

C 345e

5/ii-66z

K-142

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

2491



Г.С. Казанский, А.П. Царенков

ПОДАВЛЕНИЕ КОГЕРЕНТНЫХ ФАЗОВЫХ  
КОЛЕБАНИЙ СГУСТКА ПРОТОНОВ  
В СИНХРОФАЗОТРОНЕ НА 10 ГЭВ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1965

3934/1 чр.

Г.С. Казанский, А.П. Царенков

ПОДАВЛЕНИЕ КОГЕРЕНТНЫХ ФАЗОВЫХ  
КОЛЕБАНИЙ СГУСТКА ПРОТОНОВ  
В СИНХРОФАЗОТРОНЕ НА 10 ГЭВ



В целом ряде физических экспериментов, проводимых на синхрофазотроне, перво-степенное значение имеет ряд характеристик ускоряемого сгустка протонов. Такими характеристиками являются: моноэнергетичность (энергетический разброс) сгустка протонов высокой энергии,

$$\pm \frac{\Delta E}{E} \text{ конечн.}$$

фазовая протяженность  $\Phi_{\text{кохерн.}}$  и амплитуда радиальных колебаний  $\rho_A$ .

Покажем на нескольких примерах, насколько важны эти параметры.

### 1. Электродинамическая сепарация частиц высокой энергии

В процессе отработки систем высокочастотного сепаратора антипротонов выяс-ялась необходимость в новом направлении работ, обеспечивающих жесткое согласо-вание работы сепаратора и ускорителя.

Особенность сепарирования антипротонов заключается в наличии двух фаз обработки ускоренного пучка протонов.

Первая фаза состоит в дроблении ускоренного до полной энергии сгустка прото-нов на "n" отдельных сгустков, которые при помощи специального искажения веду-щего магнитного поля выводятся на мишень.

Рождающиеся в процессе взаимодействия с мишенью первичного пучка, имеющего ази-мутальную структуру "ЦУГ",  $\pi^-$ -мезоны и антипротоны транспортируются магнитными системами к месту сепарации. На пролетной базе происходит разделение частиц по импульсам, и "ЦУГ" импульсов поступает в отклоняющую систему, высокочастотное элек-трическое поле которой отклоняет на разные углы частицы с разными импульсами. В этом состоит вторая фаза обработки пучка. Получение пучка частиц с азимутальной струк-турой "ЦУГ" связано с переходным режимом, при котором осуществляется перехват сгустка ускоряемых протонов в ускорение на частоте высокой кратности. (В нашем случае кратность высокочастотных систем сепаратора  $q = 104$ ). В этом режиме кратного ускорения по азимуту ускорителя образуется 104 области устойчивости

(сепаратриссы), в которые захватываются частицы ускоренного пучка, расположенного в сепаратриссе первой кратности.

Эффективность захвата частиц в режим кратного ускорения определяется двумя факторами:

а) Отношением радиальных размеров сепаратрис высокой кратности к радиальному размеру сгустка частиц первой кратности.

б) Точностью поддержания синхронизма (соответственно, равновесного радиуса) между частотой обращения сгустка протонов первой кратности  $\omega_{\text{обр}}$  и частотой ускоряющей системы сепаратора  $\omega_{\text{уск}}$ . Радиальный размер сепаратрис высокой кратности определяется конструкцией ускоряющей системы (резонатора), величиной кратности и значением напряжения на ускоряющей щели резонатора.

В существующей системе полный размер сепаратриссы высокой кратности  $\bar{\rho}_q = 2$  см.

Чтобы получить максимальный захват в режим кратного ускорения, необходимо иметь амплитуду радиальных колебаний сгустка протонов на максимальной энергии

$$\rho_A \leq \frac{\bar{\rho}_q}{2} \leq 1 \text{ см.}$$

Что касается точности поддержания синхронизма между  $\omega_{\text{обр.}}$  и  $\omega_{\text{уск}}$ , то здесь необходимо выполнение условия:

$$\frac{\omega_q}{\omega} = q + \Delta q, \quad \text{где} \quad \frac{\Delta q}{q} \leq 0,1 \quad \frac{\bar{\rho}_q}{R_0} \leq 6 \cdot 10^{-5},$$

где  $R_0$  - значение равновесного радиуса ускорителя.

## 2. Сброс внутреннего пучка протонов на мишень

Многие камерные методики используют вторичные частицы, рождающиеся при взаимодействии протонного пучка с мишенью в условиях так называемого "естественного сворачивания". Последнее наступает, когда высокочастотное ускоряющее поле ускорителя выключено, а ведущее магнитное поле продолжает расти (сброс на внутреннюю мишень) или спадать (сброс на наружную мишень). Длительность сброса при этом можно определить из очевидного соотношения:

$$t = (\rho_A + F_C) \frac{H(1-n)}{H \cdot R_0};$$

где  $F_C$  - амплитуда свободных колебаний,  $H$  - напряженность магнитного поля,  
 $n$  - показатель спада магнитного поля,  $H$  - скорость изменения магнитного поля,  
 $R_0 = 2,8 \cdot 10^3$  см - радиус ускорителя.

Хотя в синхрофазотроне в конце цикла ускорения  $\rho_A < F_C$ , тем не менее уменьшение  $\rho_A$  в ряде случаев может заметно улучшить сброс пучка на мишень.

### 3. Вывод протонного пучка из камеры ускорителя

При существующем энергетическом разбросе в конце цикла ускорения

$\pm \frac{\Delta E}{E} = \pm 2,8$  Мэв размеры выведенного пучка за счет дисперсии по импульсам увеличиваются по сравнению с размерами моноэнергетического пучка на  $\approx 9$  см, что приводит к увеличению апертуры элементов системы транспортировки пучка на  $\approx 35\%$ . Создание таких систем энергетически крайне невыгодно и технически трудно осуществимо.

Расчеты на ЭСМ показывают, что при  $\frac{\Delta E}{E} \approx \pm 1$  Мэв увеличение размеров пучка составляет всего  $\approx 3$  см, что существенно облегчает транспортировку пучка.

Наша задача в этой работе состоит в исследовании одного эффективного метода уменьшения радиального (соответственно, фазового и энергетического) размера пучка протонов в конце цикла ускорения в синхрофазотроне на 10 Гэв.

### 4. Метод подавления когерентных фазовых колебаний сгустка протонов в синхрофазотроне

Как известно, имеются четыре типа синхротронных колебаний, связанных с фазовой устойчивостью, а именно, колебания фазы, энергии, радиуса и частоты обращения. Максимальные значения этих колебаний будут определяться частицами, находящимися на границе области устойчивости. Движение ускоряемых протонов в синхрофазотроне в линейном приближении может быть разложено на две составляющие:

а) движение сгустка ускоряемых частиц как целого (центра тяжести) по радиусу и фазе относительно равновесных значений последних;

б) радиальное и фазовое движение отдельных протонов около центра тяжести пучка.

На первую составляющую движения пучка воздействуют различного рода возмущения в амплитуде ( $\nu = \frac{\Delta V}{V}$ ) и частоте ( $\delta = \frac{\Delta \omega}{\omega}$ ) ускоряющего напряжения, а также в скорости нарастания магнитного поля ( $\epsilon = \frac{\Delta H}{H_0}$ ). Указанные возмущения могут вызвать когерентную составляющую в фазовом и радиальном движении сгустка протонов.

Впервые на когерентную составляющую радиально-фазовых колебаний обратили внимание Шмельцер и Слайдер<sup>/1/</sup>.

Вторая составляющая движения частиц определяется только начальными условиями по радиусу и фазе в момент инжекции и захвата в синхротронный режим ускорения и не вызывает когерентности. Кроме того, колебания отдельных протонов около равновесных значений фазы и радиуса в процессе ускорения адиабатически затухают<sup>/2/</sup>. Так, в релятивистской части ускорения адиабатическое затухание амплитуды фазовых колебаний пропорционально  $V_0^{-1/4}$ . Обычно в синхрофазотронах практически невозможно обеспечить жесткие требования к малости возмущающих факторов в  $\nu$ ,  $\delta$  и  $\kappa$ , поэтому в настоящее время в большинстве случаев используются так называемые системы управления по пучку<sup>/3/</sup>. В этих системах информация о радиальном ( $\Delta r$ ) и фазовом ( $\Psi = \phi - \phi_s$ ) движениях центра тяжести пучка преобразуется в управляющие сигналы, которые корректируют соответствующим образом указанные выше возмущения.

В 1964 г. такая система разработана и успешно эксплуатируется в Лаборатории высоких энергий. Рассмотрим возможность коррекции возмущений по информации о фазовом движении пучка.

В линейном приближении при пренебрежении адиабатическим затуханием и при кратности частоты ускоряющего напряжения, равной единице, радиально-фазовое движение центра тяжести пучка подчиняется следующему уравнению:

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + \Omega^2 \psi = \frac{d}{dt} \left[ \Delta \omega + \omega \frac{\Delta H}{H} \left( \frac{H_1}{H + H_1^2} - \alpha \right) \right] + \text{tg } \phi_s \Omega^2 \frac{\Delta V}{V}. \quad (1)$$

Здесь  $\phi$  - фаза центра тяжести сгустка,  $\phi_s$  - равновесное значение фазы,  $\Omega$  - частота синхротронных колебаний,  $\omega$  - частота ускоряющего напряжения,  $H$  - напряженность магнитного поля,  $H_1 = \text{const} = 1120$  э,  $V$  - амплитуда ускоряющего напряжения  $\alpha = \frac{1}{1-n} \frac{\Pi-L}{\Pi} = 2,15$ ,  $n$  - показатель спада магнитного поля ( $n = 2/3$ ),  $\Pi$  - длина равновесной орбиты ( $\ell \approx 208$  м),  $L$  - суммарная длина прямолинейных промежутков ( $L = 32$  м),  $\Delta x_1$  - отклонения величин  $x_1$  от их номинальных значений.

Из приведенного уравнения видно, что медленное возмущение в частоте и амплитуде ускоряющего напряжения, а также напряженности магнитного поля не искажают закон движения  $\psi(t)$ . Наоборот, быстрые возмущения, даже малые по величине, могут вызвать большие колебания центра тяжести сгустка. Последние приведут также и к радиальным колебаниям. Пусть, например, спектр возмущений магнитного поля широкий. Тогда всегда найдется возмущение вида

$$\frac{\Delta N_1}{N_1} = + A \psi$$

и решение уравнения (1) относительно  $\psi$  даст, как известно, неограниченное увеличение последнего.

Однако путем воздействия определенным образом на какой-либо параметр правой части уравнения (1) сигналом, пропорциональным разности фаз центра сгустка ускоряемых частиц и ускоряющего напряжения  $\phi - \phi_s$ , можно осуществить систему подавления когерентных фазовых колебаний, вводя значительное затухание в фазовое движение. Удобнее всего вводить коррекцию в частоту ускоряющего напряжения.

Сделаем так, чтобы  $\Delta \omega = \Delta \omega_{o.o.} + \gamma \omega_p$ , где  $\gamma \omega_p$  - собственные ошибки системы обратной связи, а  $\Delta \omega_{o.o.} = -\beta \psi$  - сигнал обратной связи.

Тогда уравнение (1) будет иметь вид

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + \beta \frac{d\psi}{dt} + \Omega^2 \psi = \frac{d}{dt} \left[ \gamma \omega_p + \omega \frac{\Delta N}{N} \left( \frac{N_1^2}{N + N_1^2} - a \right) \right] + \text{tg } \phi_a \Omega^2 \frac{\Delta V}{V}. \quad (2)$$

Выбирая значение коэффициента  $\beta$  очень большим (порядка нескольких тысяч), можно осуществить весьма сильное затухание фазовых колебаний  $\psi$ .

Аппаратура подавления фазовых колебаний центра тяжести сгустка ускоряемых протонов, очевидно, должна состоять из следующих элементов:

1. Измерителя разности фаз центра тяжести сгустка и равновесной фазы ускоряющего напряжения.
2. Устройства, изменяющего частоту ускоряющего напряжения пропорционально отклонениям  $\psi$ .

Для устойчивой работы системы обратной связи в условиях сильного подавления когерентных колебаний необходимо обеспечить достаточное быстродействие устройств коррекции.

Существующий программный генератор частоты нельзя использовать для этих целей из-за ограниченного быстродействия. Так, запаздывание в тракте модуляции частоты генератора составляет  $\approx 500$  мксек. Синхротронные же колебания в синхрофазотроне изменяются в цикле ускорения от 1800 до 800 гц и с существующим запаздыванием нельзя получить эффективного подавления  $\psi$ . Для того, чтобы обойти указанную трудность, был построен специальный преобразователь вида

интегратор  $\rightarrow$  фазовый модулятор.

Напряжение с датчика разности фаз  $U_{\psi} = -k \psi$  сначала интегрировалось. Напряжение на выходе интегратора

$$U_f = -\int k \psi dt.$$

Далее изменялась фаза ускоряющего напряжения пропорционально  $U_f$ , т.е.

$$\Delta \phi = -m \int k \psi dt,$$

где  $k$  и  $m$  - постоянные коэффициенты преобразования. Изменение фазы  $\Delta \psi$  вызывает изменение частоты  $\Delta \omega$  как

$$\Delta \omega = \frac{d}{dt} (\Delta \phi) = -\frac{d}{dt} \int mk \psi dt = -mk \psi,$$

$mk$  выбиралось равным  $\beta$ .

Таким образом, указанный четырехполюсник осуществляет девиацию частоты  $\Delta \omega$ , пропорциональную отклонениям  $-\psi$ . Применение комбинации указанного четырехполюсника позволило уменьшить запаздывание в цепи обратной связи до 20 мксек.

Дальнейшее увеличение быстродействия в цепи обратной связи связано с коррекцией запаздывания оконечного в.ч. контура ускоряющей системы синхрофазотрона.

Контур, как любая резонансная система, обладает запаздыванием, численно равным:

$$r_k = \frac{Q}{\omega_0},$$

где  $Q$  - добротность контура,  $\omega_0$  - резонансная частота.

В синхрофазотроне запаздывание контура ускоряющей системы в цикле ускорения постоянно и численно равно  $\approx 15$  мксек. Это позволяет скорректировать указанное запаздывание, вводя специальный блок коррекции и тем самым значительно увеличить суммарное быстродействие обратной связи.

Суммарное запаздывание цепи обратной связи с коррекцией составляло  $r_{\text{с.с.}} = 5$  мксек, что только в 2 раза превышает запаздывание из-за конечной скорости распространения в.ч. мощности на кабеле длиной 350 м. К характеристикам аппаратуры следует отнести то обстоятельство, что она должна устойчиво работать в условиях большого, так называемого "динамического диапазона интенсивности".

Аппаратура построена таким образом, что она устойчиво работает при изменении интенсивности в 5000 раз ( $\approx 70$  дБ). Минимальный уровень интенсивности, при котором обратная связь по пучку работает, равен  $\approx 5 \cdot 10^7$  и определяется собственными шумами, а также наводками на сигнальные электроды. Для измерения разности фаз центра тяжести сгустка и равновесной фазы используются напряжения с обоих



ускоряющих электродов (через делители) и сигнал пучка, наводимый на электростатических сигнальных электродах.

Указанная информация по тщательно отсимулированным по длине кабелям подается из здания синхрофазотрона в зал радиоэлектроники ( $\approx 350$  м), где и производится ее обработка. Для выделения когерентных фазовых колебаний фаза пучка и фаза высокочастотного ускоряющего напряжения сравниваются на фазочувствительном дискриминаторе. Чтобы исключить постоянный сдвиг и медленное изменение фазы  $\psi = \phi - \phi_0$  за счет адиабатического изменения параметров ускорения, сделано ограничение частотной характеристики цепи обратной связи "снизу" частотой  $\approx 100$  гц.

Полная схема аппаратуры относительно сложна и содержит 35 электронных ламп пальчиковой серии. Технологически аппаратура выполнена в виде двух блоков стандартного типа.

#### Экспериментальная часть и расчет характеристик пучка в синхрофазотроне

На рис. 1 представлена панорамная осциллограмма раскачки фазовых колебаний ( $\psi$ ) центра тяжести сгустка в цикле ускорения. Нетрудно видеть, что пучок испытывает возмущения в основном "во второй половине" цикла ускорения. Примерно в середине цикла ускорения наблюдается резонансное возмущение пучка, обусловленное равенством частот радиально-фазовых колебаний и второй гармоники пульсаций магнитного поля (1200 гц).

Максимальная фазовая раскачка центра тяжести в момент прохождения через резонанс 1200 гц составляет  $\psi_{\max} \approx 0,2$  рад. Амплитуда этой раскачки к концу цикла ускорения практически не изменяется, так как адиабатическое затухание здесь проявляется слабо. Следует также иметь в виду, что помимо резонансных возмущений пучок постоянно испытывает флуктуации в амплитуде ускоряющего напряжения. В среднем это также приводит к раскачке амплитуды фазовых колебаний<sup>/5/</sup>. В "первой половине" цикла ускорения когерентность колебаний выражена слабо, хотя амплитуда колебаний отдельных протонов (в начале цикла ускорения) достаточно велика ( $\approx 1,5$  рад). Слабая когерентность колебаний в пучке ускоряемых частиц на начальном этапе ускорения обусловлена достаточно широким спектром колебаний частиц, имеющих большое отличие по амплитудам, и отсутствием резонансных возмущений.

Экспериментальный график (рис. 3) иллюстрирует изменения фазовой протяженности сгустка протонов  $\Theta^\circ$  в цикле ускорения. Большой темп уменьшения  $\Theta^\circ$  в начальной части цикла ускорения объясняется некоторой потерей интенсивности за счет

частиц с большими амплитудами фазовых колебаний, а также адиабатическим затуханием. Из рис. 3 видно, что из-за резонансных возмущений азимутальный размер сгустка протонов увеличивается с 90 до 140° и "во второй половине" цикла ускорения не затухает.

Рис. 1 и 3 иллюстрируют эффект подавления фазовых колебаний центра тяжести сгустка протонов. Измерения показывают, что синхротронная составляющая колебаний центра тяжести сгустка протонов подавляется практически полностью. Частотная характеристика обратной связи по информации о пучке выбрана с большим запасом по сравнению с областью частот синхротронных колебаний (рис. 4). При этом обратная связь работает устойчиво с большим коэффициентом регулирования ( $\beta = 1 \cdot 10^4$ ).

Приведем экспериментальные результаты измерений характеристик ускоренного пучка в области высоких энергий.

Как уже отмечалось, основными характеристиками пучка в конце ускорения являются его азимутальный размер  $\Theta^\circ$  и радиальный размер по фазовым колебаниям<sup>х)</sup>.

Действие обратной связи по информации о колебаниях центра тяжести сгустка протонов приводит к существенному уменьшению фазового объема пучка.

В конце цикла ускорения сгусток протонов имеет фазовую протяженность  $\Theta^\circ = 70^\circ$  (рис. 3).

Осциллограммы рис. 5 и 6 также показывают, что в результате действия обратной связи фазовая протяженность сгустка протонов уменьшается с 140 до 70°. Рассчитаем амплитуду радиальных колебаний  $\rho_A$  и степень моноэнергетичности сгустка протонов  $\frac{\Delta E}{E}$  в конце цикла ускорения при работе обратной связи.

Амплитуда радиальных колебаний<sup>/2/</sup>

$$\frac{\rho_A}{R_0} = \sqrt{\frac{e V_0}{\pi \cdot K \cdot F \cdot E \beta^4 (1-n)^2} (\sin \phi_n - \phi_n \cos \phi_n + a)}, \quad (3)$$

где  $e V_0 = 4,8$  кэВ - амплитуда ускоряющего напряжения,

$$K = 1 + \frac{n}{1-n} \cdot \frac{1}{\beta^2},$$

$$F = 1 - \frac{L}{\Pi [n + \beta^2 (1-n)]},$$

L - длина прямолинейных промежутков,  $\Pi$  - длина равновесной орбиты.

х) В данной работе вопрос о бетатронных колебаниях не рассматривается.

В релятивистской области ускорения  $KF = 2,55$ ,  $E$  - энергия протонов ( $E = 10$  Гэв),  $\phi_s$  - равновесная фаза  $\phi_s = 60^\circ$ .

Постоянная интегрирования

$$a = -\sin \phi_1 + \phi_1 \cos \phi_s,$$

$\phi_1$  - "левая" крайняя точка амплитуды фазовых колебаний.

$$\phi_1 = \phi_s - \frac{\theta}{2} = 25^\circ.$$

Тогда

$$a = -\sin 25^\circ + \frac{25 \cdot 2\pi}{360} \cos 60^\circ = 0,21.$$

Подставляя найденные значения в (3), получим:

$$\frac{\rho_A}{R_0} = 2,9 \cdot 10^{-4}.$$

Откуда

$$\rho_A = 0,82 \text{ см.}$$

Энергетический разброс

$$\pm \frac{\Delta E}{E} = \frac{\rho_A}{R_0} \frac{1}{\beta^2} (1 - a) = 0,97 \cdot 10^{-4},$$

откуда

$$\Delta E = \pm 0,97 \text{ Мэв.}$$

Приведем данные еще одного эксперимента, подтверждающего существенное уменьшение фазового объема сгустка протонов в конце ускорения с применением обратной связи по пучку. Осуществление кратного ускорения системами электродинамической сепарации антипротонов в обычном режиме работы ускорителя (без обратной связи по пучку) приводило к тому, что при напряжении на зазоре резонатора 70 кв и точном выполнении условия кратности не удавалось получать захват более 25-30%. Чтобы создать сепаратрису, радиальные размеры которой были бы близки к радиальным размерам первичного сгустка протонов, необходимо было увеличить напряжение на зазоре резонатора до  $\approx 250$  кв.

При таком напряжении не удается обеспечить устойчивую работу резонатора без пробоев.

Уменьшение же фазового (соответственно радиального) размера сгустка протонов с помощью системы обратной связи по пучку позволило снизить напряжение на резонаторе до 70 кв и при этом существенно увеличить захват (см. рис. 7).

## В ы в о д ы

Уменьшение фазового объема ускоряемого сгустка протонов в синхрофазотроне с помощью разработанной системы обратной связи по информации о пучке позволяет:

1. Существенно увеличить захват частиц в режим кратного ускорения в системах электродинамической сепарации частиц при пониженных напряжениях ускоряющего элемента (резонатора).

2. Выбрать экономичный вариант систем вывода внутреннего пучка протонов из ускорителя.

3. Значительно ослабить допуски питающих и ускоряющих систем синхрофазотрона на возмущения, лежащие в полосе синхротронных колебаний.

4. Осуществлять ускорение при пониженных значениях ускоряющего напряжения, что дает возможность работы синхрофазотрона с одним ускоряющим электродом.

5. Улучшить характеристики вторичного пучка частиц для камерных методик.

В заключение авторы благодарят сотрудников отдела Д.Г.Тимофеева и А.Т.Лазареву за выполнение большого объема работ по созданию аппаратуры.

## Л и т е р а т у р а

1. "Ускорители". Под редакцией Б.Н. Яблочкова. Гос. атомиздат 1962.
2. М.С.Рабинович. "Основы теории синхрофазотрона". Труды ФИАН, 1958г. т.Х.
3. "Международная конференция по ускорителям". Дубна, 1963 г. Атомиздат.
4. E.J.Rogers. "The Rev. Sci. Instr.", 29, no.3, 215 (1958).
5. N.M.Blachman. CERN Symposium, 1956.; Rev. Sci. Instr., 21, 908-911 (1950).

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 декабря 1985 г.

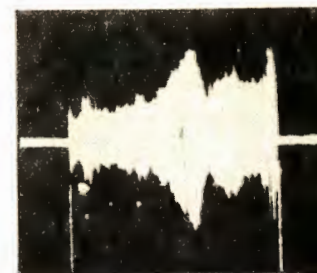


Рис. 1. Оциллограмма фазовых колебаний центра тяжести сгустка протонов в цикле ускорения. (Обратная связь по пучку выключена).



Рис. 2. Подавление фазовых колебаний центра тяжести сгустка протонов обратной связью по пучку.

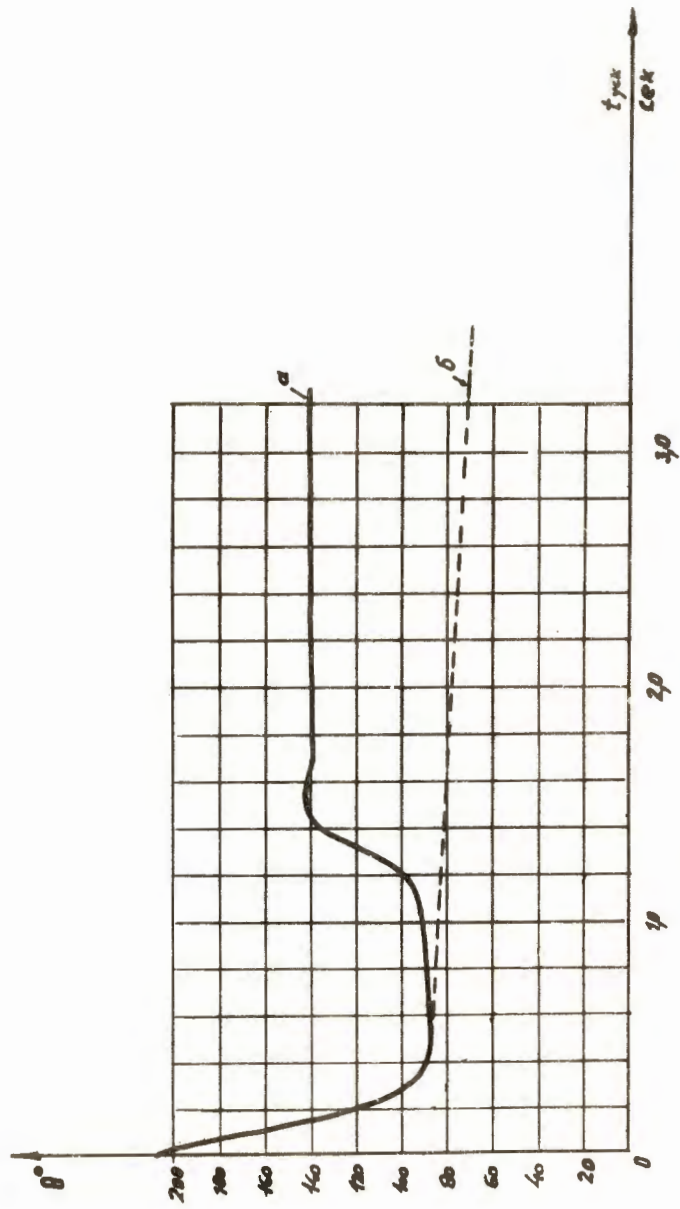


Рис. 3. Изменение фазовой протяженности ступки протонов в цикле ускорения в микрофазотроне на 10 Гэв.  
 а) Без коррекции. б) С коррекцией фазы ускоряющего напряжения по информации о пучке.

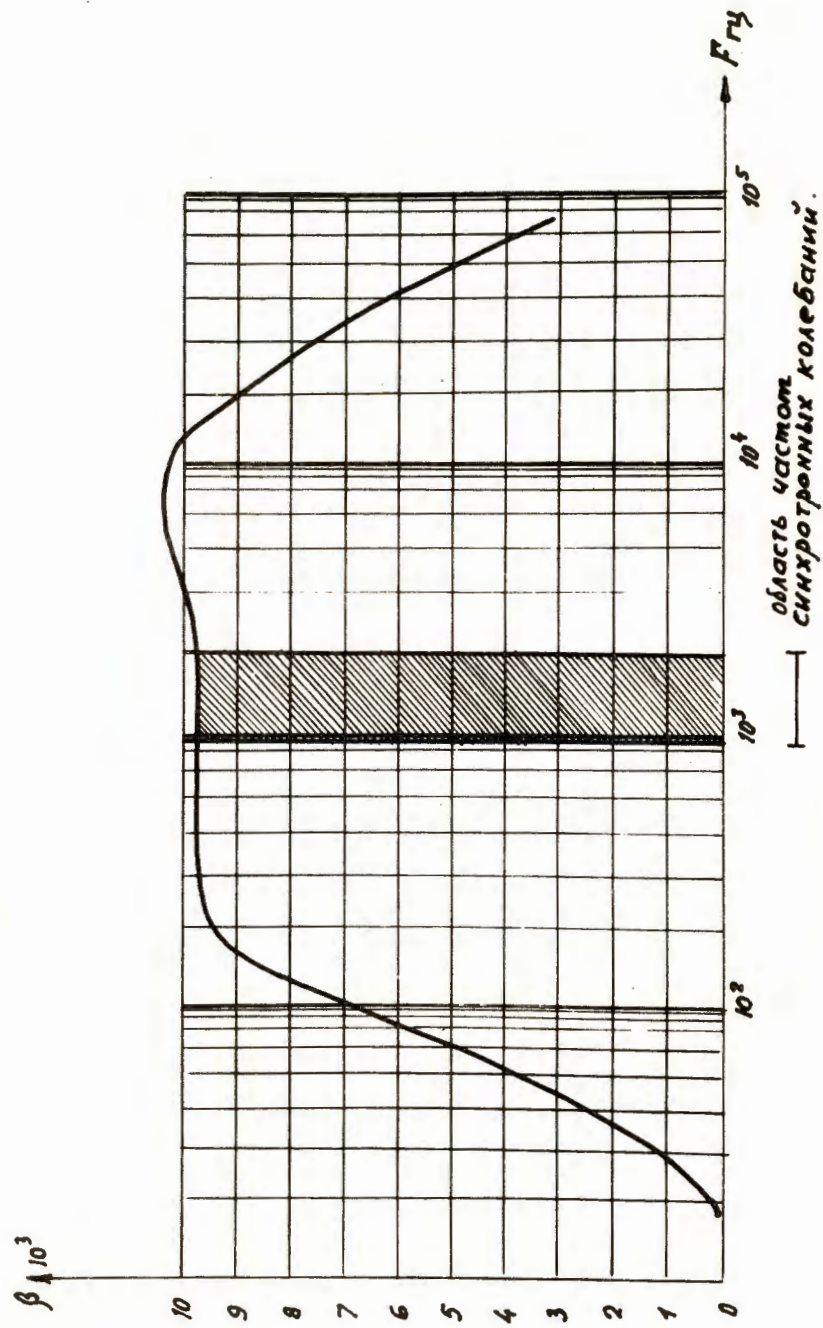


Рис. 4. Частотная характеристика цепи обратной связи.

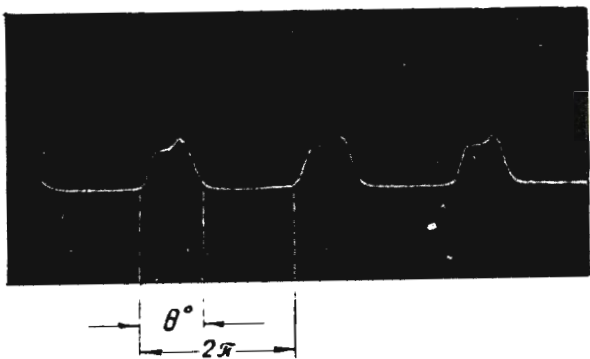


Рис. 5. Осциллограмма наведенного сигнала пучка на индукционном электроде в конце цикла ускорения. (Обратная связь по пучку выключена).

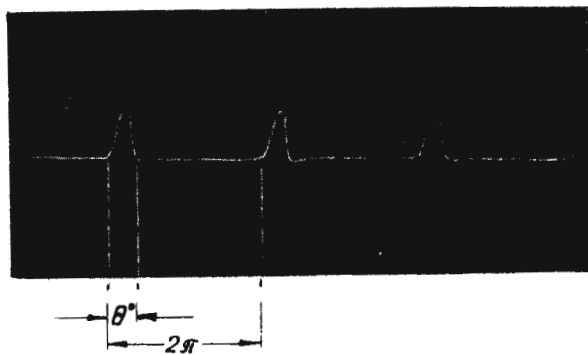


Рис. 6. Осциллограмма наведенного сигнала пучка на индукционном электроде в конце цикла ускорения. (Обратная связь по пучку включена).

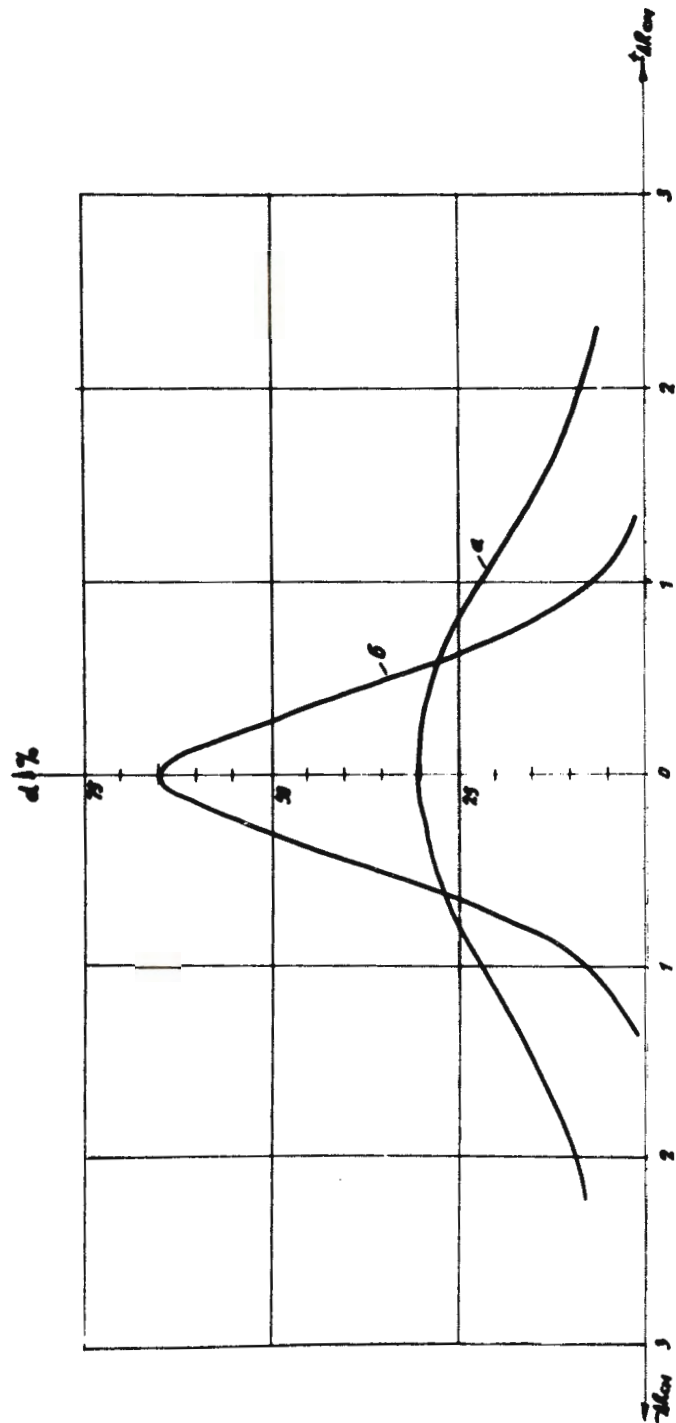


Рис. 7. Захват частиц в режим кратного ускорения на энергии 10 Гэв в зависимости от величины отклонения равновесных радиусов кратной частоты и частоты обращения спуска протонов.  
 а) Без коррекции. б) С коррекцией фазы ускоряющего напряжения по информации о пучке.

