциала $x/$. Согласно методу БГ волновая функция отыскивается в виде ряда по системе базисных функций, коэффициенты которого определяются из интегрального уравнения Шредингера. Для коэффициентов разложения получается система линейных алгебраических уравнений, неоднородная для задачи о рассеянии и однородная в случае связанного состояния. Равенство нулю определителя однородной системы является уравнением для определения собственного значения — энергии связи дейтрона. Следует заметить, что при определении коэффициентов разложения из-за условия ортогональности базисных функций с весом потенциала само разложение волновой функции используется только в области действия потенциала. Вне этой области волновая функция определяется с помощью интегрального уравнения Шредингера.

Указанный выше выбор базисных функций приводит к тому, что нулевое приближение метода БГ соответствует замене волновой функции в области потенциала константой — ее средним значением по этой области. Решение задачи двух нуклонов с локальным потенциалом в нулевом приближении метода БГ оказывается тождественно совпадающим с точным решением этой задачи с нелокальным факторизующимся потенциалом Ямагучи ^{/8/}. Показано, что нулевое приближение метода БГ справедливо с точностью включительно до членов, линейных по радиусу взаимодействия r_0 и что при соответствующем предельном переходе оно приводит к известным выражениям для t — матрицы и волновой функции дейтрона в линейном приближении по r_0 ^{/10/}.

В общем случае применение метода БГ к задаче двух нуклонов дает для парной t — матрицы вне энергетической поверхности приближенное выражение, представляющее собой сумму слагаемых, факторизованных по входному и выходному импульсам. Число таких слагаемых определяется порядком приближения, т.е. числом базисных функций, используемых в разложении волновой функции. Показано, что приближенное выражение для t — матрицы удовлетворяет необходимым условиям симметрии и унитарности и для квадратично интегрируемых потенциалов оно сходится к точному значению, удовлетворяющему известному интегральному уравнению. Получены выражения для волновой функции дейтрона и радиальных амплитуд рассеяния, которые представляют собой фактически приближения по степеням отношения радиуса взаимодействия к характеристическому размеру системы. В качестве конкретного примера рассмотрен потенциал Юкавы, для которого рассчитаны зависимости от параметров потенциала энергии связи дейтрона, длины

^{x/} При этом предполагается, что радиальная зависимость потенциала взаимодействия двух нуклонов описывается знакопостоянной функцией от взаимного расстояния между нуклонами.

рассеяния и эффективного радиуса для ряда приближений метода БГ. Результаты показывают, что использование даже небольшого числа базисных функций (двух или трех) приводит к хорошему согласию с результатами более точных численных расчетов.

В четвертой главе диссертации рассмотрено применение метода БГ к решению нерелятивистской задачи трех нуклонов, взаимодействие которых характеризуется центральными локальными потенциалами ^{/7,11/}. Для простоты сначала рассмотрена система трех тождественных бесспиновых частиц. Для случая рассеяния одной частицы на связанном состоянии двух других введены следующие координаты: вектор \vec{s} между двумя частицами, образующими связанное состояние, и вектор \vec{r} между центром тяжести связанного состояния и падающей частицей. Для фурье-компоненты $\Psi(\vec{s}, \vec{q})$ волновой функции по переменной \vec{r} записывается интегральное уравнение, содержащее необходимые граничные условия и преобразованное с учетом симметрии волновой функции таким образом, что в интегральном члене потенциал и волновая функция зависят от одной и той же переменной \vec{s} . Затем, следуя методу БГ, функция $\Psi(\vec{s}, \vec{q})$ раскладывается в ряд по системе базисных функций, введенных в третьей главе и зависящих от переменной \vec{s} . Коэффициенты разложения в этом случае являются функциями от \vec{q} и удовлетворяют системе неоднородных интегральных уравнений, вытекающих из уравнения для $\Psi(\vec{s}, \vec{q})$. Для связанного состояния трех частиц имеет место система однородных интегральных уравнений.

Как и в случае двух нуклонов, разложение функции $\Psi(\vec{s}, \vec{q})$ используется только в области действия потенциалов, а вне этой области волновая функция определяется с помощью интегрального уравнения. Получены выражения через коэффициенты разложения для амплитуды рассеяния частицы на связанном состоянии двух других и для волновой функции системы трех частиц в импульсном представлении. Последнее выражение удовлетворяет необходимым условиям симметрии и имеет такую структуру, которая позволяет получить из системы интегральных уравнений для коэффициентов разложения замкнутое интегральное уравнение Фаддеева ^{/12/} для волновой функции, содержащее вместо потенциалов парные t -матрицы. Показано, что для центральных сил угловые переменные легко отделяются и для парциальных компонент коэффициентов разложения получается система одномерных интегральных уравнений.

Подробно рассмотрено нулевое приближение метода БГ. В этом случае уравнение для единственного коэффициента разложения совпадает с точным уравнением для волновой функции системы трех частиц, взаимодействие которых описывается нелокальным факторизующимся потенциалом Ямагучи ^{/8/}. Показано, что при соответствующем предельном переходе из уравнения нулевого приближения метода БГ вытекают уравнения в нулевом ^{/13/} и линейном ^{/10/} приближениях по радиусу взаимодействия r_0 .

Применение метода БГ в задаче трех реальных нуклонов принципиально не отли-

чается от случая трех бесспиновых частиц. Учет спина и изотопического спина нуклонов приводит лишь к некоторым алгебраическим осложнениям систем интегральных уравнений для коэффициентов разложения пространственных компонент полных волновых функций. Для этих компонент получены выражения, удовлетворяющие необходимым условиям симметрии, а также системы интегральных уравнений, являющиеся обобщением уравнения Фаддеева ^{/12/} на случай реальных нуклонов. Как и в бесспиновом случае, проведено отделение угловых переменных и получены системы одномерных интегральных уравнений для парциальных компонент коэффициентов разложения. Показано, что выражение для амплитуды упругого $n-d$ -рассеяния через коэффициенты разложения представляет собой фактически ряд по степеням малого параметра - отношения радиуса взаимодействия к радиусу дейтрона.

В пятой главе диссертации приводятся результаты решения уравнений, полученных в главе IV, для случая $n-d$ -рассеяния при нулевой энергии нейтрона и для связанного состояния трех нуклонов. Расчеты были проведены в нулевом и первом приближениях метода БГ для потенциала с обменными силами Сербера и с радиальной зависимостью типа Юкавы. Параметры потенциала в каждом приближении согласовывались с экспериментальными данными по $n-p$ -взаимодействию при малых энергиях: энергией связи дейтрона, триплетной и синглетной длинами рассеяния и синглетным эффективным радиусом.

Для состояния с полным спином $S = 3/2$ нулевое приближение метода БГ приводит к одному интегральному уравнению, первое приближение - к системе двух интегральных уравнений. В случае $S = 1/2$ нулевое и первое приближения приводят соответственно к системам двух и четырех интегральных уравнений. Для задачи о рассеянии эти уравнения неоднородны, а для задачи на связанное состояние - однородны. Системы интегральных уравнений решались путем замены их на конечные системы линейных алгебраических уравнений с помощью квадратурных формул Гаусса. Для квартетной длины $n-d$ -рассеяния a_4 получено значение $a_4 = 6,34f$, которое хорошо совпадает с экспериментальным значением $a_4 = 6,38 \pm 0,06f$ из набора I. Дублетная длина $n-d$ -рассеяния a_2 и энергия связи триния E_T были рассчитаны для нескольких значений синглетного эффективного радиуса r_{0s} . Для $r_{0s} = 2,51f$ получены следующие значения: $a_2 = -1,24f$, $E_T = 10,83$ мэв, которые значительно отличаются от экспериментальных значений $E_T = 8,48$ мэв и $a_2 = 0,7 \pm 0,3f$ из набора I. Причиной такого расхождения может служить то, что в расчетах был использован центральный потенциал Юкавы без учета тензорных сил и сил отталкивания на малых расстояниях. Показано, что если параметры синглетного потенциала выбрать так, чтобы они соответствовали значению $r_{0s} = 3,8f$ (вместо экспериментального значения $r_{0s} = 2,51 \pm 0,11f$), то для a_2 и E_T получаются значения $a_2 = 0,86f$ и $E_T = 8,52$ мэв, очень близкие к эксперименту. Этот результат

указывает на то, что феноменологический потенциал, дающий правильное значение энергии связи триния, приводит также к правильному значению дублетной длины $a-d$ -рассеяния.

В конце главы V обсуждается вопрос о сходимости метода БГ в применении к задаче трех нуклонов и делается вывод о том, что этот метод является сходящимся процессом по крайней мере в случаях связанного состояния и рассеяния нейтрона с нулевой энергией на дейтроне. Следует заметить, что по результатам решений в нулевом и первом приближениях нельзя сделать вывод о характере сходимости приближенных решений. Можно лишь предположить, что сходимость не будет существенно хуже, чем в случае двух нуклонов, т.е. что разности между двумя последовательными приближениями будут достаточно быстро убывать с ростом порядка приближения.

Диссертация содержит два приложения. В приложении I приведены некоторые математические выражения, касающиеся применения вариационного метода Рубинова к вычислению длин $a-d$ -рассеяния. В приложении II рассматривается применение метода БГ к задаче двух нуклонов с центральным потенциалом, содержащим твердый отталкивательный кор.

Материал диссертации опубликован в работах /3,5,8/ и в докладах, представленных на Международный конгресс по ядерной физике (Париж, июль 1964 г.) /7/ и на Международную конференцию по исследованию структуры ядер с помощью нейтронов (Антверпен, июль 1965 г.) /11/.

Л и т е р а т у р а

1. D.G. Hurst and J. Alcock: Can J. Phys., 29, 36 (1951).
2. S.J. Rubinow. Phys. Rev., 98, 183 (1955).
3. В.Н. Ефимов. ЖЭТФ, 35, 137 (1958).
4. L. Spruch and L. Rosenberg. Phys. Rev., 117, 1095 (1960).
5. В.Н. Ефимов. Препринт ОИЯИ, Р-1213, Дубна, 1963.
6. С.Г. Михлин. Вариационные методы в математической физике. ГИТТЛ, Москва, 1957.
7. V.N. Efimov. Comptes Rendus du Congrès International de Physique Nucleaire, v. II, p.258, Paris, 1964.
8. В.Н. Ефимов. Препринт ОИЯИ, Р-2546, Дубна, 1966.
9. Y. Yamaguchi. Phys. Rev., 95, 1628 (1954).
10. Г.С. Давылов. ЖЭТФ, 43, 1424 (1962).
11. В.Н. Ефимов. Сборник докладов, представленных на Международную конференцию по исследованию структуры ядер с помощью нейтронов (Антверпен, июль 1965), стр. 35, Препринт ОИЯИ Е-2214, Дубна, 1965.

12. Л.Д. Фаддеев. ЖЭТФ, 39, 1459 (1960).

13. Г.В. Скорняков и К.А. Тер-Мартirosян. ЖЭТФ, 31, 775 (1956).

Рукопись поступила в издательский отдел
30 июня 1966 г.