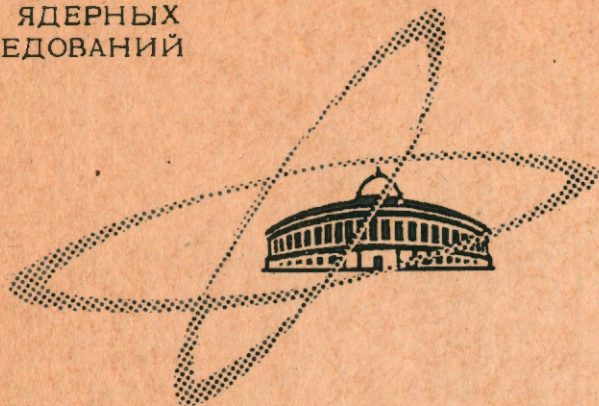


ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

2527



В.А.Загинайко, В.Н.Шигаев

НАХОЖДЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ  
ДЛЯ ПЕРЕХОДА В СИСТЕМУ КООРДИНАТ  
ФОТОСНИМКА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ  
УСАДКИ ПЛЕНКИ МЕТОДОМ  
МАКСИМУМА ПРАВДОПОДОБИЯ

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

1965

2527

В.А. Загинайко, В.Н. Шигаев

НАХОЖДЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ  
ДЛЯ ПЕРЕХОДА В СИСТЕМУ КООРДИНАТ  
ФОТОСНИМКА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ  
УСАДКИ ПЛЕНКИ МЕТОДОМ  
МАКСИМУМА ПРАВДОПОДОБИЯ

ОИ И  
БИБЛИОТ. КА

Одним из этапов обработки, предшествующих восстановлению пространственных координат точек события в рабочем объеме пузырьковой камеры, является переход в систему координат фотоснимка, задаваемую совокупностью реперных крестов. Положение точки оптической оси на снимке и направление базы стереофотографирования известны по отношению к системе реперных крестов. Систему координат, положение которой однозначно определено реперными крестами кадра, будем в дальнейшем называть системой координат кадра или снимка (Рис. 1).

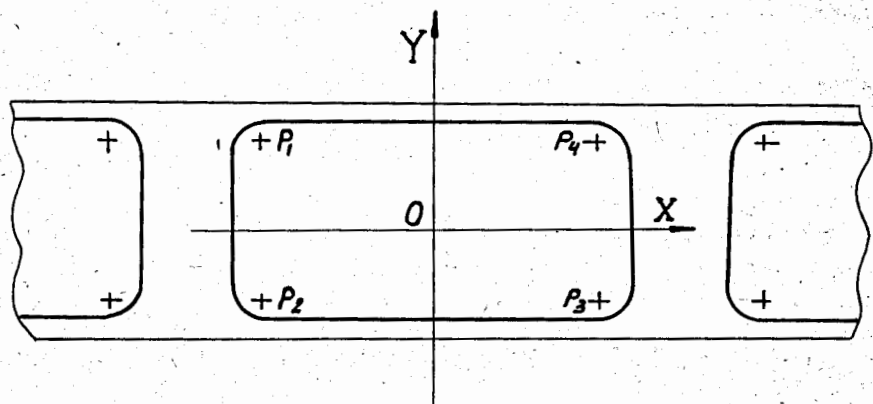


Рис. 1.

Координаты крестов и координаты точек треков измеряются на измерительных приборах (полуавтоматах, микроскопах) в системе координат самого измерительного прибора. В процессе обсчета события по этим данным вычисляются параметры преобразований (параллельного переноса, поворота) для перехода в систему координат кадра.

Методика, применяемая в ОИЯИ до настоящего времени, использует для вычи-

сления этих параметров положение одного несвободного вектора, связывающего одну пару реперов /1,2/.

Другими словами, для определения параметров преобразований используется минимум информации, и, следовательно, погрешности при их вычислении максимальны.

На каждом из снимков с пузырьковых камер измеряется, как правило, не менее трех крестов, и поэтому представляет интерес метод, который использовал бы измеренные координаты всех реперных крестов при вычислении параметров преобразований.

Всюду в дальнейшем точное положение  $i$ -го реперного креста в системе координат снимка будем обозначать вектором  $\vec{P}_i$ , измеренные координаты  $i$ -го креста (в системе координат измерительного прибора) -  $\vec{P}'_i$ ,  $N$  - количество реперных крестов на снимке.

В процессе обработки и хранения киноплёнка деформируется. Эта деформация приближенно может быть описана как усадка или растяжение плёнки в двух выделенных взаимноперпендикулярных направлениях - вдоль рулона плёнки и поперек. Величина усадки в одном направлении может отличаться от величины усадки в другом.

В качестве системы координат кадра выберем систему, оси которой  $Ox$  и  $Oy$  параллельны этим выделенным направлениям на плёнке. Реперные кресты  $\vec{P}_i$ , заданные в этой системе координат, мы будем предполагать эталонными, т.е. соответствующими недеформированной плёнке. Величину деформации будем выражать вектором  $\vec{\lambda}(\lambda_x, \lambda_y)$ , означающим растяжение  $X$ -компонент векторов в  $\lambda_x$  раз, а  $Y$ -компонент - в  $\lambda_y$  раз.

Поставим перед собой задачу: по заданной совокупности измеренных реперов  $\{\vec{P}'_i\}$  определить в некотором смысле наилучшим образом величину усадки  $\vec{\lambda}_0$  и параметров преобразований  $\vec{t}_0, \phi_0$  (параллельный перенос на вектор  $\vec{t}_0$  и поворот на угол  $\phi_0$ ).

На измерительном приборе координаты реперных крестов измеряются с точностью, вообще говоря, различной для разных крестов. Предполагая, что ошибки измерений подчинены нормальному закону, будем рассматривать  $\vec{P}'_i$  как независимые нормальные случайные векторы, а всю совокупность векторов  $\{\vec{P}'_i\}$  - как выборку случайной величины  $(\vec{P}'_1, \vec{P}'_2, \dots, \vec{P}'_N)$ . Для нахождения искомых параметров  $\vec{\lambda}_0, \vec{t}_0, \phi_0$  используем метод максимума правдоподобия. В данном случае плотность вероятности выборки случайной величины  $(\vec{P}'_1, \vec{P}'_2, \dots, \vec{P}'_N)$  есть

$$f = (2\pi)^{-N/2} \prod_{i=1}^N \sigma_i^{-1} \exp \left\{ -\sum_{i=1}^N \frac{1}{2\sigma_i^2} |L_{\vec{\lambda}} \vec{P}_i - L_{\phi} L_{\vec{t}} \vec{P}'_i|^2 \right\},$$

где  $L_{\phi}$  - оператор поворота,  $L_{\vec{\lambda}}$  - оператор усадки,  $L_{\vec{t}}$  - оператор параллельного переноса:  $L_{\vec{t}} \vec{P}' = \vec{P}' + \vec{t}$ ,  $\sigma_i$  характеризует точность измерения  $i$ -го креста.

Таким образом, мы приходим к задаче оценивания параметров  $\vec{\lambda}_0, \vec{t}_0, \phi_0$  на основании выборки. В соответствии с принципом максимума правдоподобия оценкой для параметров  $\vec{\lambda}_0, \vec{t}_0, \phi_0$  являются такие их значения, при которых функция плотности вероятности выборки  $\{P'_i\}$  достигает своего максимума. Максимум  $f$  достигается в точках минимума функции

$$\Phi = \sum_{i=1}^N p_i |L_{\vec{\lambda}} \vec{P}_i - L_{\phi} L_{\vec{t}} \vec{P}'_i|^2,$$

где  $p_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$  - веса  $i$ -х точек.

При решении поставленной задачи, как выяснится в дальнейшем, удобнее рассматривать преобразования  $L_{\vec{\lambda}} \vec{P}$  и  $L_{\phi} \vec{P}$ , определяемые соотношениями

$$L_{\phi} \vec{P}' = \vec{S} + L_{\phi} (\vec{P}' - \vec{S})$$

$$L_{\vec{\lambda}} \vec{P} = \vec{S} + L_{\vec{\lambda}} (\vec{P} - \vec{S}),$$

где

$$L_{\phi} = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} L_{\vec{\lambda}} = & \lambda_x & 0 \\ & 0 & \lambda_y \end{pmatrix}.$$

Операторы  $L_{\vec{\lambda}}$  и  $L_{\phi}$  оставляют точку  $\vec{S}$  неподвижной (точка  $\vec{S}$  будет определена позднее). В терминах операторов  $L_{\vec{\lambda}}, L_{\phi}, L_{\vec{t}}$  задача сводится к нахождению минимума функции  $\Phi^*$ :

$$\Phi^* = \sum_{i=1}^N p_i |L_{\vec{\lambda}} \vec{P}_i - L_{\phi} L_{\vec{t}} \vec{P}'_i|^2.$$

Эта функция дифференцируема по параметрам  $\vec{\lambda}, \vec{t}, \phi$ , поэтому в точках минимума функции  $\Phi^*$  должны выполняться необходимые условия:

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial \lambda_x} = 0, \quad \frac{\partial \Phi^*}{\partial \lambda_y} = 0$$

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial t_x} = 0, \quad \frac{\partial \Phi^*}{\partial t_y} = 0$$

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial \phi} = 0$$

(1)

Основная трудность при решении системы уравнений (1) состоит в том, что эта система нелинейна относительно искомых параметров. Свойства системы зависят от входящих в нее векторов  $\vec{P}_i, \vec{P}'_i$ . Имеет место

Теорема 1. При выполнении условий (7), (8) система нелинейных уравнений (1) имеет счетное множество решений. При этом общее решение системы есть  $((-1)^k \vec{\lambda}_0, \vec{t}_0, \phi_0 + \pi k)$ , где  $(\vec{\lambda}_0, \vec{t}_0, \phi_0)$  - частное решение, даваемое формулами (10).

Справедливость теоремы устанавливается в процессе решения системы нелинейных уравнений.

Условие (7) характеризует набор эталонных реперов  $\{\vec{P}_i\}$ . Это условие будет выполнено, если среди реперов найдется хотя бы одна пара  $\vec{P}_i, \vec{P}_j$  для которой  $P_i \neq P_j$  и пара, для которой  $P_i \neq P_j$ .

Условие (8) инвариантно относительно преобразований  $L_{\vec{\lambda}}, L_{\vec{t}}$  - векторов  $\{\vec{P}_i\}$ .

Несколько слов о методе решения системы. Рассмотрим вспомогательную задачу: даны две группы точек  $\{\vec{P}_i\}$  и  $\{\vec{P}'_i\}$ , требуется найти на группе параллельных переносов минимум функции

$$\Psi(\vec{t}) = \sum_{i=1}^N p_i |\vec{P}_i - L_{\vec{t}} \vec{P}'_i|^2.$$

Можно показать, что необходимым и достаточным условием минимума функции  $\Psi(\vec{t})$  является

$$\sum_{i=1}^N p_i \vec{P}_i = \sum_{i=1}^N p_i L_{\vec{t}} \vec{P}'_i. \quad (2)$$

Из (2) получаем значение вектора  $\vec{t} = \vec{t}_0$ , при котором достигается минимум  $\Psi$ .

$$\vec{t}_0 = \vec{S} - \vec{S}', \quad (3)$$

где

$$\vec{S} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N p_i} \sum_{i=1}^N p_i \vec{P}_i \quad (4)$$

$$\vec{S}' = \frac{1}{\sum_{i=1}^N p_i} \sum_{i=1}^N p_i \vec{P}'_i \quad (4')$$

Точки  $\vec{S}$  и  $\vec{S}'$  будем называть центрами тяжести групп точек  $\{\vec{P}_i\}$  и  $\{\vec{P}'_i\}$ . Соотношение (3) означает, что единственный минимум функции  $\Psi$  на группе параллельных переносов достигается совмещением центров тяжести обеих групп точек и равен

$$\Psi(\vec{t}_0) = \sum_{i=1}^N p_i |\vec{P}_i - L_{\vec{t}_0} \vec{P}'_i|^2.$$

Заметим, что любые преобразования векторов  $\vec{P}_i$ , составляющие вектор  $\vec{S}$  инвариантным, не нарушают необходимого условия минимума в точке  $\vec{t}_0$ :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t_x} \Big|_{\vec{t}=\vec{t}_0} = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t_y} \Big|_{\vec{t}=\vec{t}_0} = 0. \quad (5)$$

В частности, если вектор  $\vec{S}$  определен равенством (4), то преобразования  $L_{\vec{\lambda}}, L_{\vec{t}}$  сохраняют в силе (5). В дальнейшем всюду под  $\vec{S}$  будем подразумевать вектор (4).

Вернемся к основной задаче. Учитывая только что полученный результат, мы видим, что при любых значениях  $\vec{\lambda}$  и  $\phi$  выполняются равенства

$$\frac{\partial \Phi^{\vec{S}}}{\partial t_x} \Big|_{\vec{t}=\vec{t}_0} = 0, \quad \frac{\partial \Phi^{\vec{S}}}{\partial t_y} \Big|_{\vec{t}=\vec{t}_0} = 0$$

и следовательно, задача сводится к нахождению минимума функции  $\Phi^{\vec{S}}(\vec{\lambda}, \vec{t}_0, \phi)$  по параметрам  $\lambda_x, \lambda_y, \phi$ :

$$\frac{\partial \Phi^{\vec{S}}}{\partial \lambda_x}(\vec{\lambda}, \vec{t}_0, \phi) = 0, \quad \frac{\partial \Phi^{\vec{S}}}{\partial \lambda_y}(\vec{\lambda}, \vec{t}_0, \phi) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Phi^{\vec{S}}}{\partial \phi}(\vec{\lambda}, \vec{t}_0, \phi) = 0.$$

При выполнении условия

$$C_x \neq 0, \quad C_y \neq 0, \quad (7)$$

где

$$C_x = \sum_{i=1}^N p_i R_{ix}^2, \quad C_y = \sum_{i=1}^N p_i R_{iy}^2, \\ \vec{R}_i = \vec{P}_i - \vec{S},$$

первые два уравнения системы (6) имеют при любом  $\phi$  единственное решение  $\vec{\lambda}(\phi)$ , минимизирующее  $\Phi^{\vec{S}}(\vec{\lambda}, \vec{t}_0, \phi)$  при фиксированном  $\phi$ . Подстановка найденного  $\vec{\lambda}(\phi)$  в (6) окончательно приводит задачу к минимизации периодической функции одной переменной  $\phi$ :

$$\Phi^{\vec{S}}(\vec{\lambda}(\phi), \vec{t}_0, \phi) = \sum_{i=1}^N p_i |L_{\vec{\lambda}(\phi)} \vec{P}_i - L_{\vec{t}_0} \vec{P}'_i|^2.$$

Эта функция достигает своего минимума на счетном множестве  $\{\phi_k\}$ , если выполнено условие

$$F^2 + G^2 \neq 0, \quad (8)$$

где

$$F = \frac{1}{2} \left( \frac{A_x^2 - B_x^2}{C_x} + \frac{A_y^2 - B_y^2}{C_y} \right),$$

$$G = - \left( \frac{A_x B_x}{C_x} + \frac{A_y B_y}{C_y} \right),$$

$$A_x = \sum_{i=1}^N p_i R_{ix} R'_{iy}, \quad A_y = -\sum_{i=1}^N p_i R_{iy} R'_{ix}$$

$$B_x = -\sum_{i=1}^N p_i R_{ix} R'_{ix}, \quad B_y = -\sum_{i=1}^N p_i R_{iy} R'_{iy}$$

$$\vec{R}'_i = \vec{P}'_i - \vec{S}'$$

$$\vec{R}_i = \vec{P}_i - \vec{S}$$

Исходная задача в этих условиях имеет счетное множество решений  $(\vec{\lambda}_k, \vec{t}_0, \phi_k)$ .

При этом

$$\phi_k = \phi_0 + \pi k, \quad \vec{\lambda}_k = \vec{\lambda}(\phi_k) = (-1)^k \vec{\lambda}(\phi_0) = (-1)^k \vec{\lambda}_0, \quad (8)$$

где  $(\vec{\lambda}_0, \vec{t}_0, \phi_0)$  - частное решение задачи, даваемое формулами

$$\vec{t}_0 = \vec{S} - \vec{S}'$$

$$\lambda_{0x} = -\frac{1}{C_x} (A_x \sin \phi_0 + B_x \cos \phi_0) \quad (10)$$

$$\lambda_{0y} = -\frac{1}{C_y} (A_y \sin \phi_0 + B_y \cos \phi_0)$$

$$\phi_0 = -\frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} + \psi \right),$$

$$\psi = \begin{cases} \arcsin \frac{F}{\sqrt{F^2 + G^2}}, & G \geq 0 \\ \pi - \arcsin \frac{F}{\sqrt{F^2 + G^2}}, & G < 0. \end{cases}$$

В точках  $(\vec{\lambda}_k, \vec{t}_0, \phi_k)$  функция  $\Phi^2$  достигает своего минимального значения

$$\Phi^2(\vec{\lambda}_k, \vec{t}_0, \phi_k) = E - \sqrt{F^2 + G^2}, \quad (11)$$

где

$$E = D - \frac{1}{2} \left( \frac{A_x^2 + B_x^2}{C_x} + \frac{A_y^2 + B_y^2}{C_y} \right),$$

$$D = \sum_{i=1}^N p_i R_i'^2, \quad R_i' = |\vec{P}_i' - \vec{S}'|.$$

Несколько слов об условиях  $F^2 + G^2 \neq 0$  и  $C_x \neq 0, C_y \neq 0$ . Величина  $F^2 + G^2$  обращается в нуль в случаях, не представляющих интереса для рассматриваемой задачи,

например, когда  $N=2$  или  $\vec{P}'_j = \vec{P}'_k$  при всех  $j, k$ , т.е. когда недостает информации для определения усадки пленки и всех параметров преобразования.

Обращение в нуль одной из величин  $C_x, C_y$  означает, что все эталонные реперные кресты расположены на прямой, параллельной одной из осей системы координат снимка, и, следовательно, по направлению другой оси усадка не может быть найдена по реперным крестам (в (10) появляется неопределенность  $0/0$ ). Поскольку в этом случае значение функции  $\Phi^2$  не зависит от одной из компонент усадки  $\vec{\lambda}$ , мы можем наложить на  $\vec{\lambda}$  условие

$$\lambda_x = \lambda_y, \quad (12)$$

чтобы получить решение задачи в виде формул, исключающих неопределенность типа  $0/0$ , что важно при составлении программы для вычислительной машины. При использовании решения такой задачи надо помнить, что значения величин (12) определяют усадку только вдоль вектора  $C(C_x, C_y)$ , т.е. вдоль прямой, на которой расположены эталонные кресты снимка (на рис. 2 - вдоль оси  $OX$ ).

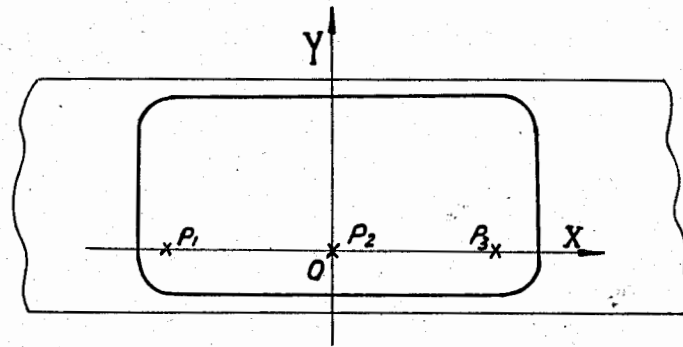


Рис. 2. Случай  $C_x \neq 0, C_y = 0$ .

При  $\lambda_x = \lambda_y$  будем говорить, что усадка изотропна. Этот случай представляет самостоятельный интерес для задач, в которых эталонное множество точек подвергается преобразованию подобия.

Имеет место теорема, аналогичная теореме 1.



Теорема 1а.

При  $\lambda_x = \lambda_y$  система нелинейных уравнений (6) имеет счетное множество решений, если выполнены условия (15), (16). При этом общее решение системы есть  $((-1)^k \vec{\lambda}_0, \vec{t}_0, \phi_0 + \pi k)$ , где  $(\vec{\lambda}_0, \vec{t}_0, \phi_0)$  частное решение, даваемое формулами (13).

Доказательство аналогично. Частое решение задачи, соответствующее положительным  $\lambda_x, \lambda_y$ , есть

$$\begin{aligned} \vec{t}_0 &= \vec{S} - \vec{S}' \\ \lambda_{ox} &= \frac{1}{C} \sqrt{A^2 + B^2} \\ \lambda_{oy} &= \lambda_{ox} \\ \phi_0 &= \begin{cases} \arcsin \frac{B}{\sqrt{B^2 + A^2}}, & A \geq 0 \\ \pi - \arcsin \frac{B}{\sqrt{B^2 + A^2}}, & A < 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} A &= A_x + A_y \\ B &= B_x + B_y \\ C &= C_x + C_y. \end{aligned}$$

В точках  $(\vec{\lambda}_k, \vec{t}_0, \phi_k)$  функция  $\Phi^2$  достигает своего минимального значения

$$\Phi^2(\vec{\lambda}_k, \vec{t}_0, \phi_k) = D - \frac{1}{C} (A^2 + B^2). \quad (14)$$

Аналогом условий (7) и (8) в случае изотропной усадки являются условия

$$C = C_x + C_y \neq 0 \quad (15)$$

$$A^2 + B^2 \neq 0. \quad (16)$$

Первое из этих условий будет выполнено, если среди эталонных реперов найдется хотя бы одна пара  $\vec{P}_{1_1} \neq \vec{P}_{k_1}$ . При  $C \neq 0$  второе условие (16) будет выполнено, если среди измеренных реперов найдется хотя бы одна пара  $\vec{P}'_{1_2} \neq \vec{P}'_{k_2}$ .

Итак, пусть  $(\vec{\lambda}_k, \vec{t}_0, \phi_k)$  — решение рассматриваемой задачи и пусть существует оператор, обратный к  $L_{\vec{\lambda}_k}$ . Тогда оператор

$$L = (L_{\vec{\lambda}_k}^{-1}) L_{\vec{\phi}_k} L_{\vec{t}_0} \quad (17)$$

преобразует координаты измеренных точек  $\vec{P}'$  в систему координат снимка с поправкой на усадку пленки:

$$\begin{aligned} L \vec{P}' &= (L_{\vec{\lambda}_k}^{-1}) L_{\vec{\phi}_k} L_{\vec{t}_0} \vec{P}' = \\ &= L_{\vec{\lambda}_k}^{-1} L_{\vec{\phi}_k} (\vec{P}' - \vec{S}') + \vec{S}, \end{aligned} \quad (17')$$

где

$$L_{\vec{\lambda}_k}^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda_{kx}^{-1} & 0 \\ 0 & \lambda_{ky}^{-1} \end{pmatrix}.$$

Очевидно, для существования  $(L_{\vec{\lambda}_k}^{-1})^{-1}$  необходимо и достаточно, чтобы  $\lambda_{kx} \cdot \lambda_{ky} \neq 0$ . Обращение в нуль одной или обеих составляющих  $\vec{\lambda}_k$  возможно лишь в практически редких случаях, когда, например, вследствие неисправности отсчетной системы измерительный прибор выдает в качестве координат реперов один и тот же код. Практически значения  $|\lambda_{kx}|$  и  $|\lambda_{ky}|$  близки к 1 (усадка пленки мала).

В силу соотношений (9) и тождества

$$L_{\vec{\lambda}_k}^{-1} L_{\vec{\phi}_k} = L_{-\vec{\lambda}_k} L_{\vec{\phi}_k + \pi}$$

оператор  $L$  не зависит от индекса  $k$ , т.е. преобразование  $L$  однозначно определяется двумя системами реперных крестов.

Если система реперных крестов измерена без грубых ошибок, то обе компоненты  $\vec{\lambda}_k$  одного знака:  $\lambda_{kx} \lambda_{ky} > 0$ . Отрицательное значение  $\lambda_{kx} \lambda_{ky}$  говорит о том, что либо при измерении координат крестов допущена грубая ошибка, либо неправильно задано соответствие между эталонными и измеренными крестами (ошибка в индексации).

Критерием качества измерения системы реперных крестов может служить оценка по  $\chi^2$  случайной величины  $\frac{1}{2N-5} \Phi^2(\vec{\lambda}_k, \vec{t}_0, \phi_k)$  в случае неизотропной усадки, а в случае изотропной усадки — величины  $\frac{1}{2N-4} \Phi^2(\vec{\lambda}_k, \vec{t}_0, \phi_k)$ .

Так как искомые параметры выражены в виде явных функций случайных величин  $\vec{P}'_i$ , корреляционную матрицу этих параметров нетрудно получить, учитывая независимость  $\vec{P}'_i$ .

Полученный нами оператор  $L$  преобразует координаты точек события в систему координат кадра. Если направление базы стереофотографирования совпадает с одним из выделенных направлений на пленке (вдоль ее либо поперек), то в этом случае удобнее точку оптической оси на снимке взять в качестве начала координат, направив одну из осей вдоль выделенного направления. Если эталонные реперы  $\vec{P}_i$  выражены в этой системе координат, то оператор  $L$  переводит координаты точек события сразу в систему координат стереофотоснимка.

Для вычислительной машины М-20 составлена стандартная программа, оформленная

в системе ИС-2. Входными данными для программы являются:  $N$  - количество крестов, массив весов  $\{p_i\}$ , массив измеренных точек и массив эталонных точек. Массивы координат точек задаются следующим образом: сначала идут  $N$  координат  $X$ , затем  $N$  координат  $Y$ . Координаты измеренных крестов располагаются в той же последовательности, что и координаты эталонных.

Обращение к СП

$k$	0	16	$k+1$	7501	7610
$k+1$	0	00	<N>	№ СП	R
$k+2$	0	КОП	< $p_1$ >	< $P'_{1x}$ >	< $P_{1x}$ >

где <N> - адрес ячейки, в которой находится код 0 00 N 0000 0000.  $N$  - количество крестов (8-е число), < $p_1$ > - адрес начала массива весов  $\{p_i\}$ , < $P_{1x}$ > - адрес начала массива эталонных крестов, < $P'_{1x}$ > - адрес начала массива измеренных крестов, R - адрес начала массива результатов.

Программа в результате работы выдает массив результатов, которые располагаются в следующей последовательности:

$$\vec{\Phi}, S_x, S_y, S'_x, S'_y, \phi_0, \lambda_{0x}, \lambda_{0y}$$

КОП = 00 задает режим счета, соответствующий случаю неизотропной усадки (режим I).  
КОП = 01 задает режим изотропной усадки (режим II).

Программа начинает свою работу с проверки наличия трех отличных друг от друга измеренных крестов с ненулевыми весами. Если такой тройки крестов не найдено, а также в том случае, когда имеются координаты, превосходящие  $10^5$ , программа вычислений не производит и выдает в ячейку R код 7 77 7777 7777 7777. Программа требует  $N \geq 3$ .

Если адрес < $p_1$ > равен нулю, то программа полагает все веса равными единице.

Если эталонные кресты лежат на одной прямой, параллельной оси координат кадра, то одна из компонент вектора  $\vec{C}(C_x, C_y)$  обращается в нуль. Если при этом в обращении к СП задан режим I, то программа полагает соответствующую компоненту  $\vec{\lambda}_0$  равной единице.

Длина программы - 351<sub>8</sub> ячеек, длина рабочей части программы - 157<sub>8</sub> ячеек. Рабочие ячейки 0001-0007. Используются СП-0008 (arcsin), СП-0071 (sin, cos) и СП-44 (настройка).

Задание для программирования подготовлено В.Н.Шигаевым, программа написана В.А.Загинайко.

## Л и т е р а т у р а

1. Е.Н.Кладничкая. Материалы совещания по методике пузырьковых камер. Преприят ОИЯИ 798, Дубна 1981.
2. Н.А.Буздавина, З.М.Иванченко, В.Г.Иванов, И.Паточка, М.И.Попов. Геометрическая программа для метровой пропановой камеры. Преприят ОИЯИ 2085, Дубна 1985.

Рукопись поступила в издательский отдел  
30 декабря 1985 г.