

С 843
П-295

И. Ж. Петков

2605

**ВОПРОСЫ УПРУГОГО И НЕУПРУГОГО РАССЕЙНИЯ
ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1966

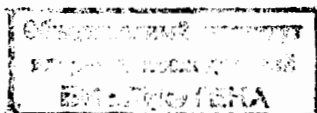
И. Ж. Петков

2605

ВОПРОСЫ УПРУГОГО И НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ
ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1966



3492/1. 68

Диссертация посвящена исследованию некоторых вопросов упругого и неупругого рассеяния электронов на ядрах и написана на основе работ ^{/1-7/}.

В последнее время внимание физиков все больше привлекает возможность изучения ядерной структуры с помощью рассеяния электронов на ядрах. Это вызвано тем, что взаимодействие электрона с нуклонами ядра носит электромагнитный характер и, в отличие от ядерного взаимодействия, хорошо известно, а также тем, что практически можно получать интенсивные пучки электронов большой энергии.

Изучение упругого рассеяния электронов дает такие важнейшие "статические" характеристики ядер, как среднеквадратичный радиус и форма распределения электрического заряда и магнитного момента ядер ^{/8/}. Из неупругого рассеяния электронов с возбуждением дискретных уровней можно определить ряд "динамических" характеристик ядер как, например, энергию, ширину и спли ядерных уровней, мультипольности переходов и др.

Теоретическое описание этих процессов, однако, нельзя считать вполне удовлетворительным. Точный метод фазового анализа, с помощью которого обычно описывается упругое рассеяние ^{/9/}, встречается с большими затруднениями при больших углах рассеяния. С другой стороны, этот метод численный, и отсутствие аналитических формул не дает возможности установить функциональную связь между сечением и выбранным потенциалом (или распределением электрического заряда), что очень важно как при сопоставлении с экспериментом, так и для проведения более общих теоретических исследований.

В последние годы, начиная с работы ^{/10/}, развиваются другие (по сравнению с борновским приближением) приближенные методы нахождения амплитуды при больших энергиях рассеиваемого электрона ^{/11/}. Основная особенность этих подходов состоит в том, что учитывается "искажение" движения электрона в кулоновском поле ядра. Однако до сих пор эти методы не могут дать простых аналитических выражений для сечений рассеяния в случае реального распределения плотности электрического заряда ядра (например, фермиевского распределения).

До сих пор в задаче рассеяния электронов не исследовался вопрос влияния возмущенных уровней на сечение упругого и неупругого рассеяния (задача о "связанных" уровнях), что может оказаться существенным при рассеянии на тяжелых ядрах.

Определенный интерес представляет также вопрос изучения рассеяния поляризованных электронов на ориентированных ядрах, так как в этом случае можно получать более широкую информацию о ядерной структуре.

Целью настоящей диссертации является рассмотрение этих вопросов.

Диссертация состоит из введения, где также дан краткий обзор литературы по затрагиваемым вопросам, четырех глав, заключения и 3-х приложений.

В первой главе рассматривается упругое рассеяние электронов на средних и тяжелых ядрах в приближении большой энергии $E \gg U$. Амплитуда рассеяния в этом приближении имеет вид

$$f(\theta) = \frac{E}{2\pi} \int g(\vec{x}) e^{i\vec{q}\vec{x} + i\Phi(\vec{x})} V(\vec{x}) d^3x,$$

где функции $g(\vec{x})$ и $\Phi(\vec{x})$ учитывают "искажение" электронной волны в кулоновском поле ядра. Эти функции находятся в явном виде решением уравнения Дирака с заданным потенциалом $V(\vec{x}) = -Ze^2 \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{x} - \vec{r}'|} d^3r'$ в квазиклассическом приближении [11]. Далее с целью получения аналитического выражения для этой амплитуды используется следующий метод. Путем повторного интегрирования по угловым переменным по частям удается получить асимптотическое разложение, каждый член которого содержит одномерные интегралы от функций, включающих в себе плотность распределения заряда ядра. Для выбранной фермиевской плотности $\rho(x) = \rho_0 [1 + \exp \frac{x-R}{b}]^{-1}$ эти интегралы с помощью выхода на комплексную плоскость по x удается выразить через сумму вычетов в полюсах плотности $x_s = R + i(2s+1)\pi b$ и таким образом получить для амплитуды результат в аналитическом виде.

Для иллюстрации основных черт метода специально рассматривается случай борновского приближения $g(\vec{x}) = u_i^+ u_f$; $\Phi(\vec{x}) = 0$ (§ 2), которое имеет также самостоятельный интерес для описания рассеяния на легких ядрах. Здесь получается простое аналитическое выражение для сечения в случае фермиевской плотности распределения заряда:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_M \left| \frac{8\pi^2}{q} \rho_0 \operatorname{Re} \left(\frac{\cos qR}{e^{\pi b q} - e^{-\pi b q}} - \frac{\pi b}{R} \sin qR \frac{e^{\pi b q} + e^{-\pi b q}}{(e^{\pi b q} - e^{-\pi b q})^2} \right) \right|^2,$$

где $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_M = \frac{(Ze^2)^2 \cos^2 \theta/2}{2E \sin^4 \theta/2}$ - сечение Мотта, R и b - параметры плотности $\rho(\vec{x})$.

В § 3 получено приближенное аналитическое выражение для сечения в общем случае, когда учитывается искажение электронной волны в кулоновском поле ядра. Оно имеет следующий вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_M | 4\pi^2 \rho_0 q b \sum_{n=1}^{\infty} x_0 \frac{G(x_0 \epsilon)}{q^2(x_0 \epsilon)} e^{i\epsilon q x_0 + i\Phi(x_0 \epsilon)} |^2$$

где функции $G(x)$ и $q_{\pm\phi}(x)$ выражаются через известные функции $g(x)$ и $\Phi(x)$, а $x_0 = R + i\pi b$ - ближайше к действительной оси x два комплексно-сопряженных полюса плотности.

Здесь мы ограничились учетом только двух полюсов. Остальные полюса дают экспоненциально малый вклад порядка $e^{-(2n+1)\pi b q} / \pi b q \gg 1/$.

Отметим, что полученные формулы для дифференциальных сечений требуют выполнения следующих условий: $E \gg U$, $qR \gg 1$. Практически это означает, что ими можно пользоваться при сравнении с экспериментом в большом интервале углов $|\theta| > \frac{1}{kR}$. При устремлении параметра b к нулю фермиевская плотность заряда принимает ступенчатую форму $\rho(x) = \rho_0$, $x < R$; $\rho(x) = 0$, $x > R$, а сечение переходит в известное ранее выражение.

В § 4 результаты расчетов по найденным формулам для дифференциальных сечений упругого рассеяния электронов на ядрах Ca , Co и Bi сравниваются с расчетами фазового анализа и дают хорошее совпадение. Это и есть основной результат гл. 1 диссертации. Оказывается, что сечение при больших углах рассеяния имеет характерный, экспериментально наблюдаемый экспоненциальный спад, который невозможно получить для ступенчатого распределения плотности заряда, часто используемого в разного рода приближенных подходах. Приведены также кривые, рассчитанные в борновском приближении для выбранного фермиевского распределения заряда, которые имеют характерные дифракционные нули. Сразу обнаруживается, что в этом случае, как и следовало ожидать, ни о каком сравнении с экспериментом для средних и тяжелых ядер при углах $\theta > \frac{1}{kR}$ не может быть и речи.

Итак, можно сделать вывод, что полученные в гл. 1 формулы хорошо описывают дифференциальные сечения упругого рассеяния электронов на средних и тяжелых ядрах, ими удобно пользоваться для анализа экспериментальных данных, поскольку зависимость от параметров фермиевского распределения плотности заряда R и b входит в них явным образом.

Во второй главе исследуется неупругое рассеяние быстрых электронов на ядрах с возбуждением в них уровней, которые описываются с помощью коллективных макромоделей.

В качестве динамических переменных в таких моделях выступают параметры формы поверхности $\alpha_{\lambda\mu}$, определяющие радиус ядра

$$R = R_0 + R_0 \sum_{\lambda_{\mu}} \{ a_{\lambda_{\mu}} Y_{\lambda_{\mu}}(\Omega) - (-1)^{\mu} \frac{1}{4\pi} a_{\lambda_{\mu}} a_{\lambda_{-\mu}} \}.$$

Ограничиваясь рассмотрением только низколежащих возбужденных состояний, можно пользоваться адиабатическим приближением (если $\frac{\Delta E R}{\hbar v} \ll 1$, ΔE - энергия возбуждения ядра), и записать амплитуду неупругого рассеяния следующим образом

$$f_{\text{неупр}}(\theta) = \langle \Psi_i(\xi), f^{\text{упр}}(\theta, \xi) \Psi_i(\xi) \rangle,$$

где $\Psi_{i,f}(\xi)$ - волновые функции ядра, зависящие от коллективных переменных $\xi = \{ \alpha_{\lambda_{\mu}} \}$.

Пользуясь изложенным в гл. 1 методом интегрирования, удается получить в § 2 явные аналитические выражения для сечений с возбуждением коллективных уровней ядра как суммы вычетов в полюсах фермиевского распределения плотности заряда. Эти формулы справедливы при углах рассеяния $\theta > \frac{1}{kR}$ и энергии электрона $E \gg U$, а также при выполнении условия адиабатичности.

В § 4 дано сравнение полученных результатов с результатами точного расчета фазового анализа и получено хорошее совпадение. Кроме того, сделано сравнение с экспериментально найденными формфакторами неупругого рассеяния электронов ^{/12/} на ядре Sr^{52} , где также получено хорошее согласие вплоть до углов в районе первого дифракционного минимума и найденное отсюда значение вероятности перехода $\frac{1}{e^2} B(E2, 0-2) = 118 f^4$ согласуется с данными других измерений. Дифференциальные сечения с возбуждением двухфонных (в рамках вибрационной модели ядра) 0^+ и 2^+ состояний указывают на возможное расхождение с экспериментом при больших углах рассеяния. По-видимому, описание этих уровней в рамках коллективных макромоделей ядра является слишком грубым и, видимо, требует выделения нескольких нуклонов вне "кора" для более последовательного описания рассеяния.

Отметим, что в данном рассмотрении неупругого рассеяния электронов отсутствуют свободные параметры, поскольку необходимые параметры R и b определяются из упругого рассеяния.

Неупругое рассеяние при небольших углах и так называемые "кратные" переходы рассмотрены в § 3. В этом случае амплитуда рассеяния нелинейна по взаимодействию, приводящему к переходам в ядре. Это приводит к появлению в сечении наряду с матричными элементами "прямого" перехода таких матричных элементов, которые можно интерпретировать как отвечающие виртуальным каскадным или "кратным" переходам, поскольку они идут через какой-либо промежуточный уровень ядра. Для численной оценки такого рода переходов были сделаны конкретные расчеты сечения возбужденных двухфонных 0^+ и 2^+ уровней в ядре Sr^{52} . Вклад "кратных" переходов

в данном случае невелик ($\approx Z/137$ по сравнению с "прямым") и фактически изменяет сечение прямых переходов примерно на 1%, не меняя углового распределения. Роль этих переходов будет более ощутимой при рассеянии на тяжелых ядрах.

В § 5 в связи с успешным развитием модели неаксиальных ядер А.С. Давыдовым и сотрудниками специально рассмотрено рассеяние электронов на таких ядрах с возбуждением квадрупольных и монополюльных переходов /13/. Это рассмотрение проведено в борновском приближении и поэтому имеет ограниченную область применимости ($\theta <$ - угла первого дифракционного минимума). Показано, что величины сечений с возбуждением первого и второго 2^+ уровней в Mg^{24} отличаются больше, чем на порядок, поэтому экспериментальное подтверждение этого результата могло бы служить указанием на справедливость выбранной модели. Рассчитаны также сечения с возбуждением β^- и γ^- вибрационных уровней в ядре Gd , описываемых неадиабатической моделью Давыдова /14/.

Глава III посвящена вопросу нахождения амплитуды рассеяния в методе "связанных" уровней. Показано, что в приближении большой энергии $|E| \gg U$ задача сводится к решению системы линейных однородных дифференциальных уравнений первого порядка при соответствующих граничных условиях.

В § 2 дано решение этой системы в частном случае факторизующихся матричных элементов взаимодействия $V_{nn'}(r) = C_{nn'} v(r)$ (n, n' - индексы ядерных состояний), что имеет методическое значение. В этом случае амплитуда имеет вид (в приближении малых углов $\theta < 1$)

$$f_{n_0}(\theta) = \sum_i Q_i^{(n)} F_i(q_n)$$

$$F_i(q) = \int_0^\infty J_0(q\rho) \left(e^{\lambda_i \int_{-\infty}^{\rho} v(\rho, t) dt} - 1 \right) \rho d\rho,$$

где $Q_i^{(n)}$ и λ_i - коэффициенты, зависящие от структуры ядра, $J_0(x)$ - цилиндрическая функция Бесселя.

Если величины $V_{nn'}$ малы, за исключением $V_{nn} = V_{00}$ и V_{0n} (т.е. выделено n -тое возбужденное состояние), то полученная тогда система из двух уравнений решается точно и в § 2 приведены соответствующие амплитуды рассеяния. В конце III главы дан конкретный расчет (с учетом двух связанных уровней) сечения рассеяния электронов с возбуждением 0^+ состояний в Ca^{40} и Hg^{200} . Отметим, что в этом случае амплитуда

$$f_{0^+0^+}(\theta) = \int_0^1 J_0(qRt) \sin \left\{ \kappa (1-t)^{3/2} \right\} e^{i\chi(t)} dt$$

нелинейна по параметру κ , связанному со структурой ядра и переходит в соответствующие выражения метода искаженных волн при замене $\sin x = x$. Расчеты по нашей формуле с использованием указанной замены дали хорошее согласие с точными расчетами /15/.

В последней, четвертой главе диссертации рассматривается неупругое рассеяние поляризованных электронов на ориентированных ядрах. Известно, что в поляризационных опытах, в отличие от обычных, имеется возможность определять сами матричные элементы. В связи с этим теоретическое исследование этих вопросов представляет значительный интерес.

В этой главе в борновском приближении показано, что формула для сечения содержит дополнительные (по сравнению с сечением неполяризованных электронов) члены, которые исчезают при усреднении по спиновым состояниям электрона (или ядра), т.е. поляризационные эффекты имеют место только при одновременной поляризации электронов и ядер. В качестве примера находится приведенный матричный элемент, соответствующий $M1$ переходу ядра $1/2^+ \rightarrow 1/2^+$, который выражается через экспериментально измеримые величины. Показано также, что разность между сечениями со спином по $/d\sigma^{(+)} /$ и против $/d\sigma^{(-)} /$ направления движения при небольших углах рассеяния пропорциональна величине $\frac{1}{\sin \theta/2}$ и не зависит от конкретной модели ядра. Определение матричных элементов из эксперимента по рассеянию поляризованных электронов в случае более сложных переходов (например, $M1+E2$ переходы) в ядре возможно путем проведения нескольких измерений.

Л и т е р а т у р а

1. И. Ж. Петков, В. К. Лукьянов, Ю. С. Поль. Программа и тезисы докладов 18-го ежегодного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра в Москве, 1966. Препринт ОИЯИ Р-2370, Дубна 1965. Ядерная физика, 3, вып. 7, (1966).
2. И. Ж. Петков, В. К. Лукьянов, Ю. С. Поль. Программа и тезисы докладов 18-го ежегодного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра в Москве, 1966 г. Препринт ОИЯИ Р-2490, Дубна 1965; Ядерная физика, 3, вып. 8 (1966).
3. В. К. Лукьянов, И. Ж. Петков. Phys. Lett., 15, 149 (1965). Изв. АН СССР, сер. физ. 29, 823 (1965). Препринт ОИЯИ Р-1908, Дубна 1964.
4. В. К. Лукьянов, И. Ж. Петков. Изв. АН СССР, сер. физ. 28, 1207 (1964). Препринт ОИЯИ Р-1495, Дубна 1964.
5. И. Ж. Петков. Препринт ОИЯИ Р-2037, Дубна 1965.
6. И. Ж. Петков. Ядерная физика 2, 485 (1965).
7. И. Ж. Петков. Препринт ОИЯИ Р-1575, Дубна 1964.
8. R. Hofstadter. Rev. Mod. Phys., 28, 214 (1956).
9. D. R. Yennie, D. G. Ravenhall, R. N. Wilson. Phys. Rev., 95, 500 (1954).

10. L. J. Schiff. Phys. Rev., 103, 443 (1956).
11. D. R. Yennie, F. L. Boos, D. G. Ravenhall. Phys. Rev., 137, B882 (1965).
12. J. Bellicard, P. Barreau, D. Blum. Nucl. Phys., 60, 319 (1964).
13. А. С. Давыдов, Г. Ф. Филипов. ЖЭТФ 35, 440 (1958); А. С. Давыдов, В. С. Ростовский. ЖЭТФ 36, 1788 (1958); Nucl. Phys., 12, 58 (1959).
14. А. С. Давыдов, В. С. Ростовский, А. А. Чабан. Вестник МГУ У, 3, 66 (1961) Nucl. Phys., 27, 134 (1961); А. С. Давыдов, Вестник МГУ 1, 56 (1961); Nucl. Phys., 24, 682 (1961).
15. K. Alder, T. H. Schucan. Nucl. Phys., 42, 498 (1963).

Рукопись поступила в издательский отдел
3 марта 1966 г.