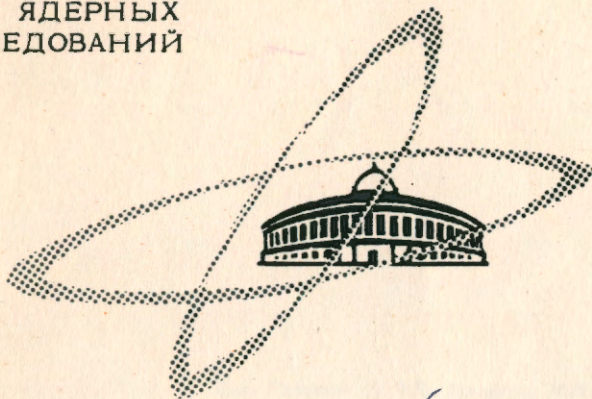


ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

2458



ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

К.А. Гриднев , Л.В. Краснов, И.Н. Кухтина,
В.К. Лукьянов, В.И. Никитина, В.И. Фурман

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИСКАЖЕННЫХ ВОЛН
К ПРЯМЫМ ЯДЕРНЫМ РЕАКЦИЯМ

1965

К.А. Гриднев^{x/}, Л.В. Краснов^{x/}, И.Н. Кухтина,
В.К. Лукьянов, В.И. Никитина, В.И. Фурман

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИСКАЖЕННЫХ ВОЛН
К ПРЯМЫМ ЯДЕРНЫМ РЕАКЦИЯМ

^{x/} Сотрудники Ленинградского государственного университета.

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

ГЛАВА I. Введение

В последние годы большое внимание уделяется изучению так называемых прямых ядерных реакций, которые являются одним из основных способов изучения структуры ядер. Главная особенность этих реакций состоит в том, что взаимодействие падающей частицы с ядром затрагивает лишь несколько его степеней свободы. Например, для дейтронного срыва - это обычно координаты внешнего попавшего в ядро нейтрона, в случае неупругого рассеяния - это коллективные координаты поверхности ядра и его эйлеровы углы и т.д. Это основное отличие прямых реакций от реакций через промежуточную систему приводит к характерным угловым распределениям (анизотропия вперед-назад) и позволяет изучать структуру ядра. Наиболее широко распространенным методом обработки экспериментальных данных по прямым реакциям сейчас является так называемый метод искаженных волн (м.и.в.)^{/1/}. Как метод он известен уже давно и используется для обработки экспериментов по атомным столкновениям^{/2/}. Фактически это есть первый порядок теории возмущений по потенциалу взаимодействия $U_{вз}$, ответственному за реакцию. В качестве волновых функций начального (i) и конечного (f) состояний выбираются функции $\Psi_{i,f} = \psi_{i,f} \phi_{i,f}$, где функции $\psi_{i,f}$ описывают относительное движение частиц во входном (i) и выходном (f) каналах (так называемые "искаженные волны"), а функции $\phi_{i,f}$ описывают внутренние состояния взаимодействующих частиц в этих каналах. Амплитуда реакции тогда запишется в виде:

$$T_{if} = \langle \psi_f^{(-)} \phi_f | U_{вз} | \psi_i^{(+)} \phi_i \rangle = \langle \psi_f^{(-)} | V_{if} | \psi_i^{(+)} \rangle, \quad (1)$$

и дальнейшая задача заключается в факторизации этой амплитуды с целью выделения из нее структурной части. Для этого в (d, p) реакциях, например, используется потенциал взаимодействия дельта-образного типа, и тогда сечение реакции принимает вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_L S_L \Phi_L(\theta). \quad (2)$$

Здесь L - набор квантовых чисел, определяющих состояние попавшего в ядро нейтрона. Сравнение экспериментальных и теоретических кривых дифференциальных сечений позволяет определить эти квантовые числа (обычно это орбитальный момент захваченного нейтрона).

$\Phi_L(\theta)$ - кинематическая часть сечения, которая определяет зависимость сечения от угла, энергии и Q - реакции.

S_L - структурный, так называемый спектроскопический фактор, который связан с перекрытием волновых функций начального и конечного связанных состояний системы и определяется как квадрат генеалогического коэффициента (см. гл. II).

В случае неупругого рассеяния с возбуждением коллективных уровней расчет по м.и.в. приводит к выражению, аналогичному (2), где лишь вместо S_L - фактора стоят приведенные вероятности электрического излучения L - мультипольности $B(EL)$.

Как уже отмечалось выше, метод искаженных волн требует выполнения обычных условий теории возмущений. Иногда, особенно в задачах неупругого рассеяния с возбуждением коллективных уровней ядер, ряд экспериментальных данных не удается объяснить с помощью м.и.в., поскольку он не учитывает влияния неупругих каналов на сечение реакции. В этом случае следует решать задачу методом связанных каналов^{/3/}. Кроме того, в м.и.в. имеется еще одна трудность, связанная с неортогональностью волновых функций относительного движения $\psi_{i,s}$. Тем не менее вот уже много лет с помощью м.и.в. успешно объясняют эксперименты по прямым реакциям (особенно (d,p)-реакциям), что, в свою очередь, возможно, свидетельствует об излишней жесткости требований, которые обычно предъявляются в качестве условий справедливости м.и.в.

В последние годы И.С. Шапиро и его сотрудники развивают новый, дисперсионный подход к прямым ядерным реакциям^{/4/}, который в принципе лишен указанных выше недостатков.

Недавно ими были проведены численные расчеты по этому методу для реакции $C^{13}(\gamma, n)C^{12}$ ^{/5/} с учетом искажений в выходном канале. Оказалось, что полученный результат совпадает с расчетами по м.и.в. Отсюда авторы делают вывод о том^{/5/}, что им удалось обосновать м.и.в. С другой стороны, недавно в работе Satchler^{/6/} и др. было проведено обширное исследование влияния на сечение реакции $Ca^{40}(d,p)Ca^{41}$ оптических параметров входного и выходного каналов и разных приближений в расчетах (конечный радиус взаимодействия, учет $\vec{l} \cdot \vec{s}$ взаимодействия и т.д.). Авторы делают вывод, что м.и.в. всюду дает хорошее совпадение, если для расчета искаженных волн выбирать оптические потенциалы, описывающие упругое рассеяние во входном (i) и выходном (f) каналах, и имеющаяся неоднозначность в их выборе влияет только на абсолютную величину сечений. Итак, подтверждается, по край-

ней мере, более осторожное заключение, известное уже давно^{/2/}, что м.и.в. является хорошей моделью для описания угловых распределений в прямых реакциях и для получения из эксперимента относительных S - факторов.

Таким образом, задачей теории структуры ядра остается объяснение той информации, которую получают из эксперимента после обработки его по м.и.в. Такой информацией обычно является:

1. Энергия возбужденных состояний остаточного ядра.
2. Квантовые числа этих состояний.
3. Относительные S_L - факторы, либо $B(EL)$.

Прежде чем приводить вывод формулы для сечения по м.и.в., остановимся на выборе исходного выражения для амплитуды реакции.

Следуя Тобосману^{/1/}, запишем выражение для матричного элемента:

$$T_{if} = \langle \psi_f^{(-)} | \phi_f | U_f - \bar{U}_f | \psi_i^{(+)} | \phi_i \rangle, \quad (3)$$

где искаженные волны ψ_{if} удовлетворяют уравнениям

$$(\hat{T}_{i,s} + \bar{U}_{i,s} - E_{i,s}) \psi_{i,s}^{(\pm)} = 0 \quad (4)$$

с соответствующими граничными условиями и асимптотикой.

Индексы u функций означают сходящиеся (-) и расходящиеся (+) волны на асимптотике.

Здесь U_f , например, есть потенциал в выходном канале, а \bar{U}_f - его "усредненное" значение. Поскольку определение "усреднения" не указывается (вывод формулы не зависит от этого), то обычно предполагается, что

$$U_f = \bar{U}_f + U_{вз} \quad (5)$$

Иногда (5) аргументируют тем, что потенциал взаимодействия в выходном канале (улетающая частица + ядро-остаток) U_f представляется в виде какого-то среднего (самосогласованного) потенциала \bar{U}_f и остаточных взаимодействий $U_{вз}$, которые можно рассматривать как возмущение (по аналогии с моделью оболочек). Однако практически $U_{вз}$ есть всегда немалый ядерный потенциал, параметры которого обычно подбирают из сравнения с экспериментальными данными по неупругому рассеянию в соответствующем канале.

В частности, для реакции срыва $A(d,p)B$ имеем:

$$U_{вз} = U_{пр} \quad (6)$$

$$\bar{U}_1 = U_{dA}, \quad \bar{U}_2 = U_{pB} \quad (7)$$

В качестве $U_{пр}$ выбирается обычно δ -образный потенциал^{/1/}, а U_{dA} и U_{pB} представляются в виде суммы кулоновского и оптического потенциалов.

Относительно выбора $U_{вз}$ в случае неупругого рассеяния подробно говорится в гл. III.

В следующих главах (II - III) даются подробные выводы формул для реакций срыва и неупругого рассеяния по м.и.в. в форме, удобной для численных расчетов; далее (гл. IV) дано описание математических методов, использованных при составлении программы расчета по этим формулам; и затем (гл. V) дается описание программы и инструкции по ее использованию на электронной счетной машине М-20. В приложении приведен набор кривых, иллюстрирующих зависимость угловых распределений в реакциях срыва от параметров задачи (E , Q - реакции и других); ими удобно пользоваться в практической работе при обработке экспериментальных данных.

Таким образом можно получить:

1. Угловые распределения и полные сечения реакций срыва и подхвата, а также поляризацию в реакциях срыва.

2. Сечения неупругого рассеяния с возбуждением коллективных уровней ядра.

Кроме того, предусмотрен вывод ряда промежуточных данных (волновая функция, фазы и др., подробности в гл. V). Во всех расчетах используются следующие существенные приближения:

а) спин-орбитальное взаимодействие во входном и выходном каналах не учитывается;

б) в реакциях срыва используется приближение δ -образного потенциала.

Для расчета одной кривой углового распределения и поляризации требуется ~ 5 мин, для кривой неупругого рассеяния несколько меньше.

В настоящее время во многих местах для обработки экспериментальных данных используются аналогичные программы (например, в группах Сатчлера (США), Бака (Англия) и др.). В связи с успехом этих расчетов, а также необходимостью обработки экспериментальных данных на современном уровне была выполнена эта работа.

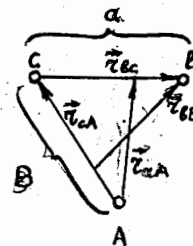
Здесь мы хотим поблагодарить И. Берсона, принимавшего участие в начальной

стадии работы, а также И. Петкова, Ли Ван Сена, В. Гольдберга, Ю. Орежкова и К. Марченко за ряд полезных обсуждений.

ГЛАВА II. Вывод формулы сечения реакции срыва $A(a,b)B$.

Поляризация и обратные реакции

Рассмотрим срыв частицы c в реакции $A(a,b)B$; следуя работе^{/7/}. Для наглядности приведем картинку и сделаем переход от "естественных" координат (\vec{r}_{bo} и \vec{r}_{ba}) к координатам во входном (\vec{r}_{aA}) и выходном (\vec{r}_{bB}) каналах:



$$\vec{r}_{bo} = -\alpha(\beta\vec{r}_{aA} - \vec{r}_{bB}),$$

$$\vec{r}_{ba} = \alpha(\vec{r}_{aA} - \gamma\vec{r}_{bB}), \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{aB}{c(a+A)}, \quad \beta = \frac{A}{B}, \quad \gamma = \frac{b}{a};$$

где a, b, A, B - массы соответствующих частиц.

Амплитуда вероятности перехода согласно формуле (Г.3) равна

$$T = \int d\vec{r}_{bB} d\vec{r}_{aA} \Psi^{(-)*}(k_b \vec{r}_{bB}) T' \Psi^{(+)}(k_a \vec{r}_{aA}), \quad (2)$$

где

$$T' = \alpha^3 \int d\xi d\sigma_b d\sigma_b \Phi_{J_B M_B}^*(\xi \vec{r}_{oA} \sigma_b) \phi_{j_b m_b}^*(\sigma_b) \times \\ \times V(\vec{r}_{bo}) \Phi_{J_A M_A}(\xi) \phi_{j_a m_a}(\vec{r}_{bo} \sigma_b \sigma_a). \quad (3)$$

Здесь α^3 -якобиана перехода к новым координатам относительного движения, $\{\xi\}$ координаты внутреннего движения ядра, A, σ -внутренние переменные частиц a , Дифференциальное сечение срыва тогда примет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_a \mu_b}{(2\pi \hbar^2)^2} \cdot \frac{k_b}{k_a} \cdot \frac{1}{(2J_A + 1)(2s_a + 1)} \cdot \sum_{M_A M_B} |\mathcal{T}|^2, \quad (4)$$

где μ - приведенные массы, k_a и k_b - волновые числа. Чтобы провести интегрирование в формуле (3) по внутренним координатам ξ , представим функцию конечного состояния $\Phi_{J_B M_B}$ в виде разложения по функциям захваченной частицы

$$F_{\ell s j \mu_j}(\vec{r}_{oA}, \sigma_o) = \sum_{m\mu} (\ell s m \mu | j \mu_j) [i^\ell Y_{\ell m}(\Omega_{oA})] u_\ell(r_{oA}) \phi_{s\mu}(\sigma_o), \quad (5)$$

то есть

$$\begin{aligned} \Phi_{J_B M_B}(\xi, \vec{r}_{oA}, \sigma_o) &= \sum_{j \ell s} C_{j \ell s}(A; B) \cdot [J_A' j M_A' \mu_j | J_B M_B] \times \\ &\times (\ell s m \mu | j \mu_j) [i^\ell Y_{\ell m}(\Omega_{oA})] u_\ell(r_{oA}) \phi_{s\mu}(\sigma_o) \Phi_{J_A' M_A'}(\xi). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $C_{j \ell s}(A; B)$ - так называемый генеалогический коэффициент разложения, $\phi_{s\mu}(\sigma_o)$ - внутренняя волновая функция захваченной частицы с. В формуле (3) проведем интегрирование по внутренним переменным ядра A:

$$\begin{aligned} \int d\xi \Phi_{J_B M_B}^* \Phi_{J_A M_A} &= \sum_{j \ell s} C_{j \ell s}(A; B) \cdot (J_A j M_A M_B - M_A | J_B M_B) \times \\ &\times (\ell s m \mu | j M_B - M_A) \cdot u_\ell(r_{oA}) \cdot [i^\ell Y_{\ell m}(\Omega_{oA})] \phi_{s\mu}^*(\sigma_o). \end{aligned} \quad (7)$$

Интегрирование по внутренним переменным частиц с и b легко провести, если учесть, что волновая функция частицы a = b + c для s-состояния относительного движения b и c имеет вид:

$$\phi_{s_a m_a}(\vec{r}_{bo}, \sigma_b, \sigma_c) = \phi_a(\vec{r}_{bo}) \sum_{m_b \mu} (s_b s m_b \mu | s_a m_a) r_{b\mu}(\sigma) r_{s\mu}(\sigma_o). \quad (8)$$

Здесь $r_{s_b m_b}(\sigma_b)$ и $r_{s\mu}(\sigma_o)$ - внутренние функции частиц b и c в частице a.

Тогда

$$\begin{aligned} \int d\sigma_b d\sigma_c \phi_{s_b m_b}^*(\sigma_b) \phi_{s\mu}^*(\sigma_o) \phi_{s_a m_a}(\vec{r}_{bo}, \sigma_b, \sigma_c) &= \\ &= a(s) \phi_a(\vec{r}_{bo}) \cdot (s_b s m_b \mu | s_a m_a), \end{aligned} \quad (7^1)$$

где интеграл перекрытия

$$a(s) = \int d\sigma_o d\sigma_b \phi_{s_b m_b}^*(\sigma_b) \phi_{s\mu}^*(\sigma_o) r_{s_b m_b}(\sigma_b) r_{s\mu}(\sigma_o). \quad (8^1)$$

Для проведения окончательного интегрирования в (2) введем приближение δ -потенциала:

$$V(\vec{r}_{bo}) \phi_a(\vec{r}_{bo}) = D_0 \delta(\vec{r}_{bo}) = D_0 \frac{1}{\alpha^3} \cdot \delta\left(\frac{A}{B} \vec{r}_{oA} - \vec{r}_{bB}\right). \quad (9)$$

Константу D_0 здесь можно оценить следующим образом. Запишем уравнение Шредингера для системы a = b + c:

$$(\nabla^2 - \alpha_a^2) \phi_a(\vec{r}_{bo}) = \frac{2\mu_{bo}}{\hbar^2} V(\vec{r}_{bo}) \phi_a(\vec{r}_{bo}),$$

где μ_{bo} - приведенная масса, $\frac{\hbar^2 \alpha_a^2}{2\mu_{bo}} = \epsilon_{bo}$. Используя (9) и теорему Грина, получим

$$D_0 = -\frac{\hbar^2 \alpha_a^2}{2\mu_{bo}} \int d\vec{r}_{bo} \phi_a(\vec{r}_{bo}). \quad (10^1)$$

Для оценки интеграла (10¹) используем асимптотическое выражение для $\phi_a(\vec{r}_{bo})$:

$$\phi_a(\vec{r}_{bo}) = \sqrt{\frac{\alpha_a}{2\pi}} \cdot \frac{e^{-\alpha_a r_{bo}}}{r_{bo}}.$$

Тогда

$$D_0^2 = 2.38 \cdot 10^3 \frac{\mu_{bo}^2}{\hbar^2} \text{ МэВ}^2 \cdot f^2. \quad (10)$$

Собирая (7), (7¹) и (9), получаем окончательное выражение для матричного элемента (3):

$$\mathcal{T} = D_0 \sum_{j \ell s m} (-1)^{s_b - m_b} i^{-\ell} \sqrt{\frac{2s_a + 1}{2s + 1}} C_{j \ell s}(A; B) \cdot u_\ell(r_{oA}) \times$$

$$\times Y_{\ell_m}^*(\Omega_{\alpha}) \cdot \delta(\vec{r}_{\alpha A} - \vec{r}_{\beta B}) a(s) (J_A j_{M_A} M_B - M_A | J_B M_B) \times$$

$$(11)$$

$$\times (\ell s m m_a - m_b | j_{M_B} - M_A) (s_a s_b m_a - m_b | s m_a - m_b).$$

Матричный элемент перехода $T = \langle \psi^{(-)} | T' | \psi^{(+)} \rangle$ получается подстановкой выражения (11) в исходную формулу (2). Проводя там интегрирование с помощью δ -функции, получим

$$T = D_0 \sum_{j \ell m} (-1)^{m_a - m_b - \ell} i^{-\ell} \sqrt{\frac{2s_a + 1}{2s + 1}} C_{j \ell m} (A; B) a(s) \cdot \tilde{g}_{\ell m}$$

$$(12)$$

$$(J_A j_{M_A} M_B - M_A | J_B M_B) (\ell s m m_a - m_b | j_{M_B} - M_A) (s_a s_b m_a - m_b | s m_a - m_b),$$

где

$$\tilde{g}_{\ell m} = \int d\vec{r} \psi^{(+)*}(\vec{k}_b \frac{A}{B} \vec{r}) u_{\ell}(\vec{r}) Y_{\ell m}^*(\Omega_{\vec{r}}) \psi^{(+)}(\vec{k}_a \vec{r})$$

$$\vec{r} = \vec{r}_{\alpha A}$$

$$(13)$$

Подставляя (12) в формулу (4) и используя равенства

$$\sum_{m_a m_b} (s_a s_b m_a - m_b | s m_a - m_b) (s_a s_b m_a - m_b | s' m_a - m_b) = \delta_{s s'} \delta_{m_a - m_b, m_a - m_b},$$

$$\sum_{M_A M_B} (J_A j_{M_A} M_B - M_A | J_B M_B) (J_A j'_{M_A} M_B - M_A | J_B M_B) = \frac{2j_B + 1}{2j + 1} \delta_{j j'} \delta_{M_B - M_A, M_B - M_A},$$

$$\sum_{(M_A - M_B)} (\ell s m m_a - m_b | j_{M_B} - M_A) (\ell' s' m' m_a - m_b | j_{M_B} - M_A) = \frac{2j + 1}{2\ell + 1} \delta_{\ell \ell'} \delta_{m m'},$$

получим следующее выражение для сечения:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2j_B + 1}{2j_A + 1} \cdot \sum_{j \ell m} C_{j \ell m}^2 (A; B) \cdot \frac{D_0^2 a^2(s)}{2s + 1}$$

$$\cdot \frac{\mu_a \mu_b k_b}{(2\pi \hbar^2)^2 k_a (2\ell + 1)} \sum_m |\tilde{g}_{\ell m}(\theta)|^2$$

$$(15)$$

Если в ядре В содержится n тождественных частиц с s , а в частице α — n' тождественных частиц b , то сечение нужно домножить на фактор $n \cdot n'$.

Поскольку индекс s означает спин захваченной частицы с, то суммирование по нему фактически не проводится. Для упрощения интеграла $\tilde{g}_{\ell m}$ представим волновые функции относительного движения в виде разложения в ряд частичных волн

$$\psi^{(\pm)}(\vec{k} \vec{r}) = \frac{4\pi}{k r} \sum_{LM} i^L \chi_L(kr) \cdot Y_{LM}(\Omega_{\vec{r}}) Y_{LM}^*(\Omega_{\vec{k}})$$

$$(16)$$

Тогда получаем

$$\tilde{g}_{\ell m} = \frac{(4\pi)^{3/2} B}{k_b k_a \cdot A} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\ell + 1}} \sum_{\ell_a \ell_b} i^{\ell_a - \ell_b} (-1)^{m_a - m_b} \sqrt{(2\ell_a + 1)(2\ell_b + 1)}$$

$$(17)$$

$$\cdot (\ell_a \ell_b 00 | \ell 0) (\ell_a \ell_b m_a m_b | \ell m) Y_{\ell_a - m_a}(\Omega_{\vec{k}_a}) Y_{\ell_b - m_b}(\Omega_{\vec{k}_b}) J_{\ell_a \ell_b \ell}$$

где

$$J_{\ell_a \ell_b \ell} = \int dr \chi_{\ell_b}(k_b \frac{A}{B} r) u_{\ell}(r) \chi_{\ell_a}(k_a r)$$

$$(18)$$

Дальнейшие преобразования выражения (17) производятся с помощью перестановки индексов в коэффициентах Клебша-Гордана и выбора системы отсчета так, чтобы оси были направлены следующим образом: $Z || \vec{k}_a$, $Y || [\vec{k}_a \times \vec{k}_b]$. Тогда

$$Y_{\ell_a - m_a}(\Omega_{\vec{k}_a}) = \sqrt{\frac{2\ell_a + 1}{4\pi}} \cdot \delta_{0, m_a}$$

$$(19)$$

$$Y_{\ell_b - m_b}(\Omega_{\vec{k}_b}) = Y_{\ell_b - m_b}(\theta, 0) = \sqrt{\frac{(2\ell_b + 1)(\ell_b - |m_b|)!}{4\pi(\ell_b + |m_b|)!}} \cdot P_{\ell_b}^{m_b}(\cos \theta).$$

Из (13) видно, что $\tilde{g}_{\ell m} = (-1)^m \tilde{g}_{\ell -m}$, так что можно работать в дальнейшем только $m \geq 0$. Тогда $P_{\ell_b}^{m_b}(\cos \theta)$ — обычный присоединенный полином Лежандра с $m_b \geq 0$.

Теперь окончательное выражение для $\tilde{g}_{\ell m}$ примет вид:

$$\tilde{g}_{\ell m} = \frac{\sqrt{4\pi} B}{k_a k_b A} \cdot i^{\ell} \sqrt{2\ell + 1} \cdot g_{\ell m}$$

$$(20)$$

где

$$g_{\ell m} = \sum_{\ell_a \ell_b} \Gamma_{\ell_a \ell_b}^{\ell m} J_{\ell_a \ell_b \ell} \cdot P_{\ell_b}^{m_b}(\cos \theta),$$

$$\Gamma_{\ell_a \ell_b}^{\ell m} = (2\ell_b + 1) \cdot i^{\ell_a - \ell_b - \ell} \sqrt{\frac{(\ell_b - m)!}{(\ell_b + m)!}} (\ell_b \ell_m - m | \ell_a 0).$$

$$(21)$$

$$\cdot (\ell_b \ell 00 | \ell_a 0).$$

$$(22)$$

Подставляя полученное выражение (20) для $\tilde{\epsilon}_{\ell m}$ в формулу (15), получим

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2J_B + 1}{2J_A + 1} \sum_{j\ell s} S_{j\ell s} \cdot \Phi_{j\ell s}(\theta), \quad (23)$$

где $S_{j\ell s} = \pi C_{j\ell s}^2(A; B)$ - так называемый спектроскопический фактор, который определяет вероятность найти ядро В в виде А + с, причем частица с находится в поле остова А в состоянии с квантовыми числами $j\ell s$. $\Phi_{j\ell s}(\theta)$ есть кинематическая часть сечения и равна:

$$\Phi_{j\ell s}(\theta) = \frac{\theta \cdot D_0^2 a^2 (s)}{2s + 1} \cdot \sigma_{j\ell s}(\theta), \quad (24)$$

где

$$\sigma_{j\ell s}(\theta) = \frac{\mu_a \mu_b B^2}{\pi \hbar^4 k_a^2 k_b A^2} \cdot \sum_m |\tilde{\epsilon}_{\ell m}|^2. \quad (25)$$

Если размерность D_0^2 включить в $\sigma_{j\ell s}$ и измерять $\sigma_{j\ell s}$ в мб/стерад, энергии - в Мэв, длины - в ферми, а массы - в единицах массы протона, то

$$\sigma_{j\ell s}(\theta) = 1,847 \cdot 10^{-8} \frac{\mu_a \mu_b B^2}{k_a^2 k_b A^2} \sum_m |\tilde{\epsilon}_{\ell m}|^2. \quad (25')$$

Все вышесказанное относилось к срыву частицы с в реакции $A(a, b)B$. Рассмотрим теперь обратную реакцию подхвата $B(b, a)A$. Матричный элемент перехода для обратной реакции можно вычислить тем же путем, что и для прямой реакции. Результат имеет вид (ниже все величины, относящиеся к прямой реакции, будут иметь двойной индекс: ab и соответственно для обратной реакции ba):

$$T_{ba} = D_0 \sum_{j\ell s} C_{j\ell s}(A; B) i^{-\ell} (-1)^{s-b-m_b} \sqrt{\frac{2s_a+1}{2s+1}} a^{ba}(s) \chi(-1) \tilde{\epsilon}_{\ell-m}^{ba} \quad (26)$$

$$\cdot (J_A j^M M_B - M_A | J_B M_B) (s_a s_b m_a - m_b | s m_a - m_b) (\ell s m_a - m_b | j M_B - M_A),$$

где $a^{ba}(s) = \int d\alpha d\sigma \phi_{s_b m_b}(\sigma_b) \phi_{s_a m_a - m_b}(\sigma_a) \phi_{s_b m_b}^*(\sigma_b) \phi_{s_a m_a - m_b}^*(\sigma_a) = [a^{ab}(s)]^*$, (27)

$$\tilde{\epsilon}_{\ell-m}^{ba} = \int d\vec{r} \psi^{(-)*}(\vec{k}_a \vec{r}) u_{\ell}(\vec{r}) Y_{\ell-m}^*(\Omega_{\vec{r}}) \psi^{(+)}(\vec{k}_b \frac{A}{B} \vec{r}). \quad (28)$$

Используя (26) и замечания после формулы (15), вычислим сечение реакции $B(b, a)A$:

$$\frac{d\sigma_{ba}}{d\Omega} = \frac{2s_a + 1}{2s_b + 1} \sum_{j\ell s} \pi C_{j\ell s}^2(A; B) \frac{\nu D_0^2 |a^{ba}(s)|^2}{2s + 1} \sigma_{j\ell s}^{ba}(\theta), \quad (29)$$

где

$$\sigma_{j\ell s}^{ba}(\theta) = \frac{\mu_a \mu_b k_a}{(2\pi \hbar^2)^2 k_b} \sum_m |\tilde{\epsilon}_{\ell m}^{ba}|^2. \quad (30)$$

Чтобы установить связь $\sigma_{j\ell s}^{ba}(\theta)$ с $\sigma_{j\ell s}^{ab}(\theta)$ из формулы (25), рассмотрим обращенную во времени реакцию $A(ab)B$. Пусть при обращении времени волновая функция состояния с полным моментом J и проекцией M преобразуется следующим образом:

$$\hat{T} \psi_{JM} = (-1)^{J-M} \psi_{J-M}. \quad (31)$$

Здесь \hat{T} - оператор обращения времени. Тогда амплитуда обращенного во времени перехода T_{-b-a} может быть записана в виде:

$$T_{-b-a} = D_0 \sum_{j\ell s} C_{j\ell s}(A; B) \chi(-1)^{s_b - m_b} \nu_i^{-\ell} \sqrt{\frac{2s_a+1}{2s+1}} \tilde{\epsilon}_{\ell m}^{-b-a} \quad (32)$$

$$\cdot a^{b-a}(s) (J_A j^M M_B - M_A | J_B M_B) (\ell s m_a - m_b | j M_B - M_A) (s_a s_b m_a - m_b | s m_a - m_b).$$

Индекс состояния $^{-b-a}$ означает состояние, обращенное во времени. Приведенная амплитуда $\tilde{\epsilon}_{\ell m}^{-b-a}$ определяется как

$$\tilde{\epsilon}_{\ell m}^{-b-a} = \int d\vec{r} \psi^{(-)*}(-\vec{k}_a \vec{r}) u_{\ell}(\vec{r}) Y_{\ell m}^*(\Omega_{\vec{r}}) \psi^{(+)}(-\vec{k}_b \frac{A}{B} \vec{r}). \quad (33)$$

Учитывая, что по определению

$$\psi^{(-)*}(-\vec{k} \vec{r}) = \psi^{(+)}(\vec{k} \vec{r}),$$

получаем из сравнения (33) и (13), что

$$\tilde{\epsilon}_{\ell m}^{-b-a} = \tilde{\epsilon}_{\ell m}^{ab}. \quad (34)$$

Сравнивая далее формулы (33) и (28), видим, что амплитуды $\tilde{\epsilon}_{\ell m}^{ba}$ и $\tilde{\epsilon}_{\ell m}^{-b-a}$ отличаются только системами координат.

Для амплитуды $\tilde{\epsilon}_{\ell m}^{-b-a}(\theta \phi) z || \vec{k}_a ; y || \vec{k}_a \times \vec{k}_b ; \theta = \vec{k}_a \vec{k}_b \phi = 0,$

для $\vec{E}_{\ell m}^{ba}(\theta) z' || -\vec{k}_b \quad y' || (-\vec{k}_b) \times (-\vec{k}_a) = -\vec{k}_b \times \vec{k}_a; \theta = (-\vec{k}_b | \chi | -\vec{k}_a); \phi = 0.$

Из формулы (17) легко установить, что при вращениях $\vec{E}_{\ell m}^{ba}$ ведет себя, как $Y_{\ell m}^*$. Тогда $\vec{E}_{\ell m}^{ba}$ связано с $\vec{E}_{\ell m}^{-ba}$ следующим образом:

$$\vec{E}_{\ell m}^{ba} = \sum_m D_{m, m}^{\ell}(\pi, \pi - \theta, \pi) \vec{E}_{\ell m}^{-ba}. \quad (35)$$

Углы Эйлера и D -функции определены по Эдмондсу^{/16/}. Используя (34) и условие унитарности D -функций, получим:

$$\sum_m |\vec{E}_{\ell m}^{ba}|^2 = \sum_m |\vec{E}_{\ell m}^{ab}|^2. \quad (36)$$

Тогда, сравнивая формулы (20), (25) и (30), получим, учитывая /38/,

$$\sigma_{j\ell a}^{ba}(\theta) = \frac{k_a^2}{k_b^2} \sigma_{j\ell a}^{ab}(\theta). \quad (37)$$

Таким образом, при расчете дифференциального сечения обратной реакции $V(b, a)A$ можно использовать программу для вычисления $\sigma_{j\ell a}^{ab}(\theta)$, т.е. вместо обратной реакции $V(b, a)A$ с заданными величинами $E_b^{лаб}$ и Q_{ba} ($E_b^{лаб}$ - энергия падающей частицы b в л.с., Q_{ba} - энергия реакции) ведем расчет для фиктивной прямой реакции $A(a, b)V$ с

$$Q_{ab} = -Q_{ba} \quad \text{и} \quad E_a^{лаб} = \frac{a+A}{A} \left\{ Q_{ba} + \frac{B}{b+B} E_b^{лаб} \right\} \quad (38)$$

(обозначения аналогичны принятым в формуле (1)).

Рассмотрим, наконец, поляризацию частиц в реакции $A(a, b)V$, причем будем считать, что поляризация во входном канале отсутствует. Если для удобства дальнейшей записи в формуле (12) обозначить:

$$A_{j\ell a} = D_0 \sqrt{\frac{2s_a+1}{2s+1}} C_{j\ell a}(A; B) a(s),$$

то в отсутствие спин-орбитальных сил в искажающих потенциалах векторная поляризация вылетающих частиц имеет вид (подробности см. в работе^{/17/}):

$$P_b(\theta) = \sum_{\ell \ell' s s'} \sqrt{\frac{(2s+1)(2s'+1)(2\ell'+1)(2s_b+1)2(s_b+1)}{s_b}} (-1)^{i-\ell-s_a+s_b} \times$$

$$\times W(ss'\ell\ell'; 1j) W(s_b s_b' s s'; 1s_a) \sum_m (2\ell m + 1, -1 | \ell m) \times \quad (39)$$

$$\times \text{Im} [A_{j\ell a} A_{j\ell' a}^* E_{\ell m} E_{\ell' m+1}^*] \left(\sum_{\ell' j m} |A_{j\ell' a} E_{\ell' m}|^2 \right)^{-1}.$$

Факторы $W(j_1 j_2 j_3 j_4; j_5 j_6)$ - обычные коэффициенты Рака.

В настоящей программе вычисляется поляризация для (d, p) и (d, n) реакций при заданных значениях ℓ, s и $j = \ell \pm 1/2$. Знак поляризации выбран в соответствии с Базельской конвенцией. Поляризация в этом случае имеет вид:

$$P_{b,p}(\theta) = \frac{4(j-\ell)}{3 \cdot 2j+1} \frac{\sum_m [(\ell+m+1)(\ell-m)]^{1/2} \text{Im} [E_{\ell m} E_{\ell m+1}^*]}{\sum_m |E_{\ell m}|^2}. \quad (39')$$

ГЛАВА III . Неупругое рассеяние частиц с возбуждением коллективных уровней в ядрах

Рассмотрим неупругое рассеяние бесспиновых частиц на ядрах с возбуждением в них коллективных степеней свободы. То же самое будет в случае неупругого рассеяния со слабым спинорбитальным взаимодействием частиц во входном и выходном каналах.

Для описания этих коллективных состояний ядра будем пользоваться феноменологическими макромоделями, в которых для описания состояний квадрупольного и октупольного типа используются переменные $a_{\lambda\mu}$ ($\lambda = 2, 3$). В случае лишь квадрупольных деформаций ($\lambda = 2$) эти переменные можно выразить через другие - параметры формы поверхности ядра β (параметр деформации) и γ (параметр неаксиальности) и эйлеровы углы $\Theta = \theta_1, \theta_2, \theta_3$ - поворота третьей оси ядра в лабораторной системе координат:

$$a_{2\mu} = \sum a_n D_{\mu n}^{(2)}(\Theta), \quad (1)$$

$$a_0 = \beta \cos \gamma, \quad a_{\pm 2} = \beta \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}}.$$

Радиус ядра R можно найти из условия сохранения объема ядра

$$\int_{\Omega} d\Omega \int_0^{R+\Delta R} r^2 dr = \frac{4}{3} \pi R^3. \quad (2)$$

Этому равенству с точностью до членов $\sim a^3$ удовлетворяет следующее выражение:

$$\mathfrak{R} = R + \Delta R, \quad \Delta R = R \sum_{\lambda=2, 3} a_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\Omega_{\vec{r}}) - R \frac{\sum a_{\lambda\mu} a_{\lambda\mu}^*}{4\pi}. \quad (3)$$

Для описания процессов неупругого рассеяния, то есть для решения уравнения Шредингера с потенциалом $u = U(r) + U_{\text{вз}}(r, a_{\lambda\mu})$, где в общем случае центральная часть потенциала $U(r)$ и взаимодействие $U_{\text{вз}}(r, a_{\lambda\mu})$ складываются из ядерной и кулоновской части

$$U(r) = U^{\text{кул}}(r) + U^{\text{яд}}(r) + W^{\text{яд.погл.}}, \quad (4)$$

$$U_{\text{вз}}^{\text{кул}}(r) = U_{\text{вз}}^{\text{яд}} + U_{\text{вз}}^{\text{яд}}$$

важно прежде всего правильно выбрать $U_{\text{вз}}$, приводящее к возбуждению коллективных состояний ядра. Проще всего это сделать для кулоновского взаимодействия, воспользовавшись представлением потенциала через плотность заряда $\rho_{z_2}(\vec{r}')$ ядра-мишени

$$U^{\text{кул}}(r) = U^{\text{кул}} + U_{\text{вз}}^{\text{кул}}(r, \xi) = Z_1 e \int \rho_{z_2}(\vec{r}') \frac{d\vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (5)$$

Чтобы найти явное выражение для этого потенциала как функции переменных относительного движения \vec{r} и внутренних координат ядра $a_{\lambda\mu}$, выберем плотность ρ_{z_2} в виде ступенчатой функции r' :

$$\rho_{z_2}(\vec{r}') = \begin{cases} \rho_0 = \frac{3Z_2 e}{4\pi R^3} & (r' < \mathfrak{R}), \\ 0 & (r' > \mathfrak{R}) \end{cases} \quad (6)$$

и воспользуемся разложением

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = 4\pi \sum_{\ell m} (2\ell + 1)^{-1} Y_{\ell m}(\Omega_{\vec{r}'}) Y_{\ell m}^*(\Omega_{\vec{r}}) f_{\ell}(r, r'), \quad (7)$$

$$f_{\ell}(r, r') = \begin{cases} r'^{\ell} / r^{\ell+1} & (r' > r), \\ r^{\ell} / r'^{\ell+1} & (r' < r). \end{cases}$$

Подставляя (6) и (7) в формулу (5) и интегрируя там почленно с помощью формулы

$$\int_{\Omega} \int_0^{\mathfrak{R}} F(r') dr' = \int_{\Omega} \int_0^R F(r) dr + F(R\Omega') \cdot \Delta R + F'_R(R\Omega') \frac{(\Delta R)^2}{2},$$

получим с точностью до членов $\sim a^3$ следующее выражение для потенциала:

$$U^{\text{кул}} + U_{\text{вз}}^{\text{кул}} = \sum_{\text{LM}} U_{\text{LM}}^{\text{кул}} Y_{\text{LM}}^*,$$

$$U_{\text{LM}}^{\text{кул}} = \sqrt{4\pi} Z_1 Z_2 e^2 \delta_{L0} \delta_{M0} \cdot \left[\frac{1}{r} \theta(r - R_0) + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{3R_0^3} \right) \theta(R_0 - r) \right] +$$

$$+ Z_1 Z_2 e^2 \frac{3}{2L+1} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{R_0}{r} \right)^L \theta(r - R_0) + \left(\frac{r}{R_0} \right)^L \frac{1}{R_0} \theta(R_0 - r) \right] \cdot$$

$$\cdot \left[(-1)^M a_{L-M} - \frac{\sum_{\lambda\mu} a_{\lambda\mu} a_{\lambda-\mu} (-1)^\mu}{\sqrt{4\pi}} \right] + Z_1 Z_2 e^2 \frac{3}{2L+1} \left[\frac{L+2}{2} \frac{1}{r} \left(\frac{R_0}{r} \right)^L \theta(r - R_0) - \right.$$

$$\left. - \frac{L-1}{2} \frac{1}{R_0} \left(\frac{r}{R_0} \right)^L \theta(R_0 - r) \right] \sum_{\lambda\lambda'} B_{\text{LM}}^{\lambda\lambda'} a_{\lambda\mu} a_{\lambda'\mu'}.$$

где

$$B_{\text{LM}}^{\lambda\lambda'} = (-1)^M \frac{\sqrt{(2\lambda+1)(2\lambda'+1)}}{4\pi(2L+1)} (\lambda\lambda'00|L0) (\lambda\lambda'\mu\mu'|L-M),$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0), \\ 0 & (x < 0). \end{cases} \quad (8)$$

Труднее выбрать ядерную часть взаимодействия $U_{\text{вз}}^{\text{яд}}$. Здесь можно воспользоваться методом, который подробно обсуждается в работах ^{8,9/} и состоит в следующем. В оптическом потенциале относительного движения $U(r, R)$ (в форме Вудс-Саксона) в качестве радиуса ядра R надо брать деформированный радиус $\mathfrak{R} = R + \Delta R$ (формула (3)) и раскладывать этот потенциал по малости $\Delta R/R$, выделяя таким образом $U_{\text{вз}}^{\text{яд}}(r, a_{\lambda\mu})$:

$$U_{\text{вз}}^{\text{яд}}(r, a_{\lambda\mu}) = \frac{dU^{\text{яд}}}{dR} \Delta R + \frac{d^2 U^{\text{яд}}}{dR^2} \frac{(\Delta R)^2}{2}. \quad (10)$$

При этом угловые координаты $\Omega_{\vec{r}}$ в ΔR (3) заменяются на угловые координаты относительного движения $\Omega_{\vec{r}}$ (по соображениям локализации взаимодействия возле поверхности ядра). Ограничиваясь опять лишь членами порядка a и a^2 , получим:

$$U_{\text{вз}}^{\text{яд}} = \sum_{\text{LM}} U_{\text{LM}}^{\text{яд}} Y_{\text{LM}}^*$$

$$U_{\text{LM}}^{\text{яд}} = R \cdot i \frac{dU^{\text{яд}}}{dR} [(-1)^M a_{L-M} - \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\lambda\mu} a_{\lambda\mu} a_{\lambda-\mu} (-1)^\mu] + \frac{R^2}{2} \frac{d^2 U^{\text{яд}}}{dR^2} \sum_{\lambda\mu\lambda'\mu'} B_{\text{LM}}^{\lambda\lambda'} a_{\lambda\mu} a_{\lambda'\mu'}$$

Аналогичное выражение можно получить, если раскладывать $U^{\text{яд}}(rR)$ не по $\Delta R/R$, а по $\Delta r/r$, где для Δr берется выражение, сходное с (3) (из соображений эквивалентности взаимодействия). В случае Вудс-Саксоновского потенциала это приводит к формуле (11), в которой надо заменить лишь R на r , и практически не дает какого-либо существенного изменения сечения неупругого рассеяния, поскольку основной вклад в него дает все равно область $r = R$.

Итак, суммируя (8) и (11), представим полный потенциал взаимодействия в виде

$$U_{\text{вз}}^{\text{яд}}(r, a_{\lambda\mu}) = \sum_{\text{LM}} q_L^{(n)}(r) \left(\frac{\mathbb{M}_{\text{LM}}^{(n)}}{e \text{ (барн)}^{1/2}} \right) Y_{\text{LM}}^*(\Omega_r), \quad (12)$$

где \mathbb{M}_{LM} (операторы электрических мультипольных моментов) и $q_L^{(n)}(r)$ имеют вид:

$$\mathbb{M}_{\text{LM}}^{(n)} = e \cdot N_L^{(n)} \cdot F_{\text{LM}}^{(n)}, \quad (13)$$

$$N_L^{(n)} = \frac{3}{4\pi} Z_2 R_0^L \cdot \frac{2+L[1-(\delta_{L2}-\delta_{L3})\delta_{n1}]}{2}, \quad (14)$$

$$F_{\text{LM}}^{(n)} = (-1)^M a_{L-M} (\delta_{L2} + \delta_{L3}) \delta_{n1} + (4\pi\delta_{L0} + \delta_{L1} + \delta_{L2} + \delta_{L3} + \delta_{L4} + \delta_{L5} + \delta_{L6}) \delta_{n2} \cdot \sum_{\lambda\mu\lambda'\mu'} B_{\text{LM}}^{\lambda\lambda'} a_{\lambda\mu} a_{\lambda'\mu'}$$

$$q_L^{(n)}(r) = \frac{10}{N_L} [[Z_1 Z_2 e^2 \frac{3}{2L+1} \left(\frac{1}{r} \left(\frac{R_0}{r} \right)^L \theta(r-R_0) + \frac{1}{R_0} \left(\frac{r}{R_0} \right)^L \theta(R_0-r) \right) + R \frac{dU^{\text{яд}}}{dR}] \cdot [(\delta_{L2} + \delta_{L3}) \delta_{n1} - \delta_{L0} \delta_{n2}] + [Z_1 Z_2 e^2 \frac{3}{2L+1} \left(\frac{L+2}{2} \cdot \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{R_0}{r} \right)^L \theta(r-R_0) - \frac{L-1}{2} \cdot \frac{1}{R_0} \left(\frac{r}{R_0} \right)^L \cdot \theta(R_0-r) + \frac{1}{2} R^2 \frac{d^2 U^{\text{яд}}}{dR^2} \cdot (\delta_{L0} + \delta_{L1} + \delta_{L2} + \delta_{L3} + \delta_{L4} + \delta_{L5} + \delta_{L6}) \delta_{n2}] \right]$$

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1 & (m=n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases}$$

Здесь индекс $n=1,2$ означает порядок разложения по $a_{\lambda\mu}$ и в случае простой вибрационной модели ядра есть число фононов возбуждения, полученных ядром при неупругом рассеянии.

Здесь удобно сразу договориться, что длины измеряются в ферми ($f = 10^{-13}$ см), а энергии в Мэв (тогда $e^2 = 1,44$ Мэв $\cdot f$). Среди других обозначений имеем: $R_0 = r_{00} A^{1/3}$ - кулоновский радиус ядра-мишени со ступенчатым распределением плотности заряда Z_2 ; $R_0 = r_{00} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ - кулоновский радиус взаимодействия двух зарядов Z_1 и Z_2 ; $R = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ - радиус ядерного потенциала. Заметим еще, что выражение для \mathbb{M}_{LM} (формулы (13)-(15)) получено из определения

$$\mathbb{M}_{\text{LM}} = \int \rho_{Z_2}(r) \cdot r^2 Y_{\text{LM}} d^3r = \sum_{n=1,2} \mathbb{M}_{\text{LM}}^{(n)} \quad (17)$$

с помощью выражения для плотности (6), при этом оставлены лишь первые не исчезающие члены разложения по $a_{\lambda\mu}$.

Теперь получим формулу для дифференциального сечения неупругого рассеяния в рамках метода искаженных волн, который в нашем случае сводится к следующему. Из полного гамильтониана системы выделяют члены $U_{\text{вз}}$, ответственные за переходы в ядре. Тогда переход системы в возбужденное состояние характеризуется матрицей

$$T_{if} = \langle \Psi_f^{(-)} | T_{if}' | \Psi_i^{(+)} \rangle, \quad (18)$$

где

$$T_{if}' = \langle J_f M_f | U_{\text{вз}} | J_i M_i \rangle$$

Здесь $\Psi^{(\pm)}$ есть искаженные волны (II, (16)), удовлетворяющие уравнению

$$(\hat{T} + U(r) - E) \Psi^{(\pm)}(r) = 0 \quad (19)$$

с соответствующими граничными условиями, а волновые функции $|JM\rangle$ есть собственные функции гамильтониана, описывающего внутреннее состояние системы.

Сечение выражается с помощью (18) в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi}{v_i} \cdot \rho(E_f) \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \sum_{M_i M_f} |T_{if}|^2,$$

где

$$\rho(E_f) = \frac{mv_f}{(2\pi\hbar)^3}$$

Подставляя в матрицу перехода (18) выражение для потенциала взаимодействия (12) и используя теорему Вигнера-Экарта

$$\langle J_i M_i | \mathcal{M}_{LM}^{(n)} | J_i M_i \rangle = (J_i L M_i M | J_i M_i) \langle J_i | \mathcal{M}_L^{(n)} | J_i \rangle, \quad (21)$$

получим

$$T_{if} = \sum_{nLM} \langle \Psi_f^{(-)} | \mathcal{M}_{LM}^{(n)}(\Omega_f) | \Psi_i^{(+)} \rangle \langle J_i | \mathcal{M}_L^{(n)} | J_i \rangle \cdot (J_i L M_i M | J_i M_i). \quad (22)$$

Подставляя это выражение в формулу сечения (20) и проводя там суммирование по проекциям M_i и M_f , получим

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2J_i + 1}{2J_f + 1} \cdot \sum_{nL} \left[\frac{B_{f \rightarrow i}^{(n)}(EL)}{e^2 (\text{барн})} \right] \cdot v_L^{(n)}, \quad (23)$$

где $x/$

$$B_{f \rightarrow i}^{(n)}(EL) = |\langle J_f | \mathcal{M}_L^{(n)} | J_i \rangle|^2 \quad (24)$$

есть приведенная вероятность электрического излучения мультипольности L , а $\sigma_L^{(n)}$ совпадает с формулой (II. 25'), в которой надо лишь положить $n_a = n_b = n$, и измеряется в мбарн/стерадиан. Входящий в $\sigma_L^{(n)}$ радиальный интеграл теперь имеет вид

$$J_{L\ell, L}^{(n)} = \int dr \chi_{\ell}^{(-)}(k, r) q_L^{(n)}(r) \chi_{\ell}^{(+)}(k, r). \quad (25)$$

Таким образом, в отличие от формулы (II, 18), надо вместо $q_{\ell}(r)$ брать $q_L^{(n)}(r)$, остальная же программа счета не изменяется.

Сделаем ряд замечаний к полученным результатам. Во-первых, из выражения (16) для $q_L^{(n)}$ видно, что отношение ядерного взаимодействия (для потенциала Вудс-Саксона $U_{\text{яд}}(r) = \frac{U_0}{1 + \exp(\frac{r-R}{a})}$) к кулоновскому взаимодействию имеет следующий порядок величины:

$$x = \frac{U_{\text{яд}}}{U_{\text{кул}}} = \frac{r}{4a} \left(\frac{r}{R_0} \right)^L \cdot \frac{U_0}{U_B} \cdot \text{ch}^{-2} \left(\frac{r-R}{a} \right), \quad (26)$$

$x/$ В случае возбуждения 0^+ уровней наше $B_N(E0)$ (см. формулу (23)) связано с обычно определяемым $B_0(E0)$ соотношением $B_0(E0)$ в ед. e^2 барн = $B_N(E0)(r_0^4 A^{4/3} \cdot 10^{-4}) e^2$ барн²

где $U_B = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_0}$ - кулоновский барьер. Отсюда следует, что в области классических кулоновских углов $\theta < \theta_0 = \frac{U_B}{E}$, где частица движется по кулоновским траекториям, и

$$\min \tau = \frac{R}{2} \cdot \frac{U_B}{E} \cdot (1 + \sin^{-1} \frac{\theta}{2}), \quad (27)$$

имеем $\sin^{-1} \frac{\theta}{2} \gg 1$, $\text{ch}^2(\frac{r-R}{a}) \gg 1$ и величина $x \ll 1$, то есть основной вклад в сечение дает кулоновское взаимодействие. Если энергия падающих частиц

$E < U_B$, то это отношение $x \ll 1$ сохраняется для всех углов θ и мы имеем дело с обычным кулоновским возбуждением (все траектории частиц имеют большие прицельные параметры). Для углов $\theta > \theta_0$ основной вклад в сечение неупругого рассеяния дает область $r \approx R$, и отношение (26) принимает вид

$$x \approx \frac{R}{4a} \cdot \frac{U_0}{U_B} \approx A^{1/3} \frac{U_0}{U_B}. \quad (28)$$

Поскольку обычно $U_0 \gg U_B$, то основной вклад в сечение будут давать ядерные силы. Все эти рассуждения справедливы в рамках исходных приближений метода искаженных волн. В том случае, когда взаимодействие велико, первый порядок теории, возмущений будет давать, вообще говоря, неправильный результат - в этом случае такую задачу неупругого рассеяния можно решать методом связанных каналов^{/3/} или в случае рассеяния тяжелых частиц использовать для решения методы квазиклассического рассмотрения^{/10/}. Практически на эксперименте с ростом взаимодействия должны наблюдаться со значительной вероятностью переходы в ядре, которые запрещены в первом порядке теории возмущений.

Далее, во-вторых, используемый здесь метод искаженных волн вносит ограничения на величину момента L , получаемого ядром при рассеянии на нем частиц. Эта величина ограничена $L_{\text{max}} = 4$ для случая квадрупольных деформаций и $L_{\text{max}} = 6$ для октупольных деформаций ядра.

Последнее замечание касается того, что в q_L отбрасываются мнимые слагаемые, поскольку они дают вклад в сечение $= (\frac{W}{U_0})^2 \ll 1$ где W и U_0 - мнимая и действительная части оптического потенциала.

ГЛАВА IV. Методы вычислений

Основную трудность для расчета сечения в м.к.в. представляет вычисление интегралов типа (II. 18) и факторов $\Gamma_{L_a L_b}^{L_m}$. Рассмотрим последовательно математические методы получения искаженных волн χ_{ℓ_b} и χ_{ℓ_a} , волновой функции связанного состояния и $\Gamma_{L_a L_b}^{L_m}$.

а) Численное решение уравнения Шредингера методом Фокса-Гудвина для искаженных волн

Нахождение волновых функций упругого рассеяния во входном (а) и выходном (б) каналах сводится к решению уравнения Шредингера: $(l = l_a = l_b)$, $\chi_l(0) = 0$

$$\frac{d^2 \chi_l}{d\rho^2} + \left[1 - \frac{V(\rho)}{E} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} - \frac{C(\rho)}{E} \right] \chi_l = 0, \quad (1)$$

где $V(\rho)$ - ядерный потенциал, E - энергия с.п.м., $\rho = kr$, k - волн. число, R - радиус ядра,

$$V(\rho) = \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{\rho - \rho_0}{k a_1}\right)} + i W_0 \left\{ \frac{\xi}{1 + \exp\left(\frac{\rho - \rho_0}{k a_1}\right)} + \frac{\eta}{\exp\left(\frac{\rho - \rho_0}{k b_1}\right)^2} \right\}$$

Действительная часть потенциала взята в виде потенциала Саксона-Вудса. Форма мнимой части потенциала в случае объемного поглощения совпадает с формой действительной части ($\xi = 1, \eta = 0$), а для поверхностного поглощения является гауссовой ($\xi = 0, \eta = 1$).

Радиальная зависимость кулоновского потенциала $C(\rho)$ такая же, как и для равномерно заряженной сферы

$$\frac{C(\rho)}{E} = \begin{cases} 2\gamma/\rho & (\rho \geq \bar{\rho}_0) \\ \gamma/\bar{\rho}_0 \cdot (3 - \rho^2/\bar{\rho}_0^2) & (\rho \leq \bar{\rho}_0) \end{cases},$$

где $\gamma = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}$ - кулоновский параметр, $\bar{\rho}_0 = k R_0$, R_0 - кулоновский радиус ядра.

При достаточно больших значениях ρ , когда ядерным полем можно пренебречь, асимптотический вид решения уравнения (1) может быть представлен в виде суперпозиции сходящихся и расходящихся волн:

$$\chi_l(\rho) = \frac{1}{2} \{ F_l(\rho) + i G_l(\rho) + S_l [F_l(\rho) - i G_l(\rho)] \}, \quad (1')$$

где $F_l(\rho)$ и $G_l(\rho)$ - регулярные и нерегулярные кулоновские волновые функции (см. главу IV, п. 6), S_l - диагональный матричный элемент матрицы рассеяния.

Обозначим $\text{Re } \chi_l = x_l$, $\text{Im } \chi_l = y_l$, тогда, отделяя действительную часть от мнимой в (1), получим систему уравнений

$$\frac{d^2 x_l}{d\rho^2} = -p x_l - q y_l,$$

$$\frac{d^2 y_l}{d\rho^2} = q x_l + p y_l \quad (2)$$

с начальными условиями

$$x_l(0), y_l(0) = 0,$$

$$\text{Здесь } p = \frac{l(l+1)}{\rho^2} + \frac{C(\rho)}{E} + \frac{V(\rho)}{E} - 1, \quad q = \frac{W_0}{E} \left(\frac{\xi}{1 + \exp\left(\frac{\rho - \rho_0}{k a}\right)} + \frac{\eta}{\exp\left(\frac{\rho - \rho_0}{k b}\right)^2} \right).$$

Численное решение этой системы уравнений проводилось методом Фокса-Гудвина с постоянным шагом. Этот метод более быстрый, чем, например, метод Рунге-Кутты, т.к. (2) не содержит первой производной и дает, как показало сравнение, примерно ту же точность. Метод Фокса-Гудвина основывается на представлении центральной разности второго порядка функции в какой-либо точке через центральные разности четных порядков второй производной той же самой точки (см. /11/).

$$\delta^2 y = (\delta x)^2 (y'' + \frac{1}{12} \delta^2 y'' - \frac{1}{240} \delta^4 y'' + \dots) \quad (3)$$

Применяя выражение (3) к системе уравнений (2) в точке "п" ("п" - отмечает число шагов интегрирования), получим формулы, выражающие значения искомых функций x_l и y_l на $n+1$ шаге интегрирования h (индекс l опускаем через значения функций на n и $n-1$ шагах интегрирования

$$\begin{aligned} x_{n+1} [C_{n+1}^2 + D_{n+1}^2] &= x_n [C_{n+1} \cdot F_n - 10 D_{n+1} D_n] - \\ &- x_{n-1} [C_{n+1} \cdot C_{n-1} + D_{n+1} \cdot D_{n-1}] + y_n [D_{n+1} \cdot F_n + 10 C_{n+1} D_n] + \\ &+ y_{n-1} [D_{n-1} \cdot C_{n+1} - D_{n-1} \cdot C_{n-1}] + \Delta^2; \\ y_{n+1} [C_{n+1}^2 + D_{n+1}^2] &= y_n [C_{n+1} \cdot F_n - 10 D_{n+1} D_n] - \\ &- y_{n-1} [C_{n-1} \cdot C_{n+1} + D_{n+1} \cdot D_{n-1}] - x_n [D_{n+1} \cdot F_n + 10 C_{n+1} D_n] - \end{aligned}$$

$$-x_{n-1} [D_{n-1} C_{n+1} - D_{n+1} C_{n-1}] + \Delta'' ;$$

$$C_n = 1 - \frac{h^2}{12} P_n ; \quad F_n = 2 + \frac{5}{2} h^2 P_n ; \quad D_n = -\frac{h}{12} q_n ;$$

$$\Delta' = D_1 \Delta_2 + C_1 \Delta_1 ; \quad \Delta'' = C_1 \Delta_2 - D_1 C_1 ;$$

$$\Delta_1 = h^2 \left(-\frac{1}{240} \delta^4 + \frac{31}{60480} \delta^6 - \dots \right) x_n'' ;$$

$$\Delta_2 = h^2 \left(-\frac{1}{240} \delta^4 + \frac{31}{60480} \delta^6 - \dots \right) y_n'' .$$

Начальные условия для интегрирования были взяты в виде

$$x_{-1} = 0, \quad y_{-1} = 0, \quad C_{-1} = 0, \quad D_{-1} = 0, \quad x_0 = 10^{-5}, \quad y_0 = 10^{-5},$$

Нормировка функций x_ℓ и y_ℓ проводилась путем сшивания с асимптотическими выражениями (1¹) по двум точкам

$$x_\ell^{(1)} + iy_\ell^{(1)} = (m_\ell^r + im_\ell^i) [F_\ell^{(1)} + iG_\ell^{(1)} + (S_\ell^r + iS_\ell^i)(F_\ell^{(1)} - iG_\ell^{(1)})] ,$$

$$x_\ell^{(2)} + iy_\ell^{(2)} = (m_\ell^r + im_\ell^i) [F_\ell^{(2)} + iG_\ell^{(2)} + (S_\ell^r + iS_\ell^i)(F_\ell^{(2)} - iG_\ell^{(2)})] ,$$

где $(m_\ell^r + im_\ell^i)$ — нормировочная константа. Решая эту систему четырех уравнений относительно неизвестных S_ℓ^r, S_ℓ^i и m_ℓ^r, m_ℓ^i , получим

$$S_\ell^r = \frac{1}{\Delta} [(y_\ell^{(1)} G_\ell^{(2)} + x_\ell^{(2)} F_\ell^{(1)} - x_\ell^{(1)} F_\ell^{(2)} - y_\ell^{(2)} G_\ell^{(1)}) (x_\ell^{(1)} F_\ell^{(2)} + y_\ell^{(2)} G_\ell^{(1)} - x_\ell^{(2)} F_\ell^{(1)} - y_\ell^{(1)} G_\ell^{(2)}) - (x_\ell^{(2)} G_\ell^{(1)} + y_\ell^{(1)} F_\ell^{(2)} - x_\ell^{(1)} G_\ell^{(2)} - y_\ell^{(2)} F_\ell^{(1)}) (x_\ell^{(1)} G_\ell^{(2)} - y_\ell^{(2)} F_\ell^{(1)} - x_\ell^{(2)} G_\ell^{(1)} + y_\ell^{(1)} F_\ell^{(2)})] ,$$

$$S_\ell^i = \frac{1}{\Delta} [(F_\ell^{(2)} x_\ell^{(1)} + y_\ell^{(1)} G_\ell^{(2)} - F_\ell^{(1)} x_\ell^{(2)} - y_\ell^{(2)} G_\ell^{(1)}) (x_\ell^{(2)} G_\ell^{(1)} + y_\ell^{(1)} F_\ell^{(2)} - x_\ell^{(1)} G_\ell^{(2)} - y_\ell^{(2)} F_\ell^{(1)}) - (y_\ell^{(1)} F_\ell^{(2)} - x_\ell^{(2)} G_\ell^{(1)} + x_\ell^{(1)} G_\ell^{(2)} - y_\ell^{(2)} F_\ell^{(1)}) (G_\ell^{(2)} x_\ell^{(1)} + y_\ell^{(1)} F_\ell^{(2)} - x_\ell^{(2)} G_\ell^{(1)} - y_\ell^{(2)} F_\ell^{(1)})] ,$$

$$\Delta = (F_\ell^{(2)} x_\ell^{(1)} + y_\ell^{(1)} G_\ell^{(2)} - F_\ell^{(1)} x_\ell^{(2)} - y_\ell^{(2)} G_\ell^{(1)})^2 + (x_\ell^{(2)} G_\ell^{(1)} - y_\ell^{(1)} F_\ell^{(2)} - x_\ell^{(1)} G_\ell^{(2)} + y_\ell^{(2)} F_\ell^{(1)})^2 ,$$

$$M_\ell^r = \frac{1}{\Delta} [x_\ell^{(1)} (F_\ell^{(1)} + S_\ell^r F_\ell^{(2)} + S_\ell^i G_\ell^{(1)}) + y_\ell^{(1)} (G_\ell^{(1)} + S_\ell^i F_\ell^{(2)} - S_\ell^r G_\ell^{(1)})] ,$$

$$M_\ell^i = \frac{1}{\Delta} [y_\ell^{(1)} (F_\ell^{(1)} + S_\ell^r F_\ell^{(2)} + S_\ell^i G_\ell^{(1)}) - x_\ell^{(1)} (G_\ell^{(1)} + S_\ell^i F_\ell^{(2)} - S_\ell^r G_\ell^{(1)})] ,$$

$$\Delta_1 = (F_\ell^{(1)} + S_\ell^r F_\ell^{(2)} + S_\ell^i G_\ell^{(1)})^2 + (G_\ell^{(1)} + S_\ell^i F_\ell^{(2)} - S_\ell^r G_\ell^{(1)})^2 .$$

Индексы 1 и 2 соответствуют номерам точек сшивания. Необходимо отметить, что точки 1 и 2 не должны браться слишком близко друг к другу во избежание потери точности.

Мы брали расстояние между ними равным 5 шагам интегрирования. Определение m_ℓ, S_ℓ производилось по двум парам точек, одинаково отстоящим друг от друга, причем одна точка была общей для двух пар. Если найденные значения S_ℓ для обеих пар отличались меньше чем на заданное число $\epsilon_1 = 10^{-4}$, то определение S_ℓ на этом заканчивалось, если же точность не выдерживалась, то решение системы (4) продолжалось по точки (2) + $\Delta\rho$ ($\Delta\rho$ выбиралось равным 10) и снова проводилось сшивание.

б) Вычисление кулоновских волновых функций

Для получения нормированных волновых функций необходимо знание волновых кулоновских функций, являющихся решением уравнения

$$\frac{d^2 u_\ell}{d\rho^2} + \left[1 - \frac{2\gamma}{\rho} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho} \right] u_\ell = 0 . \quad (5)$$

Нами использовался обычно употребляемый метод (см., например, /12/). Как известно, частными решениями (5) являются регулярная и нерегулярная кулоновские функции F_ℓ и G_ℓ . Для G_0 и G_0' справедливо следующее разложение:

$$G_0(\rho) = s \cos(-\gamma \ln 2\rho + \rho + \sigma_0) - t \sin(-\gamma \ln 2\rho + \rho + \sigma_0) , \quad (6)$$

$$G_0'(\rho) = S \cos(-\gamma \ln 2\rho + \rho + \sigma_0) - T \sin(-\gamma \ln 2\rho + \rho + \sigma_0) ,$$

$$s = \sum_{n=0}^{\infty} s_n , \quad t = \sum_{n=0}^{\infty} t_n , \quad (7)$$

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} S_n , \quad T = \sum_{n=0}^{\infty} T_n .$$

Число членов в этих суммах было взято равным 25, что дало достаточную точность. Для членов рядов (7) верны рекуррентные соотношения

$$\begin{aligned}
 s_{n+1} &= \frac{(2n+1)\gamma}{2\rho(n+1)} s_n - \frac{\gamma^2 - n(n+1)}{2\rho(n+1)} t_n, \\
 t_{n+1} &= \frac{(2n+1)\gamma}{2\rho(n+1)} t_n + \frac{\gamma^2 - n(n+1)}{2\rho(n+1)} s_n, \\
 S_{n+1} &= \frac{(2n+1)}{2\rho(n+1)} S_n - \frac{\gamma^2 - n(n+1)}{2\rho(n+1)} T_n - \frac{s_{n+1}}{\rho}, \\
 T_{n+1} &= \frac{2n+1}{2\rho(n+1)} T_n + \frac{\gamma^2 - n(n+1)}{2\rho(n+1)} S_n - \frac{t_{n+1}}{\rho},
 \end{aligned} \quad (8)$$

причем

$$\begin{aligned}
 s_0 &= 1, \quad s_1 = \frac{\gamma}{2\rho}, \quad S_0 = 0, \quad S_1 = \frac{\gamma^2 - \gamma}{2\rho^2} - \frac{\gamma^2}{2\rho}, \\
 t_0 &= 1, \quad t_1 = \frac{\gamma^2}{2\rho}, \quad T_0 = 1 - \frac{\gamma}{\rho}, \quad T_1 = -\frac{\gamma^2}{\rho^2} + \frac{\gamma}{2\rho}.
 \end{aligned}$$

Суммы должны удовлетворять соотношению

$$sT - St = 1. \quad (9)$$

Ряды сходятся тем быстрее, чем меньше величина $\frac{\gamma}{2\rho}$. Поэтому вычисление G_0 и G'_0 необходимо начинать при достаточно большом ρ . Критерий выбора ρ был взят в виде

$$\rho \geq \frac{5}{12} (\gamma^2 - 4\gamma + 3). \quad (10)$$

Если после вычисления s, t, S, T соотношение (9) выполняется хуже чем с заданной точностью, то необходимо увеличить ρ и повторить вычисления. Мы добивались выполнения равенства (9) с точностью до 10^{-5} , в случае неудачи увеличивали ρ на 10.

После того, как G_0 и G'_0 определены с помощью рядов (7) в точке ρ_{\max} , значения G_0 и G'_0 в нужных точках находились численным интегрированием уравнения (8). Решение уравнения (5) осуществлялось методом Рунге-Кутты с постоянным шагом $\Delta\rho \approx 0,1$. Такое значение шага давало необходимую точность (ошибка в вычислении функций составляла несколько единиц пятого знака).

Как для G_ℓ , так и для F_ℓ справедливы рекуррентные соотношения

$$\begin{aligned}
 \frac{[\gamma^2 + (\ell+1)^2]^{\frac{1}{2}}}{\ell+1} u_{\ell+1}(\rho) + \frac{[\gamma^2 + \ell^2]^{\frac{1}{2}}}{\ell} u_{\ell-1}(\rho) - (2\ell+1) \left[\frac{\gamma}{\ell(\ell+1)} + \frac{1}{\rho} \right] u_\ell(\rho), \\
 \left[\frac{\gamma}{\ell+1} + \frac{\ell+1}{\rho} \right] u_\ell(\rho) - u'_\ell(\rho) = \frac{[\gamma^2 + (\ell+1)^2]^{\frac{1}{2}}}{\ell+1} u_{\ell+1}(\rho).
 \end{aligned} \quad (11)$$

Соотношения (11) могут быть использованы для G_ℓ , начиная с малых ℓ в сторону больших; для F_ℓ — с больших ℓ в сторону малых; в противном случае быстро накапливается большая ошибка. Поэтому для вычисления G_ℓ ($\ell = 1, 2, \dots, \ell_{\max}$) использовались значения G_0 и G'_0 , определенные из решения уравнения (5) и соотношения (11).

Функции F_ℓ быстро убывают с ростом ℓ . Поэтому можно приближенно положить $F_{\ell_0+1}(\rho) = 0$, $a_0 F_{\ell_0}(\rho) = \epsilon_2$, где (в нашем случае $\ell_0 = 60$; $\epsilon_2 = 10^{-5}$) a_0 — постоянная, которую нужно определить. Тогда с помощью (11) можно определить все F_ℓ с точностью до константы a_0 . Постоянная a_0 находилась из выражения

$$F'_0(\rho) G_0(\rho) - F_0(\rho) G'_0(\rho) = 1. \quad (12)$$

Кулоновские фазы $\sigma_\ell(\gamma)$ определяются из асимптотического разложения (13), верного для больших ℓ , и рекуррентного соотношения (14):

$$\begin{aligned}
 \sigma_\ell(\gamma) &= -\alpha(\ell + \frac{1}{2}) + \gamma(\ell\beta - 1) + \frac{1}{\beta} \left[-\frac{\sin\alpha}{12} + \right. \\
 &+ \frac{\sin 3\alpha}{360\beta^2} - \frac{\sin 5\alpha}{1260\beta^4} + \frac{\sin 7\alpha}{1680\beta^6} - \frac{\sin 9\alpha}{1188\beta^8} + \dots \left. \right],
 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\sigma_\ell(\gamma) = \sigma_{\ell+1} - \arctg \frac{\gamma}{\ell+1}, \quad (14)$$

$$\alpha = \arctg \frac{\gamma}{\ell+1}, \quad \beta = \sqrt{\gamma^2 + (\ell+1)^2}.$$

в) Нахождение волновой функции связанного состояния.

Мы следуем методу, приведенному в [13]. Уравнение Шредингера для связанной частицы "с" имеет вид

$$\frac{d^2 u_\ell}{d\rho^2} + \left(\frac{V}{B} f(\rho) - \frac{C(\rho)}{B} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} - 1 \right) u_\ell = 0, \quad (15)$$

где $V = \epsilon_{\alpha\lambda} = Q + \epsilon_a - \epsilon_b - \epsilon_c$ — энергия связи частицы "с" в ядре $V = C + A$; $\epsilon_a, \epsilon_b, \epsilon_c$ — энергии связи свободных частиц a, b и c , Q — энергия реакции.

Остальные обозначения см. в уравнении (1).

При заданной форме ядерного потенциала $f(\rho)$, орбитальном моменте ℓ и числе узлов функции $u_\ell - n$, (включая узел в 0) необходимо подобрать такую глубину потенциала V_B , которая давала бы правильное значение энергии связи B , а также получать нормированное решение уравнения (15) с этой глубиной потенциала V_B .

Вблизи нуля функция $u_\ell(\rho)$ ведет себя как

$$\rho^{\ell+1} = u_\ell(\rho), \rho \rightarrow 0. \quad (15^1)$$

При больших ρ , когда $f(\rho) = 0$, решение уравнения (15) может быть представлено в виде

$$u_\ell(\rho) = e^{-\rho} \rho^{-\gamma} \cdot \left(1 + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_{k+1}}{\rho^{k+1}}\right), \quad (15^{11})$$

$$a_{k+1} = \frac{\ell(\ell+1) - (\gamma+k)(\gamma+k+1)}{2(k+1)} a_k, a_0 = 1.$$

При помощи выражений (15¹) и (15¹¹) можно определить начальные условия интегрирования уравнения (15). Интегрируя уравнение (15) от нуля в сторону больших ρ , мы получим функцию $u_\ell^I(\rho)$. Аналогично, начиная с точки ρ_{\max} , в которой $f(\rho) = 0$, и продвигаясь в сторону меньших ρ , получим функцию $u_\ell^{II}(\rho)$. Оба решения сшиваются в некоторой точке ρ_M ($0 < \rho_M < \rho_{\max}$), что дает непрерывную функцию $u_\ell(\rho)$ в интервале $(0; \rho_{\max})$, но производная $du_\ell/d\rho$ в точке ρ_M терпит разрыв. Выбор точки ρ_M не является критическим. Мы выбрали $\rho_M = \rho_0 = kR_0$. В качестве ρ_{\max} бралась точка, в которой функция u_ℓ падала до 10^{-3} от своего значения при $\rho = \rho_0$.

Обозначим $\frac{V}{B} = W$; $\frac{C(\rho)}{B} + \frac{\ell(\ell+1)}{\rho} = D$, уравнение (15) переписывается в виде

$$u_\ell'' + [Wf(\rho) - D - 1]u_\ell = 0.$$

Пусть первое приближение к искомому W будет W_0 , т.е. $W = \lambda W_0$, тогда

$$u_\ell'' + (W_0 \cdot f(\rho) - D - 1)u_\ell = (1 - \lambda)W_0 f(\rho)u_\ell. \quad (16)$$

Умножив обе части уравнения на u_ℓ и проинтегрировав от 0 до ∞ по ρ , получим

$$\lambda = 1 - \frac{\int_0^{\rho_M} u_\ell \cdot \left[-\frac{d^2}{d\rho^2} + W_0 f(\rho) - D - 1\right] u_\ell d\rho}{\int_0^{\rho_M} W_0 f(\rho) u_\ell^2 d\rho}. \quad (17)$$

Разобьем в (17) пределы интегрирования от 0 до ρ_M и от ρ_M до ρ_{\max} . Интегралами от ρ_{\max} до ∞ пренебрегаем. Функция u_ℓ , определенная как решение уравнения (15), обращает числитель (17) в ноль всюду, за исключением точки ρ_M , где ее производная терпит разрыв. Вычисление дает

$$\lambda = 1 - \frac{[(u_\ell^{II} u_\ell^{I'}) - (u_\ell^I u_\ell^{II'})]_{\rho=\rho_M}}{\left(\frac{u_\ell^{II}}{u_\ell^I}\right)_{\rho=\rho_M} \cdot \int_0^{\rho_M} u_\ell^2 W_0 f(\rho) d\rho + \int_{\rho_M}^{\rho_{\max}} u_\ell^{II^2} W_0 f(\rho) d\rho}. \quad (18)$$

Таким образом, задавшись исходным значением W_0 , определяем функцию u_ℓ и множитель λ . Взяв в следующем приближении $W_1 = \lambda_1 W_0$, повторяем этот цикл, определяя $W_2 = \lambda_2 W_1$. Итерационный процесс считается законченным, если два последовательных значения λ отличаются меньше чем на заданную величину ϵ_3 ($\epsilon_3 = 10^{-2} - 10^{-3}$).

Функция u_ℓ , найденная при определении последнего значения λ , берется в качестве искомой. Ее необходимо нормализовать так, чтобы

$$\int_0^{\infty} u_\ell^2(\rho) d\rho = 1. \quad (19)$$

Оценка начального значения глубины ямы может быть сделана из следующих соображений. Возьмем для простоты форму потенциальной ямы прямоугольной с глубиной V и радиусом $\rho_0 = kR_0$. Связанную частицу будем считать незаряженной. Уравнение (15) перейдет в

$$u_\ell'' + \left(\alpha^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2}\right)u_\ell = 0. \quad (20)$$

Для $\rho > \rho_0$ $\alpha^2 = -1$ и u_ℓ дается (15) при $\gamma = 0$, для $\rho < \rho_0$ решение есть сферическая функция Бесселя.

$$u_\ell = j_\ell(\alpha\rho); \quad \alpha^2 = \frac{V}{B} - 1.$$

При $\rho > \rho_0$ u_ℓ не имеет узлов, а n -й узел $j_\ell(\alpha\rho)$ находится приблизительно

при $a\rho = (n + \frac{1}{2}\ell)\pi$. . .

Тем самым для ρ_0 таких, что

$$(n+1) + \frac{1}{2}\ell \pi > a\rho_0 > (n + \frac{1}{2}\ell)\pi ,$$

у функции $j_\ell(a\rho)$ в интервале $0 < \rho < \rho_0$ есть n узлов. Если взять

$$a\rho_0 = [n + \frac{1}{2}(\ell+1)]\pi , \text{ то}$$

$$W \equiv \frac{V}{B} = 1 + \frac{[n + \frac{1}{2}(\ell+1)]^2 \pi^2}{\rho_0^2} \quad (21)$$

(21) может быть использовано для определения начального значения V_0 , соответствующего заданным квантовым характеристикам ℓ и n .

В процессе итераций число узлов контролируется. Если получается функция u_ℓ с неправильным числом узлов n' , то значение V заменяется на V_1 , определяемое из (22)

$$\frac{V_1}{B} = \frac{\rho_0^2 + [n + \frac{1}{2}(\ell+1)]^2 \pi^2}{\rho_0^2 + [n + \frac{1}{2}(\ell+1)]^2 \pi^2} , \quad (22)$$

где n - заданное число узлов, а n' - полученное, и итерационный процесс продолжается.

г) Вычисление коэффициентов $\Gamma_{\ell_b \ell_a}^{\ell_m}$

Согласно Смитсу^{/14/}, коэффициенты $\Gamma_{\ell_b \ell_a}^{\ell_m}$ (II, 22) представляются в виде

$$\Gamma_{\ell_b \ell_a}^{\ell_m} = D_{\ell_b \ell_a}^{\ell_0} \cdot D_{\ell_b \ell_a}^{\ell_m} , \quad (23)$$

где $D_{\ell_b \ell_a}^{\ell_m}$ выражается через $3j$ -символ

$$D_{\ell_b \ell_a}^{\ell_m} = \left[\frac{(2\ell_a + 1)(2\ell_b + 1)(\ell_b - |m|)!}{(\ell_b + |m|)!} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot (-1)^{\ell_b - \ell_a + m} \cdot \begin{pmatrix} \ell_b & \ell_a & \ell \\ m & 0 & -m \end{pmatrix} \quad (24)$$

Для вычисления коэффициентов $D_{\ell_b \ell_a}^{\ell_m}$ удобно использовать рекуррентные соотношения. Из рекуррентного соотношения по ℓ_a для $3j$ -символов (см.^{/15/}) получим следующее рекуррентное соотношение для $D_{\ell_b \ell_a}^{\ell_m}$ по $\ell_a = \lambda$:

$$D_{\ell_b \lambda}^{\ell_m} = \frac{1}{F(\ell_b, \lambda + 1, \ell)} [m D_{\ell_b \lambda+1}^{\ell_m} - F(\ell_b, \lambda+2, \ell) \cdot D_{\ell_b \lambda+2}^{\ell_m}] , \quad (25)$$

$$F(\ell_b, \lambda, \ell) = \left[\frac{(\lambda - \ell_b + \ell)(\lambda + \ell_b - \ell)(\lambda + \ell_b + \ell + 1)(\ell_b + \ell - \lambda + 1)}{4(2\lambda - 1)(2\lambda + 1)} \right]^{\frac{1}{2}} .$$

Очевидно, $D_{\ell_b \lambda + \ell_b + 1}^{\ell_m} = 0$ (26). Используя, что $3j$ -символ

$$\begin{pmatrix} j & j & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (-1)^j (2j + 1)^{-\frac{1}{2}} ,$$

получим $D_{0\ell}^{\ell_0} = 1$. (27)

Из рекуррентного соотношения для $3j$ -символов следует

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \left[\frac{(j_1 + j_2 + j_3 - 1)(j_1 + j_2 - j_3 + 2)}{(j_1 - j_2 + j_3)(j_1 + j_2 - j_3 + 1)} \right]^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_3 - 1 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

И из выражения (25) найдем

$$D_{\ell_b \ell_b + \ell}^{\ell_0} = - \left[\frac{(2\ell_b + 1)(\ell_b + \ell)}{\ell_b(2\ell_b + 2\ell - 1)} \right]^{\frac{1}{2}} D_{\ell_b - 1 \ell_b - 1 + \ell}^{\ell_0} . \quad (28)$$

И, наконец, используя выражение для $3j$ -символов^{/14/}

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ -m & m & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 + j_2 \\ 0 \end{pmatrix} = (-1)^{j_1 - j_2} \frac{(2j_1)!(2j_2)!(j_1 + j_2)!(j_1 - j_2)!}{(j_1 + 2j_2 + 1)!(j_1 - m)!(j_1 + m)!(j_2 - m)!(j_2 + m)!} | ,$$

получим рекуррентное соотношение по m :

$$D_{\ell_b \ell_b + \ell}^{\ell_m} = \frac{-1}{(\ell_b + m)} \left[\frac{\ell - m + 1}{\ell + m} \right]^{\frac{1}{2}} D_{\ell_b \ell_b + \ell}^{\ell_{m-1}} . \quad (29)$$

Кроме этого, необходимо учитывать, что $\ell_b \ell_a \ell_m \geq 0$ и $D_{\ell_b \ell_a}^{\ell_m} = 0$, если $\ell_b + \ell + \ell_a$ - нечетное. Таким образом, используя выражения (23)-(29), можно вычислить коэффициенты $\Gamma_{\ell_b \ell_a}^{\ell_m}$.

д) Вычисление полиномов Лежандра

Для вычисления присоединенных полиномов Лежандра использовались следующие соотношения:

$$P_{-1}^0 = 0, \quad P_0^0 = 1, \quad P_\ell^m (+1) = 0, \quad P_\ell^{m>\ell} = 0,$$

$$P_\ell^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} [(2\ell - 1) \cos \theta \cdot P_{\ell-1}^0 - (\ell - 1) P_{\ell-2}^0], \quad (30)$$

$$P_\ell^1 = \frac{\ell}{\sin \theta} [-\cos \theta P_{\ell-1}^0 + P_{\ell-1}^0],$$

$$P_\ell^m = 2(m-1) \operatorname{ctg} \theta P_{\ell-1}^{m-1} - (\ell - m + 2)(\ell + m - 1) P_{\ell-2}^{m-2},$$

ГЛАВА V. Инструкция к программе

1. Описание работы программы

Программа состоит из четырех блоков:

1. Вычисление волновой функции связанного состояния ψ_ℓ - блок "ч".

2. Счет кулоновского волнового уравнения для налетающей и вылетающей частицы - блок "К".

3. Счет волнового уравнения налетающей и вылетающей частиц по методу Фокса-Гудвина с произвольными начальными условиями и сшивании их с кулоновскими - блок "ФГ".

4. Вычисление углового распределения $|\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)|$ и поляризации $P_j(\theta)$ вылетающей частицы и интеграла $2\pi \int_0^\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta$ - блок "И".

Эти блоки поочередно работают в памяти, их последовательной работой руководит организующая программа (ОП); в ее функции также входит обновление ИС перед работой каждого блока, и подготовка констант, ОП состоит из двух частей.

Во время работы программы используются два магнитофона. На каждом магнитофоне 2-я и 3-я и 4-я зоны используются для хранения программы:

- 2 зона - постоянные параметры программы, ψ_ℓ , ОП-1, К; длина зоны - 3000₈ кодов.
- 3 зона - ОП-2, ФГ. Длина зоны - 2000₈ кодов.
- 4 зона - И. Длина зоны - 2000₈ кодов.

Пятая зона используется для хранения коэффициента сшивания $m_\ell = m_\ell^r + im_\ell^i$ ($0 \leq \ell \leq \ell_{\max}$).

На МЛ-1 записываются m_ℓ для налетающей частицы, на МЛ-П- для вылетающей; длина пятой зоны - 200₈ кодов.

Шестая зона МЛ-1 используется для хранения функции ψ_ℓ , длина ее - 1000₈ кодов.

Остальные зоны, начиная с 7-й, нужны для хранения волновых функций налетающей и вылетающей частиц, длина каждой зоны - 1000₈ кодов.

Общий объем памяти для хранения одной функции χ по всем $\ell = 30000_{10}$ кодов. Поэтому для верхнего предела интеграла можно выбрать величину

$$R_{\max} = \frac{30000}{2(\ell_{\max} + 1)} \cdot \Delta r.$$

На практике эта величина R_{\max} гораздо меньше.

Работу программы начинает блок НР (начало работы), вводимый с перфокарт. НР вводит параметры для обсчитываемой реакции, переписывает программу с 1-го блока МЛ на МБ-П, настраивая ее по входным параметрам, затем вызывает в МОЗУ константы и ОП-1. ОП-1 вычисляет некоторые величины, зависящие от входных параметров, и вызывает в МОЗУ блок "ч" который вычисляет волновую функцию связанного состояния и записывает ее в 6-ю зону МЛ-1. Далее подсчитываются кулоновские волновые функции для налетающей частицы $F_{\ell_a}, G_{\ell_a} (0 \leq \ell_a \leq \ell_{\max})$ и значения функций в точках (по r) для сшивания сохраняются на МБ-1. Затем вызывается блок "ФГ" и вычисляются функции $\chi_{\ell_a} = x_{\ell_a} + iy_{\ell_a}$, которые без учета коэффициентов для сшивания (m_ℓ) записываются в последовательность зон, начиная с 7-й, на МЛ-1. Одновременно работает программа сшивания. Сшивание производится последовательно в трех группах точек (по r). Если для первой группы не получается требуемая точность сшивания функций ($\epsilon = 10^{-4}$), то последовательно выбираются вторая и третья группы. Если же и в этом случае не выполняется требуемая точность, то работа программы прекращается (см. гл. IV, пункт 2). Коэффициенты для сшивания записываются в пятую зону МЛ-1.

Сшивание может произойти или для $r < R_{\max}$ или же для $r > R_{\max}$. В случае $r > R_{\max}$ запись функций χ_ℓ на ленту прекращается.

После того, как сосчитана функция χ_{ℓ_a} , вновь последовательно вызываются блоки "К" и "ФГ", которые настраиваются на счет волновой функции вылетающей частицы χ_{ℓ_b} . Эта функция записывается на МЛ-П аналогично χ_{ℓ_a} .

Следующим вызывается блок "И", который вызывает с МЛ-1 и МЛ-2 функции $\psi_\ell, m_\ell^r, m_\ell^i$ и по одной зоне с волновыми функциями χ_{ℓ_a} и χ_{ℓ_b} , умножает их на коэффициенты сшивания, считает $\int_{R_{\min}}^{R_{\max}} \chi_{\ell_a} \chi_{\ell_b} \psi_\ell \frac{dr}{r}$ с постоянным шагом по методу Симпсона и, далее, угловое распределение $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ и поляризацию для $j = \ell - \frac{1}{2}, \ell + \frac{1}{2}$ с заданным шагом по $\theta (0 \leq \theta \leq \pi)$.

2. Входная информация

Входные параметры, характеризующие реакцию (заряды частиц, массы и т.д.), задаются в виде десятичных констант в таком виде:

Таблица 1

№ ячейки		Константы	
1	2	1	2
0020	-	энергия налетающей частицы (в л.с.)	
0021		Q реакции	
0022		масса ядра A	
0023		заряд ядра A - Z _A	
0024		спин ядра A - J _A	
0025		масса ядра B	
0026		заряд ядра B - Z _B	
0027		спин ядра B - J _B	
0030		нуль	
0031		$\left. \begin{matrix} r_{00} \\ a_{00} \\ r_{0k}^0 \end{matrix} \right\}$	параметры для связанной частицы c
0032			
0033			
0034		$\left. \begin{matrix} V_a < 0 \\ W_a < 0 \\ r_{0a} \\ r_{0k}^a \\ a_a \\ b_a \end{matrix} \right\}$	оптические параметры для частицы a
0035			
0038			
0037		$\left. \begin{matrix} V_b < 0 \\ W_b < 0 \\ r_{0b} \\ r_{0k}^b \\ a_b \\ b_b \end{matrix} \right\}$	оптические параметры для частицы b
0040			
0041			
0042		$\left. \begin{matrix} V_b < 0 \\ W_b < 0 \end{matrix} \right\}$	
0043			
0044		$\left. \begin{matrix} r_{0b} \\ r_{0k}^b \\ a_b \\ b_b \end{matrix} \right\}$	
0045			
0046		$\left. \begin{matrix} a_b \\ b_b \end{matrix} \right\}$	
0047			
0050		масса частицы a	
0051		нуль	
0052		масса частицы b	
0053		масса связанной частицы c	
0054		l ₀ - орбитальный момент захваченной частицы (в ед. ħ)	
0055		n _r - число узлов радиальной функции u _l	

1	2	
0056		заряд частицы a - Z _a
0057		заряд частицы b - Z _b
0060		нуль - объемное поглощение 1 - поверхностное поглощение
0061		то же самое для частицы b
0062		заряд связанной частицы c - Z _c
0063		(2S _a +1)/(2S _b +1)
0064		l _{max} - число учитываемых парциальных волн
0065		R _{об} - радиус обрезания, всегда кратный Δr, минимальный
0066		R _E = R _{max} - R _{ядра}
0067		S ₀ - спин частицы c
0070		нуль
0071		нуль
0072		ε _a - энергия связи частицы a
0073		ε _b - " " " " b
0074		ε _c - " " " " c

Массы всех частиц даются в единицах протонной массы; заряды в единицах заряда электрона; расстояние - в единицах Ферми (10⁻¹³ см), глубины потенциалов, Q - реакции и энергии - в Мэв.

Расположение констант одинаково для прямой (A(a,b)B) и обратной (B(b,a)A) реакций. Однако в случае обратной реакции надо нажать второй разряд на ДЗУ-1.

В случае неупругого рассеяния - нажать первый разряд на ДЗУ-1.

В обоих случаях тумблер "ДЗУ" должен быть включен.

Для неупругого рассеяния содержимое ячеек 0031, 0032, 0033 совпадает с содержимым ячеек 0036, 0040, 0037 соответственно.

Эта информация (на 4 перфокартах) подкладывается вместе с контрольной суммой к массиву НР.

3. Выходная информация

Угловое распределение $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ и поляризация P(θ) и выдаются на печать через Δθ = 2,5° в таком порядке:

1-ое число - угол θ в радианной мере,

2-ое число - $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ (в мб),

3-е число - $P_{l_{-n}}$,
 4-ое число - $P_{l_{+n}}$.

Перед тем, как начнут выдаваться $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ и P , отпечатаются константы с ячейки 0020 по 0070. Эти параметры от входных отличаются тем, что в ячейку 0030 записана глубина потенциала для связанной частицы, вычисленная программой (V_0), а в ячейку 0051 - ее энергия связи (в Мэв).

После выдачи на печать $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ в P отпечатается интеграл $2\pi \int_0^\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta$ с тестом печати.

4. Возможности программы

1. Во время работы программы можно выдавать на печать некоторые величины, как, например, волновые функции и т.д. При этом нужно учесть, что при счете волновых функций χ_{l_a} и χ_{l_b} получаются числа с большими порядками, поэтому приходится вводить масштабные множители, которые равны 10^8 , поэтому при печати тех или иных функций последний разряд в мантиссе отводится под n . Например, если $n=0$, то масштабный множитель равен 1.

Для того, чтобы вызвать на печать ту или иную функцию, на ДЗУ-1 нажимается определенный разряд. Приводится таблица номеров разрядов и пояснения к выдаче. Обозначения см. в главе IV.

Таблица 2

№ разряда ДЗУ-1	Функция, выдаваемая на печать	Пояснения к печати	Блок
1	2	3	4
9	χ_l	Печать функции одним массивом с шагом $\Delta r (2\Delta r \leq r \leq R_{max})$, далее печать величины: $\Delta \rho = k \cdot \Delta r, k, \gamma, R$ (радиус ядра), $\rho = k \cdot R$, V_0 - в указанном порядке. Печать без масштабных множителей.	ФГ
3	Неотнормированные χ_{l_a} или χ_{l_b} при счете по методу Фокса-Гудвина.	Печать в каждой точке $r (2\Delta r \leq r \leq R_{max})$ в след. порядке: $\rho = k \cdot r$, $Re \chi_l (0 \leq l \leq l_{max})$, $Im \chi_l (0 \leq l \leq l_{max})$ (печатаются с масштабными коэффициентами).	ФГ
4	Величины, получаемые при сшивании	$\sigma_l (0 \leq l \leq l_{max})$ - кулоновская фаза ($0 \leq \sigma_l \leq 2\pi$), $\eta_l^0, \eta_l^1, \eta_l^2, \eta_l^3, \eta_l^4, \eta_l^5, \eta_l^6, \eta_l^7, \eta_l^8, \eta_l^9$. Каждая из величин η_l^i выдается помасивно для $0 \leq l \leq l_{max}$. Значения величин печатаются в двух последовательных строках; в первой - мантисса, во второй - порядок n ; для η_l^0 и η_l^1 порядок домножен на 10^{-9} .	ФГ

1	2	3	4
5	Отнормированные χ_{l_a} и χ_{l_b}	Выдача в каждой точке $r (R_{00} \leq r \leq R_{max})$ в следующем порядке: $Re \chi_{l_a}, Im \chi_{l_a}, Re \chi_{l_b}, Im \chi_{l_b}$; каждая из величин $Re \chi_{l_a}, Im \chi_{l_a}$ выдается помасивно для $0 \leq l \leq l_{max}$, в одной строке с масштабным коэффициентом в последнем разряде	И
6	Подынтегральная функция $\chi_{l_a} \cdot \chi_{l_b} \cdot \chi_{l_0} / r = f(r)$	Печать в каждой точке $r (R_{00} \leq r \leq R_{max})$ для каждого набора l_a и l_b в следующем порядке: $r, l_b, l_a, Re f(r), Im f(r)$ с масштабными коэффициентами в последнем разряде.	И
7	Интегралы перекрытия $\int_0^{R_{max}} \chi_{l_a} \cdot \chi_{l_b} \cdot \chi_{l_0} \cdot \frac{dr}{r} = I_{l_b, l_a}$	Печать в виде двух массивов: первый - действительная часть интегралов, второй - мнимая. Индексация интегралов - I_{l_b, l_a} . Следующий порядок выдачи в зависимости от индексов: $I_{0, l_0}, I_{0, l_0-2}, \dots, I_{1, l_0+1}, I_{1, l_0-3}, \dots, I_{2, l_0+2}, I_{2, l_0}, \dots, I_{l_{max}, l_{max}+l_0}, I_{l_{max}, l_{max}+l_0-2}, \dots$. Масштабный коэффициент $n=0$.	И
8	$\epsilon_{l_0}^0$	Печать для каждого θ перед печатью $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ и P в следующем порядке: $Re \epsilon_{l_0}^0, Re \epsilon_{l_0}^1, \dots, Re \epsilon_{l_0}^l$, $Im \epsilon_{l_0}^0, Im \epsilon_{l_0}^1, \dots, Im \epsilon_{l_0}^l$. Масштабный коэффициент $n=0$.	И

2. Если нужно внести какие-либо изменения во входные или постоянные параметры задачи (изменить шаг по r , точность и т.д.), то нужно к входным данным подложить измененный параметр с адресным кодом, соответствующим номеру ячейки, в которой стоит эта величина.

Таблица постоянных параметров приводится в конце.

3. Очень часто приходится считать варианты с изменением одного или нескольких параметров для одной из частиц, так что не надо пересчитывать функцию в одном из каналов. Для того, чтобы не считать данную функцию, нужно подложить соответствующую карту к массиву входных данных. Если подложить обе карты, то не будут считаться функции в обоих каналах.

Перфокарта "КА 0070" - обход счета волновой функции налетающей частицы,
 "КА 0071" - обход счета волновой функции вылетающей частицы.

Таблица постоянных параметров (обозначение см. гл. IV)

Т а б л и ц а 3

№ ячейки	В е л и ч и н а
0111	Шаг по $r (\Delta r = 0.1)$
0113	константа несовпадения для λ при счете $u_r (\lambda = 0.01)$
0114	
0116	Точность для сшивания
0117	Шаг по $\theta (\Delta \theta = 2.5)$
0123	Точность для кулоновских функций ($\epsilon_1 = 10^{-8}$)
0131	Интервал для пары точек, по которым производится сшивание ($= 30 \cdot \Delta r$)
0132	Интервал для ввух групп точек, в которых последовательно производится сшивание ($= 30 \cdot \Delta r$)

5. Вспомогательные программы

Для использования программы "Вычисление углового распределения и поляризации" необходим ряд дополнительных программ. Работа с ними на пульте одинакова: ввод и пуск, если суммы не совпадут. После работы программы - останов 17 0 0 0.

1. "Перепись программ ПК → МЛ-1" нужна для начальной записи блоков на ленту или для записи в случае порчи ленты и т.д.

Блоки в ЧУ ставятся в том порядке, какой указан на массивах перфокарт в порядке номеров зон.

Все блоки имеют контрольные суммы.

2. "Перепись программ МЛ-1 → МЛ-П" и "МЛ-1 → МЛ-Ш". Эта программа нужна для того, чтобы хранить блоки на нескольких лентах.

3. "Вывод программ на печать и перфорацию". Эта программа выводит все блоки с ленты на перфокарты и восьмеричную печать. Сначала происходит перфорация по СП-16 (см. инструкцию), затем после останова - пуском печать по СП-07 (см. инструкцию).

4. "Внесение исправлений на МЛ-1" в зоны 2, 3, 4.

К этой карте подкладываются исправления с адресным кодом, соответствующим той ячейке, в которую нужно внести исправления, и контрольной суммой.

ЗАМЕЧАНИЕ: Блоки "ч_r" и II часть "И" вызываются в память не на свои места при внесении исправления, поэтому адресные коды должны иметь поправку. "ч_r" вводятся начиная с ячейки 0250 (вместо ячейки 2000), II часть "И" - с ячейки 1700 (вместо, ячейки 1020).

5. Выводы. Выводятся рабочие ячейки (РЯ) и программа при аварийных остановах.

ПРИМЕЧАНИЕ: Вспомогательные программы работают с МЛ-1, поэтому если лента стоит на другом блоке, то нужна соответствующая коммутация.

6. Разметка ленты. Так как разметка ленты нестандартна на разных машинах, то указывается порядок разметки зон:

№ зоны Количество кодов (в восьмеричной системе)

0,1	0020
2	3000
3,4	2000
5	0200
6-110	1000

(или меньше)

6. Работ а н а м а ш и н е

1. Для работы программы нужны два блока МЛ и два МБ (I и 2).

Магнитные ленты могут стоять на любом из блоков, коммутация МЛ и МБ - на I и II.

Режим работы МЛ и МБ - "ВЗ". Если, кроме окончательных результатов, нужны еще дополнительные выдачи на печать, то нажимаются соответствующие разряды ДЗУ-1 и включается тумблер ДЗУ.

Массив НР вместе с входной информацией ставится в ЧУ, и нажимается кнопка "Ввод". Счет должен идти автоматически с остановом в ячейке 1302 после выдачи на печать результатов.

ПРИМЕЧАНИЕ: В случае неупругого рассеяния нужно нажать на ДЗУ-1 первый разряд, в случае обратной реакции - второй разряд; включить тумблер "ДЗУ".

2. Остановы, предусмотренные блоками

№ ячейки	Вид останова	Причина останова	Устранение
2435	17 5252 5252 5252	Завышена точность для кулона	На ДЗУ-3 набрать в десятичном виде более грубое число и нажать "Пуск".
2563	17 5252 5252 5252	Завышена точность для сшивания	Пуском продолжить счет с m_l , не удовлет. треб. точности, или изменить ϵ_1 в яч. 0116 и начать счет сначала.
1302	17 0 0 0 0	Конец счета	

3. Сбос. Если в процессе работы произошел сбой, то проверяется содержимое ячейки 0777. В ЧУ ставится сбойная перфокарта, обозначенная тем же кодом, который находится в ячейке 0777. Стирается МОЗУ и нажимается кнопка "Ввод". Автоматически счет будет продолжен. Если же произошел сбой, испортивший ячейку 0777, то подкладываются сбойные карты таким образом:

а) Произошло несколько раз обращение только к МЛ-1 - подкладывается сбойная карта 00 0000 0000 0002;

б) после записи на МЛ-1 произошло один или несколько раз обращение к МЛ-П - подкладывается карта 00 0000 0000 0004;

в) один или несколько раз было попеременное обращение к МЛ-1 и МЛ-П, - подкладывается карта 00 0000 0000 0000.

ГЛАВА VI. ПРИЛОЖЕНИЕ

При обработке экспериментальных данных удобно знать, как изменяются теоретические кривые при вариации того или иного параметра задачи. Для этого был рассчитан ряд кривых для (dp) реакции, которые приводятся на рисунках 1-8. На каждом из них имеется стандартная кривая, проведенная сплошной линией, которая рассчитана при следующем наборе параметров ($Cr^{52}(dp)Cr^{53}$):

$E_d = 7$	$a_d = 0,561f$
$Q = 5,72$	$V_p = -51,57$
$M_A = 52$	$W_p = -6,9$
$Z_A = 24$	$r_{op} = 1,26f$
$M_B = 53$	$r_{oo} = 1,3f$
$Z_B = 24$	$a_p = 0,54f$
$r_{oa} = 1,3f$	$l = 1$
$a_n = 0,7f$	$n_r = 1$
$V_d = -81,75$	$l_{max} = 15$
$W_d = -15,73$	$R_0 = 0$
$r_{od} = 1,325f$	$R_E = 12$
$r_{oo} = 1,3f$	

Другие кривые на каждом рисунке соответствуют изменению только одного из этих параметров. По оси ординат отложено $\sigma_{rel}(\theta)$ в мб/стерад (см. формулу (26), II) а по оси абсцисс - угол Q (в градусах) в системе центра масс.

На некоторых рисунках, начиная с угла 90° , масштаб по оси ординат уменьшен в 10 раз.

Каждый из рисунков снабжается качественными пояснениями, которые в некоторых случаях, возможно, носят субъективный характер.

Рис. 1 и 2. Влияние действительной части потенциала во входном и выходном каналах. С ростом глубины потенциала амплитуда дейтронной волны уменьшается за счет рассеяния, что приводит к уменьшению сечения. Так как дейтронная волна сходящаяся, а протонная расходящаяся, то эффект будет обратным для протонов.

Рис. 3 и 4. Влияние мнимой части потенциала во входном и выходном каналах. Увеличение поглощения приводит к уменьшению сечения, при этом в случае дейтронного канала это уменьшение оказывается меньшим, чем в протонном. Это, видимо, можно объяснить тем, что в рассматриваемом случае энергия во входном канале меньше, чем в выходном, и поэтому из-за кулоновских сил проникновение дейтронов в ядро меньше, чем протонов, и, следовательно, влияние изменения поглощающего потенциала на дейтронную функцию будет более сильным, чем на протонную.

Рис. 5 и 6. Геометрические параметры входного и выходного каналов. Поскольку геометрические параметры (R и a) для мнимой и действительной части потенциалов совпадают, то, например, с увеличением радиуса мнимой части дейтронного потенциала уменьшается амплитуда дейтронной функции в области максимума нейтронной функции, что приводит к уменьшению интеграла перекрытия, а следовательно, и сечения. Это же справедливо и для протонного канала.

Рис. 7. Параметры нейтронной функции. Увеличение радиуса нейтронной волны сдвигает максимум нейтронной волновой функции в сторону больших радиусов, то есть туда, где амплитуды дейтронной и протонной волновых функций возрастают из-за спада поглощения. Это приводит к увеличению интеграла перекрытия и сечения.

Аналогичный эффект наблюдается и при увеличении диффузности, так как при этом волновая функция нейтрона (при $r > R$) спадает медленнее, что приводит к возрастанию вклада в интеграл перекрытия.

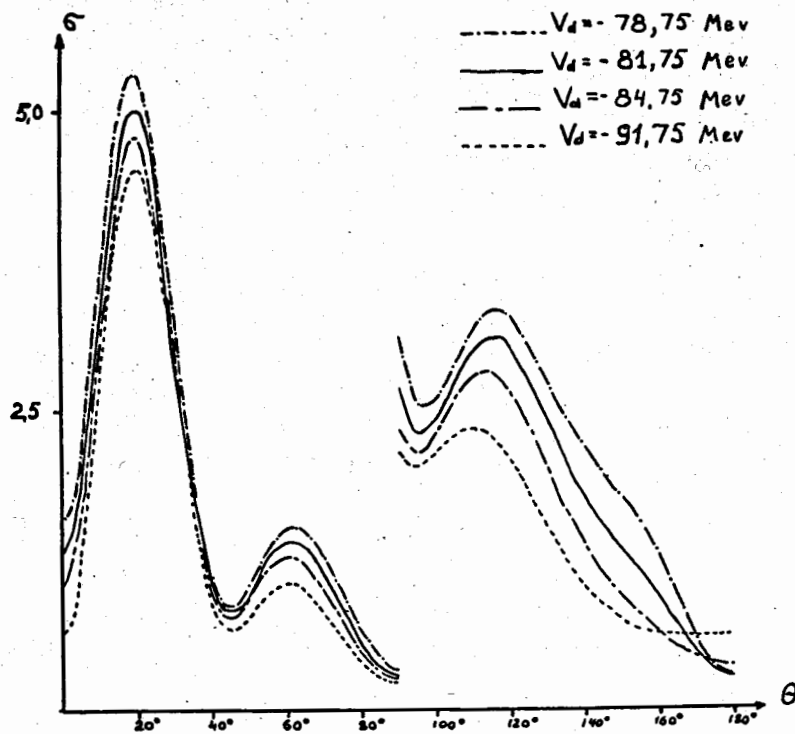
Рис. 8. Влияние Q -реакции. Уменьшение Q -реакции означает уменьшение энергии связи захваченной частицы ($Q = E_p - E_d - S_n - \epsilon_d - E_B^*$), где S_n - энергия связи n , ϵ_d - энергия связи d , E_B^* - возбуждение ядра B . С уменьшением энергии связи волновая функция захваченной частицы спадает медленнее с ростом R и поэтому вносит большой вклад в интеграл перекрытия, так как попадает в область слабого поглощения дейтронной (протонной) волны.

Л и т е р а т у р а

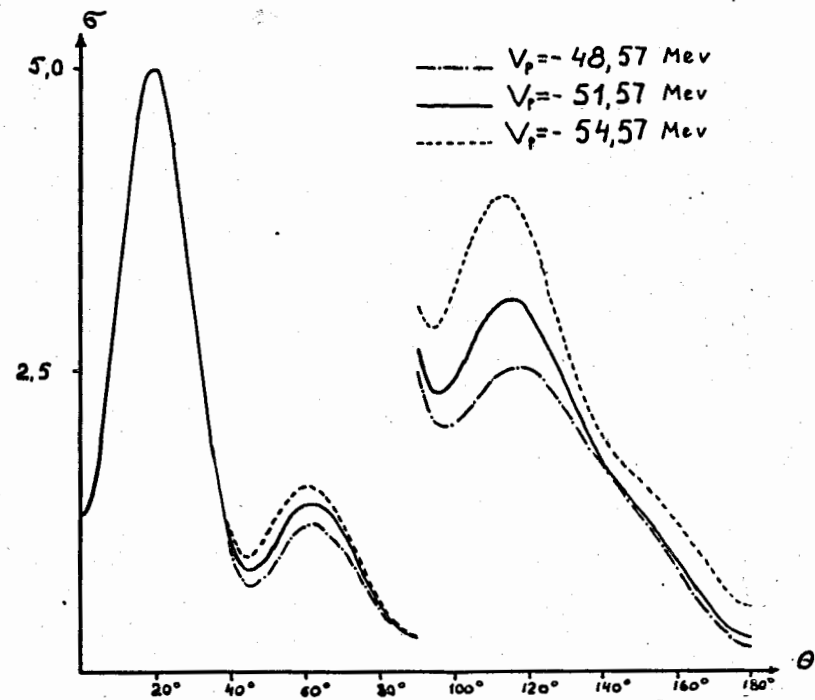
1. W. Tobocman. The Theory of Direct Nuclear Reactions, Oxford, 1961.
2. Н. Мотт, Г. Мессия. Теория атомных столкновений, ИЛ, 1951.
3. D.M. Chase, L. Willets, A.R. Edmonds. Phys. Rev., 110, 1080* (1958); С.И. Дроздов, ЯФ, 1, 1965.
4. И.С. Шапиро. Теория прямых реакций. Госатомиздат, 1963.
5. И.С. Шапиро, Ю.П. Орехов, Ю.В. Орлов, В.А. Каминский. Программа и тезисы докладов на XV совещании по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, Минск, 1965; Ю.В. Орлов. Автореферат диссертации, МГУ, 1964.

6. L.L.Lee et al. Phys.Rev., 136, B971 (1964).
7. G.Satchler, Nucl. Phys., 55, 1 (1964).
8. N.Austern, et al. Phys.Rev., 128, 733 (1962).
9. R.H.Bassel et al. Phys.Rev., 128, 2693 (1962).
10. В.К. Лукьянов, И.Ж.Петков. Известия АН СССР, сер. физ., 29, 823 (1985);
11. Э.Д. Бут. Численные методы, ИЛ, Москва, 1959.
12. P.E.Hodgson, The Optical Model of Elastic Scattering, Oxford, 1963.
13. В.Бук, P.E.Hodgson, Phil Mag., 6, 1371 (1961).
14. W.R.Smith, E.V. Ivash. Phys.Rev., 128, 1175 (1962).
15. D.M.Brink, G.R.Satchler. Angular Momentum, Oxford, 1962.
16. А.Р. Эдмондс. Сб. ДАЯ, ИЛ, Москва, 1958.

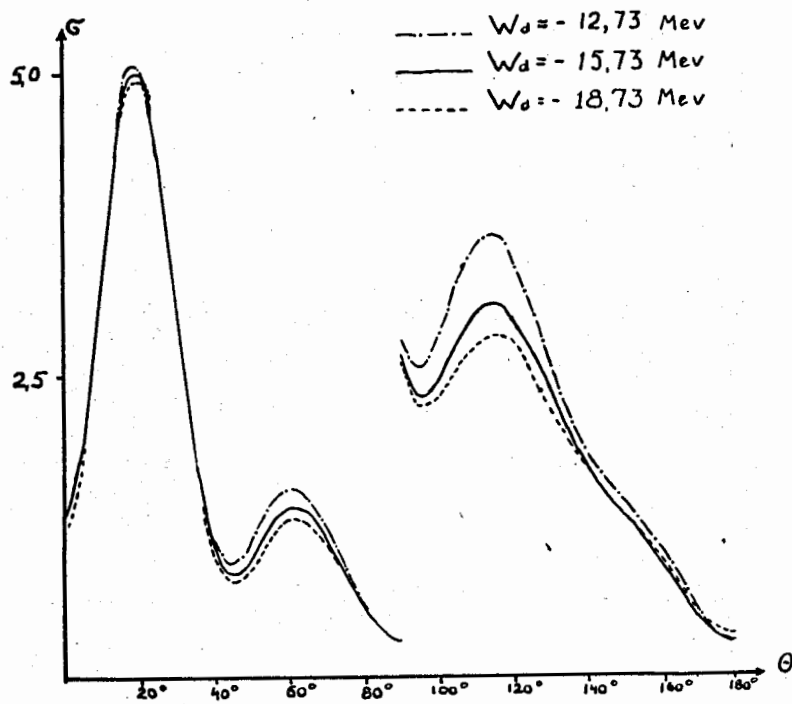
Рукопись поступила в издательский отдел
23 ноября 1985 г.



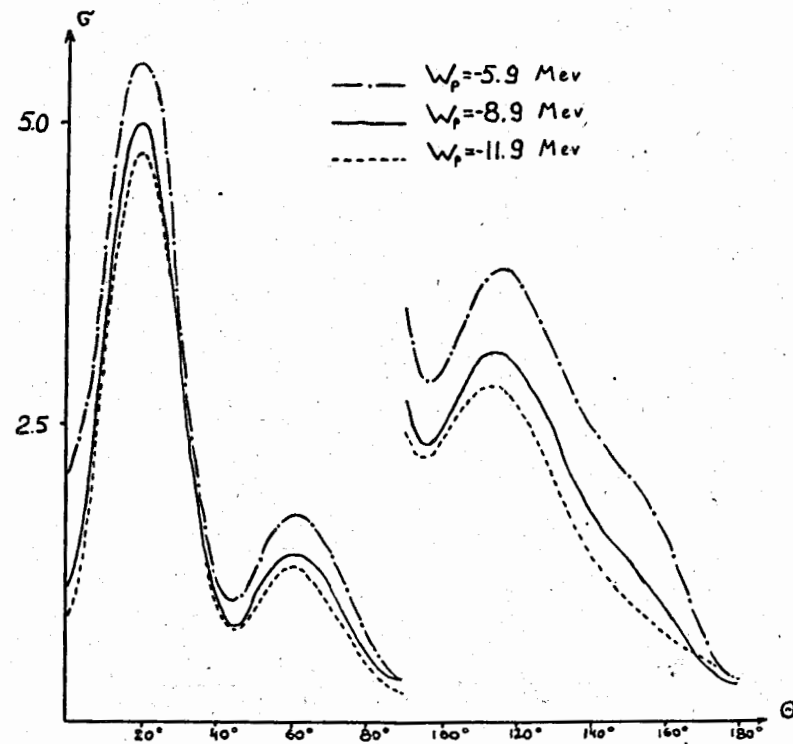
Р и с. 1



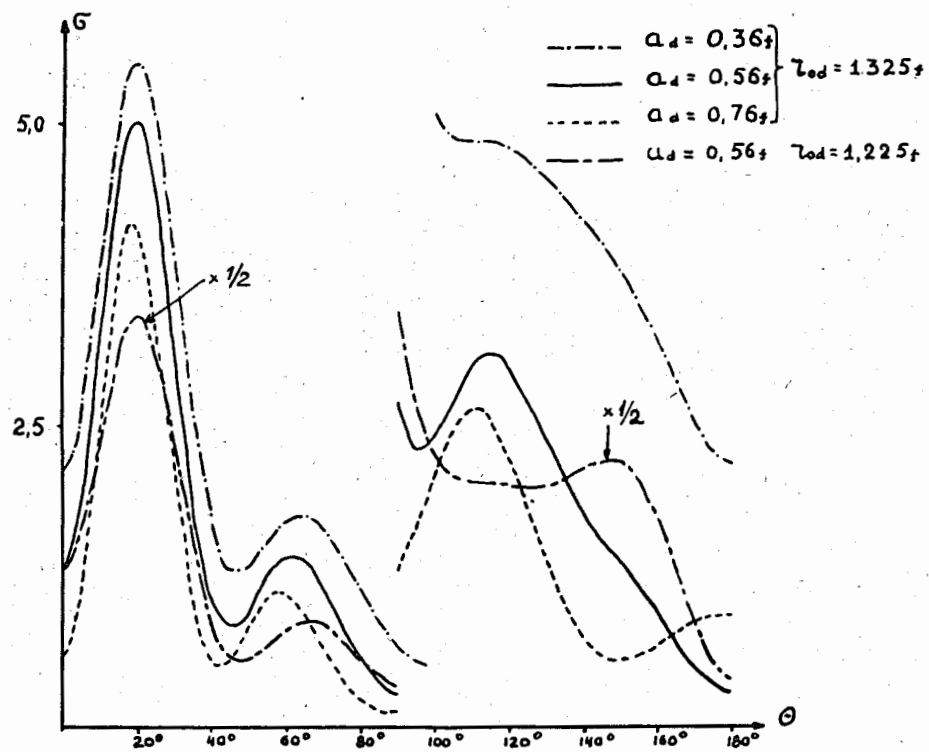
Р и с. 2



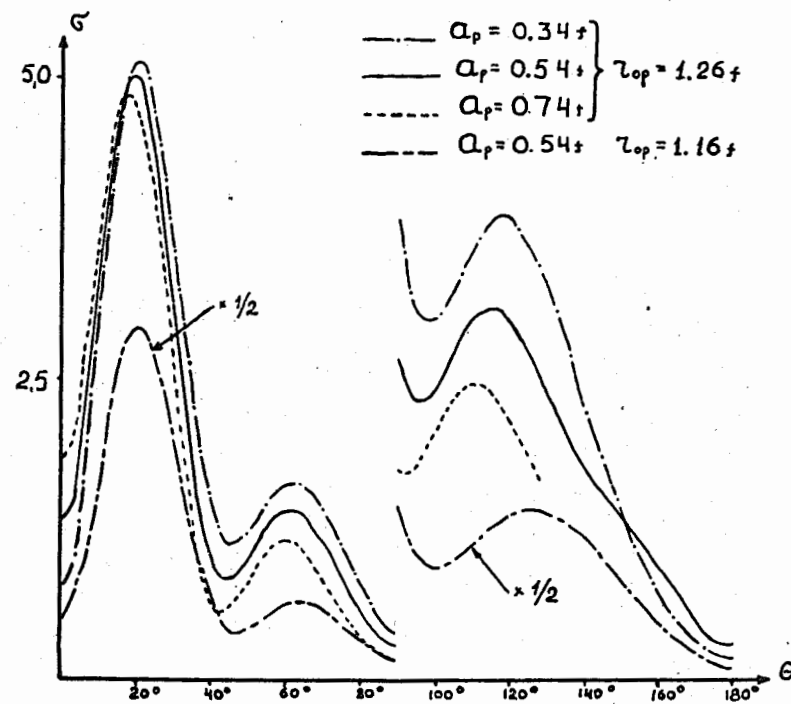
Р и с. 3



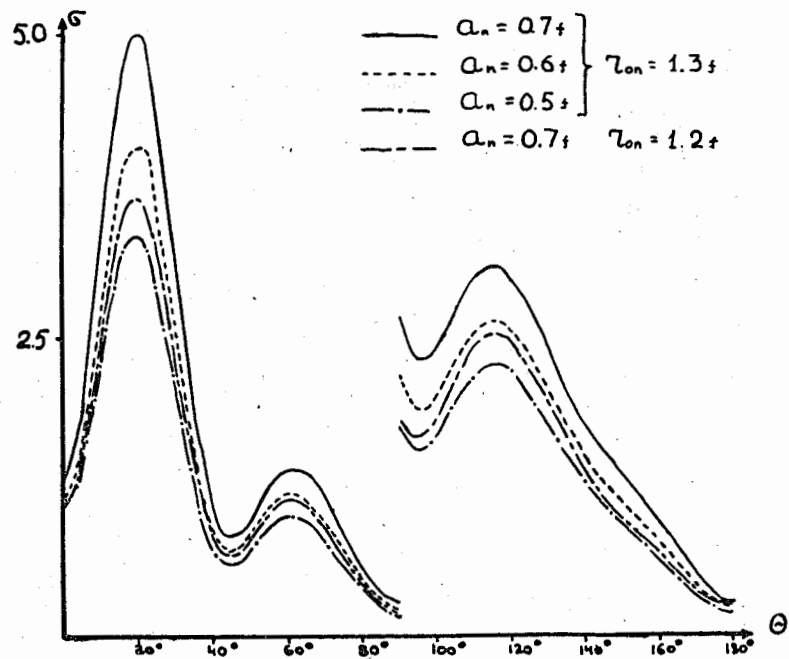
Р и с. 4



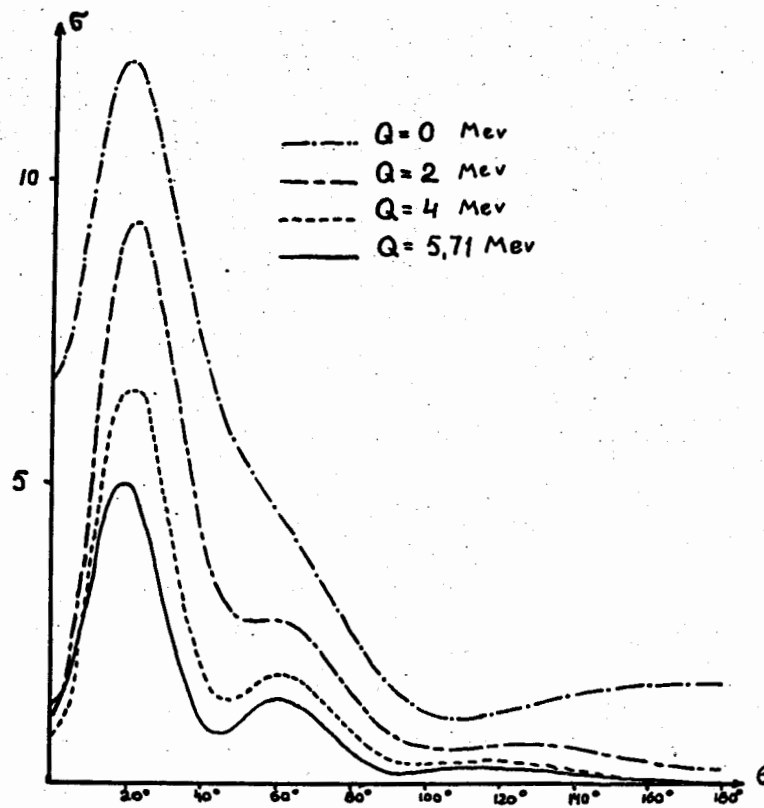
Р и с. 5



Р и с. 6



Р и с. 7



Р и с. 8