ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

П. Винтерниц

2680

ГРУППА ЛОРЕНЦА И РЕЛЯТИВИСТСКИЕ СИММЕТРИИ В ТЕОРИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель –
доктор физико-математических наук
профессор Я.А. СМОРОДИНСКИЙ

Дубна 1966

П. Винтерниц

2680

ГРУППА ЛОРЕНЦА
И РЕЛЯТИВИСТСКИЕ СИММЕТРИИ
В ТЕОРИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель –
доктор физико-математических наук
профессор Я.А. СМОРОДИНСКИЙ

В классической и квантовой физике и в особенности в теории элементарных частиц широко используется теория групп для описания геометрических и динамических симметрий физических систем. Как геометрические симметрии, связанные со свойствами обычного пространства-времени, так и динамические симметрии, связанные с определенными взаимодействиями, играют большую роль в физике. С одной стороны, они могут служить проверкой допустимости конкретных динамических теорий, с другой стороны, с их помощью можно получить ряд следствий, не зная конкретного вида взаимодействия, только предполагая, что законы природы согласуются с принципами инвариантности. Важная область применения групп симметрии связана с разложением физических величин, например амплитуд рассеяния, в ряды и интегралы по базисным функциям представлений этих групп с тем, чтобы максимально использовать свойства инвариантности для решения задачи, получить приближения типа теории возмущений, исследовать свойства аналитичности, продолжать амплитуды в другие каналы и нефизические области и т.п.

Глава I диссертации посвящена одной из проблем применения геометрических симметрий в теории элементарных частиц, а именно, инвариантным разложениям релятивистских амплитуд по функциям, образующим базис для представлений группы Лоренца.

В общем виде проблема об инвариантных разложениях была поставлена в работе Виленкина и Смородинского /1/, где было показано, что для бесспиновых частиц разложения по базисным функциям неприводимых бесконечномерных представлений группы Лоренца можно получить, разлагая соответствующие амплитуды по собственным функциям оператора Лапласа в пространстве Лобачевского релятивистских скоростей. В /1/ изучен оператор Лапласа в четырех системах координат, построены полные наборы его собственных функций, которые отнормированы с помощью методов интегральной геометрии. В связи с полученным разложениями возник ряд проблем, часть которых решена в главе I диссертации.

В § 2 рассмотрена связь инвариантных разложений с теорией четырехмерного момента количества движения /2,3/. Подробно исследованы системы координат, введенные в /1/, показана их связь с переменными Мандельстама s, t, u, выписаны во всех четырех системах координат компоненты момента количества движения и показано, что разделение переменных в этих системах координат связано с диагональностью определенных полных наборов коммутирующих операторов, являющихся инвариантами подгрупп группы Лоренца. Найдены классические величины, соответствующие этим операторам, и электромагнитные потенциалы полей, в которых они являются интегралами движения.

В § 3 найдены все, с точностью до сопряженности, непрерывные подгруппы однородной группы Лоренца и исследованы их инварианты [4]. Доказано следующее утверждение: каждому разбиению группы Лоренца на подгруппы, обладающие инвариантами, соответствует одна координатная система, в которой лапласиан на гиперболоиде допускает разделение переменных. Известно [5], что существует 34 системы, в которых разделяются переменные; здесь, исследуя подгруппы группы Лоренца, получаем 7 из них, т.е. все, обладающие одним центром, и только эти. Если цепочка подгрупп заканчивается однопараметрической подгруппой пространственных вращений, то получаем четыре системы, рассмотренные в § 2. Перечислим здесь цепочки подгрупп и соответствующие системы координат:

1. Трехмерная и двухмерная группа вращений приводят к сферической системе S, в которой диагональны $L^2 = L_1^2 + L_2^2 + L_3^2$ и L_1 (здесь и дальше L_i, $K_i (i=1,2,3)$– генараторы пространственных и гиперболических поворотов, соответственно).

2. Трехмерная группа Лоренца, в которой всегда диагонален оператор $K_1^2 + K_2^2 - L_3^2$, может быть дальше разбита тремя способами:

а) гиперболическая система H –диагонален L_3 ;

б) гиперболическая система L (Лобачевского)– диагонален K_1 ;

в) гиперболическо–орисферическая система HT – диагонален $K_2 - L_3$.

3. Группа движений евклидовой плоскости, в которой диагонален инвариант
$O^2 = (L_1 + K_2)^2 + (L_2 - K_1)^2$:

а) орисферическая система 0 – диагонален еще L_3 ;

б) орисферическо–трансляционная система OT – диагональны $L_1 + K_2$, $L_2 - K_1$.

4. Двухпараметрическая группа трансляций на цилиндре; диагональность операторов L_1, K_1 приводит к цилиндрической системе координат C.

Разработан простой графический метод, описывающий разбиение на подгруппы, и даны правила, согласно которым с помощью этих графиков сразу можно описать геометрически системы координат и выписать собственные функции в различных системах.

В § 4 рассмотрен вопрос об остальных (эллиптических) системах координат, в которых разделяются переменные в уравнении Лапласа. Рассмотрен более простой случай группы движения евклидовой плоскости [4] и показано, что любой системе координат K, допускающей разделение переменных в уравнении $\Delta\psi = \lambda\psi$, где, Δ –лапла-

сиан на евклидовой плоскости, можно сопоставить линейный самосопряженный оператор L_k, являющийся однородным квадратичным полиномом в генераторах E_2. Оператор L_k определяется однозначно (с точностью до линейной комбинации с Δ) требованием его диагональности на системе функций, разделенных в K. Если K пробегает все системы координат, допускающие разделение, то L_k пробегает все линейные самосопряженные дифференциальные операторы второго порядка, коммутирующие с Δ.

Обсуждается вопрос о физическом смысле диагональных операторов. Дальнейшее исследование (которое не вошло в данную диссертацию) показало, что они тесно связаны с так называемыми высшими симметриями в квантовой и классической механике.

Главы II и III посвящены вопросам, связанным с релятивистским объединением групп геометрической и динамической симметрии в теории элементарных частиц, а именно, с применением групп SL(6,C) и U(6,6) к коллинеарным процессам. Эти группы были предложены независимо рядом авторов (см. [6-8], обзоры [9,10] и цитированные там работы) в качестве релятивистских обобщений симметрии SU(6) . В отличие от изотопической инвариантности или унитарной симметрии, которые в некотором идеализированном пределе можно считать точными симметриями, группы SL(6,C) и U(6,6) обладают одной особенностью: даже уравнение Дирака для свободных частиц неинвариантно по отношению к этим группам. Уравнение Дирака для кварков и аналогичные уравнения Фирца–Паули или Баргманна–Вигнера можно записать формально в инвариантном виде, вводя многомерные импульсы, преобразующиеся по присоединенным представлениям соответствующих групп. Тогда амплитуды процессов распада, рассеяния и рождения частиц, барионные и мезонные токи и т.п. могут содержать как регулярные инварианты, построенные из одних волновых функций частиц, так и нерегулярные, зависящие явно и от введенных многомерных импульсов. Эти нерегулярные инварианты во многих работах опускались, что привело для процессов рассеяния к противоречию с экспериментом (например, в [11] получено, что поляризация гиперона в реакции $K^- p \to \Xi^- K^+$ равна нулю, в то время как эксперимент дает ≈ 0,8). В той же работе [11] и ряде других отмечено, что с учетом только регулярных инвариантов "физическая" матрица рассеяния, полученная после редукции высшей симметрии к подгруппе SU(3) × L , противоречит условию унитарности. Однако с введением нерегулярных структур вопрос существенно усложнился и, на наш взгляд, не получил окончательного решения.

Фактически все успехи групп высших симметрий связаны с рассмотрением коллинеарных процессов. Следовательно, имеет смысл отказаться от требования SL(6,C)– или U(6,6) – симметрии, в целом" и требовать инвариантности только для коллинеарных процессов. Это означает переход от указанных групп к их "коллинеарным" подгруппам $[SU(3) \times SU(3)]_{coll}$ или $SU(6)_W$ [12,13]. Вопрос об унитарности потом уже столь остро не стоит (так как условие унитарности подразумевает интегрирование по всему пространству).

С этой точки зрения очень полезно рассмотреть последовательно все возможные коллинеарные процессы. Этой программе был посвящен цикл работ, часть из которых вошла в главы II и III диссертации. При этом мы везде применяем технику группы $SL(6,C)$ или $U(6,6)$ с учетом всех регулярных и нерегулярных инвариантов, и нетрудно видеть, что получающиеся при этом выражения инвариантны относительно соответствующих коллинеарных подгрупп.

В главе II рассмотрен мезонный электромагнитный ток в предположении различных симметрий.

В §§ 1 и 2 коротко, в удобной для сравнения форме повторяются выводы относительно мезонного тока, которые были получены в литературе на основе $SU(3)$- и $SU(6)$- симметрий (см. обзор Нгуен Ван Хьеу /13/ и цитированную там литературу).

В § 3 рассмотрен ток в нарушенной симметрии $SL(6,C)$ /14/. Показано, что мезонный ток, удовлетворяющий требованиям эрмитовости, сохранению векторного тока, сохранению четности и C -инвариантности и преобразующийся как спиноры $I^{\dot A}_B$, $I^A_{\dot B}$ относительно группы $SL(6,C)$, зависит от пяти формфакторов. В "физический" ток дают вклад только три комбинации из них:

$$
\begin{aligned}
<p|j_\mu|q> = (f_1 + \frac{k^2}{2\mu^2} f_2)\, i\ell_\mu (\phi^+\phi_F \Lambda) + \\
\{(f_1 + \frac{k^2}{2\mu^2} f_3)\, i\ell_\mu (\xi^+\xi) + (-f_1+f_2+f_3)[\xi^+_\mu (ik\xi) - \xi_\mu (ik\xi^+)] - \\
- \frac{f_3}{\mu^2}\, i\ell_\mu (k\xi^+)(k\xi)\}(V^+ V_F \Lambda) + \\
+ \frac{1}{2\mu} (f_1 - f_2 - f_3)\, \epsilon_{\rho\tau\nu\mu}\, k_\rho \ell_\tau [\xi^+_\nu (V^+\Phi_D \Lambda) - \xi_\nu (\phi^+ V_D \Lambda)] ,
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где $\ell = p+q$, $k = p-q$ (q, p - начальный и конечный импульс мезона), μ -масса мезона, ϕ и V - унитарные матрицы октета псевдоскалярных и нонета векторных мезонов, ξ -вектор поляризации векторного мезона и $\phi^+\phi_F\Lambda = Sp(\phi^+\phi\Lambda - \phi\phi^+\Lambda)$. $\phi^+ V_D \Lambda = Sp(\phi^+ V\Lambda + V\phi^+\Lambda)$, где Λ - зарядовая матрица в $SU(3)$.

Отсюда видно, что в $SL(6,C)$ -симметрии один и тот же формфактор $f = -f_1 + f_2 + f_3$ определяет вероятность радиационного распада векторных мезонов и их магнитные моменты.

В § 4 рассмотрен ток в нарушенной симметрии $U(6,6)$ /15/. Ток, преобразующийся по присоединенному представлению $U(6,6)$, зависит после учета всех дополнительных условий от 4 формфакторов. "Физический" матричный элемент тока зависит от двух комбинаций и получается из (1), если положить $f_2 = f_3$. Таким образом, вдобавок к предсказаниям $SL(6,C)$ -симметрии получается, что электрические формфакторы для псевдоскалярных и векторных мезонов равны друг другу.

В § 5 сравнены предсказания, вытекающие из симметрии $SU(3)$, $SU(6)$, $SL(6,C)$ и $U(6,6)$, и обсуждена возможность экспериментальной проверки. Большинство предсказаний для радиационных распадов векторных мезонов или скалярного χ -мезона вытекает из $SU(3)$ (с учетом $\phi\omega$ -смешивания), остальные из $SU(6)$ и вследствие этого не может служить проверкой высших симметрий. Поэтому предлагается исследовать рождение мезонных пар в опытах со встречными электрон-позитронными пучками. Приведено выражение для сечения этого процесса в $U(6,6)$ -симметрии /15/.

Глава III посвящена двухмезонной аннигиляции антипротона на нуклоне в различных схемах симметрии.

В § 1 получена амплитуда для аннигиляции барион-антибарионной пары /16/ в два октетных или синглетных псевдоскалярных или векторных мезона из любого начального состояния в предположении унитарной симметрии. Подробно рассмотрен случай аннигиляции в покое антипротона на нуклоне, к которому относится большинство экспериментальных данных, и получены соотношения между амплитудами конкретных процессов, различая, там где это нужно, аннигиляцию из $^1S_0$- и $^3S_1$- состояний начальной пары. Отмечено, что большинство соотношений вытекает прямо из изотопической инвариантности сильных взаимодействий и что из $SU(3)$ вытекают только два сложных соотношения между амплитудами типа

$$
\begin{aligned}
4<K^0 \bar K^{0*}|p\bar p\, ^3S_1> + \sqrt{3}\,[<\pi^0\phi|p\bar p> + <\eta\rho^0|p\bar p>] - \\
-3<\eta\phi|p\bar p> - <\pi^0\rho^0|p\bar p> = 0 ,
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

для проверки которых не хватает экспериментальных данных (начальное $^1S_0$- или $^3S_1$-состояние различаем только для процессов, разрешенных из обоих состояний; $\phi\omega$ - смешивание не учтено).

В § 2 к двухмезонной аннигиляции в покое применена симметрия $SL(6,C)$ /17/. Показано, что несмотря на то, что "физический" матричный элемент зависит от 11 произвольных констант, возникает целый ряд соотношений между амплитудами и сечениями конкретных процессов. Из-за недостатка экспериментальных данных только часть из них может быть сравнена с опытом, а именно, соотношение между амплитудами рождения двух псевдоскалярных мезонов:

$$
<K^+K^-|p\bar p> = <\pi^+\pi^-|p\bar p> + <K^0\bar K^0|p\bar p> \qquad (3)
$$

и между сечениями (поделенными на фазовый объем) процессов $p\bar p$ аннигиляции:

$$
\sigma_{\pi^+\rho^-} - \sigma_{\pi^0\rho^0} = \frac{1}{81}[56\sigma_{K^+K^-} - 7\sigma_{\pi^+\pi^-} + 8\sigma_{K^0\bar K^0}] , \qquad (4)
$$

$$
3\sigma_{K^+K^{*-}} - 48\sigma_{\bar K^0 K^{0*}} = 17\sigma_{K^+K^-} - 22\sigma_{\pi^+\pi^-} - 46\sigma_{K^0\bar K^0}] . \qquad (5)
$$

Все эти соотношения очень хорошо выполняются. Кроме того, в $SL(6,C)$ -симметрии возникает ряд специфических запретов:

$$\sigma_{\omega\phi} = \sigma_{\rho^0\phi} = \sigma_{\pi^0\phi} = \sigma_{\eta\phi} = 0. \qquad (6)$$

Эти процессы, действительно, не наблюдаются.

Результаты, полученные в $SL(6,C)$ -симметрии, сравнены с результатами, полученными другими авторами в $SU(6)$ с введением импульсного шпуриона [20] и в $[SU(3) \times SU(3)]_{coll}$ [21].

В § 3 рассмотрены следствия $U(6,6)$ -симметрии для данного процесса. После учета требования бозе-статистики для мезонов и C - инвариантности в амплитуды входит единственная произвольная постоянная, и соответствующий матричный элемент можно записать в виде

$$\begin{aligned}
M = g\{ & 3\bar{\psi} i\hat{q}\psi [b^+ b(\phi_1\phi_2)_F - bb^+(\phi_1\phi_2)_F] - \\
& - \frac{i\mu}{m}\bar{\psi}\gamma_5\psi\{(q\xi_1)[b^+ b(V_1\phi_2)_F + 5bb^+(V_1\phi_2)_F] - (q\xi_2)[1 \rightleftarrows 2]\} \\
& - \frac{1}{2m}\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\, p_\mu q_\nu \bar{\psi}\gamma_\rho\psi\{\xi_{1\lambda}[b^+ b(V_1\phi_2)_D + 5bb^+(V_1\phi_2)_D - 2(b^+ b)(V_1\phi_2)] - \xi_{2\lambda}[1 \rightleftarrows 2]\} \\
& + \frac{1}{2m}\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\, p_\mu q_\nu\, \xi_{1\lambda}\xi_{2\rho}\bar{\psi}\gamma_5\psi[b^+ b(V_1V_2)_D + 5bb^+(V_1V_2)_D - 2(b^+ b)(V_1V_2)] + \\
& + 3\bar{\psi} i\hat{q}\psi(\xi_1\xi_2)[b^+ b(V_1V_2)_F - bb^+(V_1V_2)_F] - \\
& - \frac{1}{2(m^2-\mu^2)}\bar{\psi} i\hat{q}\psi(q\xi_1)(q\xi_2)[(3+\frac{\mu}{m})b^+ b(V_1V_2)_F + (-3+5\frac{\mu}{m})bb^+(V_1V_2)_F] + \\
& + \frac{i\mu}{m}[\bar{\psi}\hat{\xi}_1\psi(q\xi_2) + \bar{\psi}\hat{\xi}_2\psi(q\xi_1)][b^+ b(V_1V_2)_F + 5bb^+(V_1V_2)_F]\} ,
\end{aligned} \qquad (7)$$

где m, μ -средние массы в барионном и мезонном мультиплетах.

Вычислив с помощью (7) сечение данного процесса, получаем соотношения между сечениями, приведенные для $p\bar{p}$ - аннигиляции в таблице 1.

В § 4 проведено сравнение предсказаний различных симметрий между собой и с опытом [16]. Показано, какие условия нужно наложить на матричный элемент перехода, полученный в унитарной симметрии, чтобы он стал инвариантным по отношению к

$SL(6,C)$ и к $U(6,6)$. Отмечено, что многие предсказания, вытекающие из $U(6,6)$, резко противоречат эксперименту (особенно соотношения, содержащие K-или K^* -мезоны нарушаются на порядок и больше). Следовательно, полученные результаты можно считать сильным аргументом в пользу группы симметрии $SL(6,C)$ и ее коллинеарной подгруппы $[SU(3) \times SU(3)]$ и против группы $U(6,6)$ и ее коллинеарной подгруппы $SU(6)_W$.

Следовательно, было бы очень желательно получить новые данные о двухмезонной аннигиляции в покое и провести сравнение с другими соотношениями, вытекающими из $SL(6,C)$ и полученными в диссертации.

Ситуация несколько усложняется тем, что в эти соотношения входят частицы с сильно отличающимися массами и что, следовательно, неучтенное нами нарушение симметрии $SU(3)$ может оказаться существенным при сравнении с опытом. От этих проблем можно избавиться, если сравнивать с опытом предсказания, касающиеся одной и той же реакции, однако это требует выполнения более сложных (поляризационных) опытов. В частности, очень полезно с этой точки зрения было бы исследование зависимости полного сечения от начальной поляризации барионов (аннигиляция поляризованного антипротона на поляризованной протонной мишени). Вопрос о зависимости полного сечения на начальной поляризации и подобные вопросы обсуждены, например, в [22,23].

Диссертация включает три приложения, в которых доказаны некоторые математические теоремы из главы I.

В приложении 1 дано доказательство критерия сопряженности двух элементов из алгебры Ли группы Лоренца.

В приложении 2 рассмотрены три класса из найденных подгрупп группы Лоренца и доказано, что они не обладают инвариантом никакого порядка. Остальные подгруппы обладают линейными и квадратичными инвариантами, найденными в главе I.

В приложении 3 дана классификация квадратичных полиномов, симметричных в генераторах группы движения евклидовой плоскости. Доказано, что их можно разбить на четыре класса, которым соответствуют декартовские, полярные, параболические и эллиптические координаты.

Основные результаты, вошедшие в диссертацию, опубликованы в работах [2-4,14-18].

Литература

1. Н.Я. Виленкин, Я.А. Смородинский. ЖЭТФ, 46, 1793 (1964).
2. J.A.Smorodinsky, M.Uhlíř, P.Winternitz. Preprint E-1591, Dubna, 1964.
3. П. Винтернитц, Я.А. Смородинский, М. Углирж. Ядерная физика, 1, 163 (1965).

4. П. Винтерниц, И. Фриш. Ядерная физика, 1, 889 (1965).

5. М.П. Олевский. Математический сборник, 27, 379 (1950).

6. W.Rühl. Nuovo Cim., 37, 301, 319 (1965).

7. Нгуен ван Хьеу. Ядерная физика, 2, 517 (1965).

8. A.Salam, R.Delbourgo, J.Strathdee. Proc. Roy. Soc. 284, A146 (1965).

9. W.Rühl. Proceedings of the Seminar on High Energy Physics and Elementary Particles, Trieste, 1965.

10. A.Salam. Proceeding of the Seminar on High Energy Physics and Elementary Particles, Trieste, 1965.

11. R.Blanckenbecler, M.Goldberger, K.Johnson, S.B. Treiman. Phys. Rev.Lett., 14, 518 (1965).

12. Д.В. Волков. ЖЭТФ, письма, 1, № 6, 9 (1965).

13. H.J.Lipkin, S.Meshkov. Phys. Rev. Lett., 14, 670 (1965).

14. P. Winternitz, A.L.Zubarev, A.A.Makarov. Preprint E-2475, Dubna, 1965; Ядерная физика, 4 (1966) (в печати).

15. П. Винтерниц, А.А. Макаров, Нгуен Ван Хьеу, Л.Г. Ткачев, М. Углирж. Ядерная физика, 3, 722 (1966).

16. П. Винтерниц, А.А. Макаров, Нгуен Ван Хьеу. Направлено в Fortschritte der Physik.

17. П. Винтерниц, А.А. Макаров. Препринт ОИЯИ, Р-2547, Дубна, 1966. Направлено в Ядерную физику.

18. П. Винтерниц, А.А. Макаров, Нгуен Ван Хьеу, Л.Г. Ткачев, М. Углирж. Ядерная физика, 3, 541 (1966).

19. Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ, 2571, Дубна, 1966.

20. W.Alles, E.Borchi, G.Martucci, R.Gatto. Phys.Lett., 17, 328 (1965)

21. F.Buccella, R.Gatto. Nuovo Cim., 40, 684 (1965).

22. П. Винтерниц. ЖЭТФ, 46, 2108 (1964).

23. П. Винтерниц, Ф. Легар. Препринт ОИЯИ, Р-2426, Дубна, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 апреля 1966 г.

Таблица

$p\bar{p}$ - аннигиляция на два мезона согласно симметрии U(6,6)

Процесс	Усредненный квадрат матричного элемента	Сечение (принят во внимание фазовый объем)
$\pi^+\pi^-$	I	I
K^+K^-	4	3,4
$K^0\bar{K}^0$	I	0,85
$\rho^+\rho^-$	I4	9,2
$\rho^0\rho^0$	I	0,48
$K^{+*}K^{-*}$	23	7,9
$K^{0*}\bar{K}^{0*}$	3,6	I,2
$\omega\omega$	I	0,56
$\rho^0\omega$	I	0,36
$\pi^+\bar{\rho}, \pi^-\rho^+$	4,3	3,9
$K^+\bar{K}^{-*}, K^-K^{+*}$	5,3	4,2
$K^0\bar{K}^{0*}, \bar{K}^0K^{0*}$	0,44	0,3
$\eta\rho^0$	I,9	I,3
$\chi\rho^0$	3,7	I,5
$\pi^0\rho^0$	2	I,7
$\chi\omega$	I,3	0,5
$\eta\omega$	0,66	0,46
$\pi^0\omega$	5,5	4,6
$\pi^0\phi, \eta\phi, \chi\phi, \rho^0\phi, \omega\phi, \phi\phi$	запрещены	