ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.П. Шелест

2148

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ В ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель –
академик Н.Н. Боголюбов

Дубна 1965

В.П. Шелест

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ В ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель – академик Н.Н. Боголюбов

В диссертации изучается задача рассеяния трех тел на основе уравнений Фаддеева[1], ядра которых выражаются через точные двухчастичные амплитуды рассеяния. Заметим, что в приближении нулевого радиуса действия из уравнений Фаддеева получается хорошо известное уравнение Скорнякова-Тер-Мартиросяна[2]. Для исследования релятивистской задачи трех тел использовалось обобщение уравнений Фаддеева, полученное Стояновым и Тавхелидзе[3].

В диссертации рассматривается возможность применения метода комплексных угловых моментов к задаче трех тел. Такое рассмотрение представляет интерес, так как существуют определенные указания на то, что присутствие многочастичных промежуточных состояний в диаграммах релятивистской теории возмущений приводит к неполюсному поведению соответствующих амплитуд рассеяния[4], что может существенно затруднить исследование асимптотического поведения амплитуд рассеяния при высоких энергиях. Ввиду сложности релятивистской задачи представляет интерес предварительное рассмотрение нерелятивистской задачи с многочастичными промежуточными состояниями (именно, квантовомеханической задачи трех тел). С этой целью в настоящей работе

1. Были получены уравнения для трехчастичных парциальных волновых функций и парциальных амплитуд рассеяния, которые удобны для продолжения в комплексную плоскость полного углового момента. (Заметим, что при этом обращалось особое внимание на правильный выбор физических двухчастичных парциальных амплитуд рассеяния вне массовой поверхности для конкретных задач).

2. Изучалась аналитическая структура нерелятивистских трехчастичных амплитуд рассеяния в плоскости полного углового момента.

Помимо этого, в диссертации произведено исследование корректно определенных матричных элементов релятивистских амплитуд рассеяния на связанных состояниях и получены уравнения, связывающие эти матричные элементы.

Все рассмотрение в диссертации проводится в приближении парного взаимодействия.

Диссертация состоит из трех глав. Во введении рассматриваются особенности трехчастичной задачи рассеяния и обсуждаются результаты некоторых работ по этой проблеме [5,6]. Во второй главе выводятся уравнения Фаддеева для парциальных волн и исследуются аналитические свойства трехчастичных нерелятивистских амплитуд рассеяния в плоскости полного углового момента.

В § 3 рассматривается задача рассеяния частицы на связанном состоянии двух других частиц; все частицы – бесспиновые, взаимодействующие через двухчастичные потенциалы; третья частица считается бесконечно тяжелой, т.е. принимается за неподвижный силовой центр. Гамильтониан системы имеет вид:

$$H = H_0 + V_{13}(|\vec r_1|) + V_{12}(|\vec r_1 - \vec r_2|) + V_{23}(|\vec r_2|), \tag{1}$$

где $\vec r_1$ и $\vec r_2$ – радиус – векторы соответствующих частиц относительно силового центра.

Мы считаем, что в результате взаимодействия налетающей частицы со связанным состоянием двух частиц не происходит распада связанного состояния. Для рассмотрения такой задачи удобно исходить из несколько модифицированной системы уравнений Фаддеева:

$$\Psi^i = \Psi^{(1)i} + \Psi^{(2)i} + \Psi^{(3)i}, \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \Psi^{(2)i} &= -\Phi^i - G_{23}(z)\tilde{\tilde T}_{13}(z)\Psi^{(3)i}, \\ \Psi^{(3)i} &= -\Phi^i - G_{23}(z)\tilde{\tilde T}_{12}(z)\Psi^{(2)i}, \\ \Psi^{(1)i} &= \Phi^i, \end{aligned} \tag{3}$$

где Φ^i – волновая функция начального состояния, гриновая функция $G_{23}(z) = (H_0 + V_{23} + z)^{-1}$, $z = E_n + i\eta$, $\eta \to 0$ (E_n – полная энергия системы), а $\tilde{\tilde T}_{1k}$ определяются уравнениями

$$\tilde{\tilde T}_{1k}(z) = V_{1k} - V_{1k}\, G_{23}(z)\tilde{\tilde T}_{1k}(z). \tag{4}$$

Уравнения (3) записываются в представлении базисных функций, являющихся собственными функциями уравнений Шредингера с гамильтонианом (1), где $V_{12} = 0$, а затем разлагаются по парциальным волнам, причем используется разложение, предложенное в [5].

Решая полученные уравнения фредгольмовским методом и ограничиваясь первым порядком в разложении D, получим [7]

$$D^{(1)JM}(z) = 1 - \sum_{\ell_1\ell_2}\Big(\sum_n + \int\Big)\int_0^\infty p^2\,dp\;\frac{K^{(1)J}_{\ell_1\ell_2\ell_1\ell_2}(pn\,pn;p_0\,n_0)}{D(p,E_{n\ell_2},z)}, \tag{5}$$

где ℓ_2 – угловой момент связанного состояния второй частицы относительно силового центра, ℓ_1 – угловой момент первой частицы относительно того же центра, а полный угловой момент J определяется как $\vec J = \vec\ell_1 + \vec\ell_2$. Если произвести теперь замену

переменных $J = \ell_1 - t$ (причем продолжать в комплексную плоскость моменты J и ℓ_1, оставляя ℓ_2 целочисленным и действительным) и представить амплитуду рассеяния первой частицы на третьей (в отсутствие второй) в реджевском виде, то получим для $D^{JM}(z)$ выражение вида

$$D^{JM}(z) = 1 - \sum_{\ell_2=0}^{\infty}\sum_{t=-\ell_2}^{\ell_2}\int_{\alpha(-\infty)}^{\alpha(z)}\frac{\beta^{JM}_{\ell_2}(\zeta)}{J + t - \zeta}\,d\zeta, \tag{6}$$

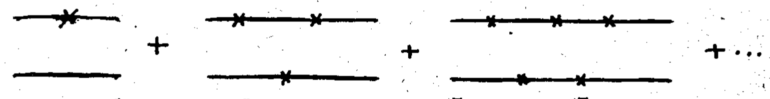
откуда следует, что парциальные волновые функции будут обладать бесконечным количеством движущихся разрезов в плоскости полного углового момента. То же самое справедливо и для матричных элементов амплитуды рассеяния.

Однако эти результаты могут оказаться некорректными в силу следующих причин: а) использованный способ аналитического продолжения угловых моментов не является однозначным [5], б) ограничение только первым членом разложения в ряд Фредгольма может оказаться недостаточным, в) при продолжении в комплексную область по J ядра $K^{(1)J}$ являются аналитическими функциями J лишь при условии $\mathrm{Re}J > -\frac{3}{2} + \ell_2 + \ell_2'$; так как $0 \le \ell_2 \le \infty$, то область аналитичности сводится к нулю.

Ввиду трудности точного изучения аналитической структуры парциальных амплитуд рассеяния, в § 4 развивается метод теории возмущений в нерелятивистской задаче рассеяния трех тел. Получено разложение матричного элемента амплитуды рассеяния в виде

$$R_{if} = (\Phi^f | T_{12} + T_{13} - T_{12}G_0T_{13} - T_{13}G_0T_{12} + \ldots | \Phi^i > \tag{7}$$

(где T_{12} и T_{13} – двухчастичные амплитуды рассеяния) и сформулирована диаграммная техника для этого разложения [7]. Приведен подкласс диаграмм вида


(8)

(крестик на верхней или нижней линии означает T_{13} или T_{12} соответственно; вертикальному сечению двух промежуточных линий соответствует свободная функция Грина), в котором каждая диаграмма имеет разрез в плоскости полного углового момента, в то время как ряд в целом есть мероморфная функция полного углового момента. Подобная ситуация, вообще характерная для исследований с помощью разложения в некоторый ряд, заставляет вновь обратиться к рассмотрению точных уравнений.

В § 5 предлагается способ разложения уравнений Фаддеева для волновой функции по парциальным волнам, отличный от использовавшегося в § 3 и обладающий тем преимуществом, что в ядрах получающихся парциальных уравнений Фаддеева не содержатся коэффициенты Клебша–Гордона, аналитическое продолжение которых неизвестно. Именно, используется разложение по базису $|JM\ell_{23}m_{23}k_{23}p_1\rangle$, где J, M – полный угловой момент системы и его проекция на произвольную ось, ℓ_{23} и m_{23} – орбитальный момент относительного движения второй и третьей частицы и его проекция на $\vec{p}_1$ соответственно; $k_{23} = |\vec{k}_{23}|$, $p_1 = |\vec{p}_1|$, а $\vec{p}_1$ и $\vec{k}_{23}$ – импульсы, сопряженные координатам Якоби.

При разложении уравнений Фаддеева, записанных в импульсном представлении, по базисам $|JM\ell_{23}m_{23}k_{23}p_1\rangle$, $|JM\ell_{31}m_{31}k_{31}p_2\rangle$ и $|JM\ell_{12}m_{12}k_{12}p_3\rangle$ соответственно получим:

$$\Psi^{(1)}_{JM\ell_{23}m_{23}}(k_{23}p_1) = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}}\, D^J_{Mm_{23}}(\vec{p}^{\,0}_1)\,\delta_{\ell_{23}\ell^0_{23}}\,\delta_{m_{23}m^0_{23}}\,\frac{\delta(p_1-p^0_1)}{p_1^2}\,\times$$

$$\times\phi_{\ell^0_{23}\epsilon^0_{23}}(k_{23}) - G_0(p_1k_{23}z)\int k'^2_{23}dk'_{23}\,t^{\ell_{23}}_{23}\Big(k_{23},k'_{23},z-\frac{p_1^2}{2\mu_1}\Big)\Big\{\Psi^{(2)}_{JM\ell_{23}m_{23}}(k'_{23}p_1)+\Psi^{(3)}_{JM\ell_{23}m_{23}}(k'_{23}p_1)\Big\}$$

$$\Psi^{(2)}_{JM\ell_{31}m_{31}}(k_{31}p_2) = -G_0(p_2k_{31}z)\int dk'_{31}k'^2_{31}\,t^{\ell_{31}}_{31}\Big(k_{31},k'_{31},z-\frac{p_2^2}{2\mu_2}\Big)\times \qquad (9)$$

$$\times\Big\{\Psi^{(1)}_{JM\ell_{31}m_{31}}(k'_{31}p_2)+\Psi^{(3)}_{JM\ell_{31}m_{31}}(k'_{31}p_2)\Big\}$$

$$\Psi^{(3)}_{JM\ell_{12}m_{12}}(k_{12}p_3) = -G_0(p_3k_{12}z)\int dk'_{12}k'^2_{12}\,t^{\ell_{12}}_{12}\Big(k_{12},k'_{12},z-\frac{p_3^2}{2\mu_3}\Big)\times$$

$$\times\Big\{\Psi^{(1)}_{JM\ell_{12}m_{12}}(k'_{12}p_3)+\Psi^{(2)}_{JM\ell_{12}m_{12}}(k'_{12}p_3)\Big\}.$$

Здесь $\phi_{\ell^0_{23}\epsilon^0_{23}}$ – волновая функция начального связанного состояния с энергией связи ϵ^0_{23}, D^J – функция Вигнера, $t^{\ell}(k_{ij},k'_{ij},\zeta)$ – матричные элементы парциальных двухчастичных амплитуд рассеяния /8/. Однако $\Psi^{(i)}$ в уравнениях (9) написаны в различных базисах. Для их связи используем формулы

$$\Psi^{(1)}_{JM\ell_{23}m_{23}}(k_{23}p_1) = \int dk_{31}dp_2\,k^2_{31}p^2_2\sum_{\ell_{31}m_{31}}\langle JM\ell_{23}m_{23}k_{23}p_1|JM\ell_{31}m_{31}k_{31}p_2\rangle\times \qquad (10)$$

$$\times\,\Psi^{(1)}_{JM\ell_{31}m_{31}}(k_{31}p_2)$$

и т.д., где величины типа $\langle JM\ell_{23}m_{23}k_{23}p_1|JM\ell_{31}m_{31}k_{31}p_2\rangle$, называющиеся коэффициентами повторной связи /9/, выражаются снова через D^J-функции Вигнера.

Таким образом, получена система интегральных уравнений, в ядрах которых вместо коэффициентов Клебша-Гордона содержатся D^J-функции Вигнера, обладающие хорошо известными аналитическими свойствами в плоскости полного углового момента,

что позволяет искать решения полученных парциальных уравнений Фаддеева в фредгольмовском виде.

В § 6 рассматривается модель сложной частицы, движущейся в поле и взаимодействующей с ним. Эта частица может распадаться на две другие частицы, не взаимодействующие между собой, одна из которых также взаимодействует с полем. Если потенциал взаимодействия с полем выбрать в виде:

$$V(p,k) = \delta(p_0 - k_0)\,V(\vec{p},\vec{k}), \qquad (11)$$

то для парциальных амплитуд рассеяния сложной частицы в поле получим (J -полный угловой момент) одномерное интегральное уравнение вида:

$$A_J(k,n) = \phi_J(k,n) + \int_0^\infty A_J(p,n)K_J(p,k)\,dp\,. \qquad (12)$$

Продолжая J в комплексную плоскость и пользуясь теоремами Тамаркина /10/, получаем следующие результаты:

1) Если интеграл в выражении для K_J аналитичен по J или имеет лишь полюса, не зависящие от p,k, то ядро K_J мероморфно в J-плоскости. Однако, так как для K_J вычеты в полюсах J-плоскости не могут быть факторизованы в смысле Тамаркина, мы можем получить в точках, соответствующих полюсам ядра, существенно особые точки для резольвенты (не зависящие от p,k). Амплитуда рассеяния, следовательно, также имеет только полюса и существенно особые точки в J-плоскости.

2) Для всех других случаев аналитической структуры интеграла из выражения для K_J амплитуда $A_J(k,n)$ может иметь в J-плоскости, кроме полюсов и существенно особых точек, не зависимых от p,k, другие сингулярности, например, точки ветвления.

Таким образом, даже для рассмотренной простой модели получается весьма сложная аналитическая структура парциальной амплитуды рассеяния в J-плоскости. Это, очевидно, указывает на то, что метод комплексных угловых моментов не является достаточно эффективным методом для изучения многочастичных задач.

В третьей главе исследуются некоторые вопросы релятивистской теории рассеяния в задаче трех тел.

В § 7 получены выражения для матричных элементов, описывающих всевозможные трехчастичные процессы, исключая процессы с участием трехчастичных связанных состояний. Выражение для этих матричных элементов имеет вид:

$$T_{ij} = \chi^{0+}_{(i)}\,M^{\pm}_{ij}\,\chi^{0}_{(j)}\,, \qquad (13)$$

где индексы i, j пробегают значения 0, 1, 2, 3; $T_{0i}\,(i \neq 0)$ означает матричный элемент амплитуды рассеяния трех частиц, описывающий рассеяние на i -м двухчастичном состоянии с его распадом в конечном состоянии, T_{i0} описывает образование связанного (двухчастичного) состояния в результате взаимодействия трех несвязанных частиц, T_{ik} $(i,k \neq 0)$ описывает рассеяние частицы на двухчастичном связанном состоянии (с возможным перераспределением частиц) и, наконец, T_{00} есть матричный элемент амплитуды рассеяния трех несвязанных частиц без образования двухчастичных связанных состояний. Функция $\chi^{0}_{(j)}$ $(j \neq 0)$ – двухчастичная волновая функция из уравнения Бете-Солпитера для j -й двухчастичной подсистемы, $\chi^{0+}_{(i)}\,(i \neq 0)$ -решение соответствующего сопряженного уравнения Бете-Солпитера, а $\chi^{0}_{(0)}$ есть волновая функция трех свободных частиц. Операторы же перехода $M^{\pm}_{ij}$ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$M^{+}_{ij} = \sum_{\alpha \neq i} K_{\alpha} + \sum_{\beta \neq j} M^{+}_{i\beta}\, g_0\, T_{\beta}\,, \tag{14}$$

$$M^{-}_{ij} = \sum_{\alpha \neq j} K_{\alpha} + \sum_{\beta \neq i} T_{\beta}\, g_0\, M^{-}_{\beta j}\,, \tag{15}$$

$$M^{+}_{ij} = \sum_{\alpha \neq i} K_{\alpha} + \sum_{\beta \neq j} T_{\beta}\, g_0\, M_{\beta j}\,, \tag{16}$$

$$M^{-}_{ij} = \sum_{\alpha \neq j} K_{\alpha} + \sum_{\beta \neq i} M^{+}_{i\beta}\, g_0\, T_{\beta}\,. \tag{17}$$

Здесь $T_{\beta} = T_{ik}$ – двухчастичные амплитуды рассеяния, g_0 – свободная трехчастичная функция Грина, а K_{α} – парные ядра уравнения Бете-Солпитера.

Показано, что операторы $M^{\pm}_{i0}$, $M^{\pm}_{0i}$ и $M^{\pm}_{00}$ можно выразить через операторы рассеяния на связанном состоянии без перераспределения $M^{\pm}_{ii}$ /11/. Показано также, что для операторов перехода можно записать систему несвязанных уравнений:

$$M^{+}_{ij} = (K - K_i) + M^{+}_{ij}\, g_j\, (K - K_j)\,, \tag{18}$$

$$M^{-}_{ij} = (K - K_j) + (K - K_i)\, g_i\, M^{-}_{ij}\,, \tag{19}$$

где g_i – гриновые функции двух частиц, определенные уравнением

$$g_i = g_0 + g_0 K_i g_i = g_0 + g_i K_i g_0\,. \tag{20}$$

Оказывается, можно построить матричные элементы амплитуд для всех трехчастичных процессов, пользуясь только операторами $M^{\pm}_{ij}\,(i,j \neq 0)$. Именно, можно получить следующие выражения:

$$T_{i0} = \chi^{+0}_{(i)}\, M^{+}_{ij}\, \chi^{0}_{(j)}\,, \tag{21}$$

$$(i,j \neq 0)$$

$$T_{0j} = \chi^{+0}_{(i)}\, M^{-}_{ij}\, \chi^{0}_{(j)}\,, \tag{22}$$

причем для $\chi^{0}_{(j)}$ из (21) и $\chi^{+0}_{(i)}$ из (22) выбирается соответствующее поведение в $-\infty$ и $+\infty$ соответственно /12/.

В § 8 рассматривается приближение слабой связи внутри двухчастичного связанного состояния. В этом случае $\mu_i \lesssim m_j + m_k$; $K_i < K_j$, $K_i < K_k$, где μ_i – масса i -го двухчастичного связанного состояния. Из этого следует, что можно положить $g_i \approx g_0$. Тогда, беря для конкретности оператор перехода M^{+}_{11}, получим разложение:

$$M^{+}_{11} = \sum_{\substack{n=1 \\ i \neq k = 2,3}}^{\infty} (T_i\, g_0\, T_k\, g_0\, T_i \ldots) + \sum_{n=1}^{\infty} (T_k\, g_0\, T_i\, g_0\, T_k \ldots)\,, \tag{23}$$

которое представляет собой разложение по кратности взаимодействия. В тех случаях, когда можно пренебречь многократными рассеяниями (например, для рассеяния нуклона на дейтроне при энергиях нуклона порядка $\geq$ 100 Мэв в системе центра масс дейтрона) получается выражение

$$M^{+}_{11} = T_2 + T_3\,. \tag{24}$$

Это приближение является непосредственным аналогом известного импульсного приближения.

Указаны также поправки к импульсному приближению по взаимодействию частиц 2 и 3.

В § 3 рассматривается приближение сильной связи внутри двухчастичного связанного состояния. При этом для матричного элемента амплитуды рассеяния на m -м связанном состоянии (в i -й двухчастичной подсистеме) с переходом в n – е связанное состояние (i -й двухчастичной подсистемы) получаем уравнение (в переменных Якоби) /12,13/:

$$T^{nm}_{ii}(P\tilde{\tilde{p}}_i \tilde{\tilde{p}}'_i) = \langle K - K_i \rangle^{nm}_{ii} (P\tilde{\tilde{p}}_i \tilde{\tilde{p}}'_i) + \frac{\sum_{n'}}{(2\pi)^{18}} \int d\tilde{\tilde{p}}''_i \times$$
$$\times \frac{T^{nn'}_{ii}(P\tilde{\tilde{p}}_i \tilde{\tilde{p}}''_i)\, S_i\!\left(\frac{m_i}{M}P + \tilde{\tilde{p}}''_i\right) \langle K - K_i \rangle^{n'm}_{ii} (P\tilde{\tilde{p}}''_i \tilde{\tilde{p}}'_i)}{\frac{M_i}{M} P_0 + \tilde{p}''_{i0} - \sqrt{\left[\frac{M_i}{M}\vec{P} + \vec{\tilde{\tilde{p}}}''\right]^2 + \mu'^2_n} + i\epsilon}\,, \tag{25}$$

где

$$\langle K - K_i \rangle^{nm}_{ii} (P\tilde{\tilde{p}}_i \tilde{\tilde{p}}'_i) = \{ \chi^{+0n}_{P\tilde{\tilde{p}}_i} (K - K_i)\, \chi^{0m}_{P\tilde{\tilde{p}}'_i} \} \tag{26}$$

(фигурные скобки означают интегрирование по всем соответствующим переменным),

$$\chi^{n0}_{P\tilde{\tilde{p}}_i} = e^{-iPX - i\tilde{\tilde{p}}_i \tilde{\tilde{x}}_i} \omega^{n}_{\frac{M_i}{M}P + \tilde{\tilde{p}}_i} (\bar{x}_i), \tag{27}$$

а ω^n есть решение однородного двухчастичного уравнения Бете–Солпитера. Уравнение (25) совпадает с многоканальным двухчастичным уравнением Липпмана–Швингера, где одна из частиц имеет массу двухчастичного связанного состояния. Это уравнение является точным для случая $m_j, m_k \to \infty$ ($\mu_i < \infty$) и приближенным, если $\mu_i \gg m_j + m_k$, ($m_j, m_k < \infty$). В § 10 указано приближенное соотношение, выражающее амплитуду распада двухчастичного связанного состояния через амплитуду упругого рассеяния T_{11} (для случая сильной связи), причем T_{11} может быть взята из (25).

В § 10, кроме того, выписаны две системы уравнений: система уравнений, связывающая амплитуды рассеяния на связанном состоянии (без его распада, но с возможным переходом в другое энергетическое состояние внутри той же двухчастичной подсистемы) T^{nm}_{11} и амплитуды рассеяния трех несвязанных частиц с образованием двухчастичных связанных состояний T^{n0}_{10}, и система, связывающая те же амплитуды рассеяния на связанном состоянии T^{nm}_{11} и амплитуды рассеяния на связанном состоянии с его распадом T^{0m}_{01}. Можно также учесть рассеяния с перераспределением частиц по двухчастичным подсистемам. Приводятся, наконец, уравнения для амплитуды рассеяния трех несвязанных частиц в три несвязанные частицы.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах[/7,8,11,12,13/]. Часть результатов докладывалась на XII международной конференции по физике высоких энергий (Дубна, 1964).

Литература

1. Л.Д.Фаддеев. ЖЭТФ, 39, 1459 (1960).
2. Г.В.Скорняков, К.А.Тер-Мартиросян. ЖЭТФ, 31, 775 (1956).
3. Д.Стоянов. Препринт ОИЯИ, Р-1777, Дубна, 1964; D.Stoyanov, A.N.Tavkhelidze. Phys.Lett., 13, 76 (1964).
4. S.Mandelstam. Nuovo Cim., 30, 1148 (1963); C.Wilkin. Nuovo Cim., 31, 377 (1964).
5. R.G.Newton. Nuovo Cim., 29, 400 (1963); R.G.Newton. Phys.Lett. 4, 11 (1963); 8, 210 (1964); J.B.Hartle. Phys.Rev., 134, B620 (1964); M.Macmillan.Preprint, Cambridge (1963).
6. R.Omnes. Phys.Rev., 134, 6B, 1358 (1964); Preprint UCRL-11186 (1963); UCRL-11219 (1963); UCRL-11008 (1963); R.Omnes, V.Alessandrini. Preprint UCRL 11186, Rev. 1 (1964); UCRL-11617 (1964).

7. И.Ш.Вашакидзе, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе, Г.А.Чилашвили, В.П.Шелест. Препринт ОИЯИ, Р-1662, Дубна, 1964; ДАН СССР, 158 № 6, 1302 (1964).
8. G.A.Chilashvili, R.M.Muradyan, V.P.Shelest, A.N.Tavkhelidze. Preprint, E-1659, Dubna, 1964.
9. G. Wick, Ann. of Phys., 18, 65 (1962).
10. I.Tamarkin. Annals of Math., 28, 127 (1927).
11. V.P.Shelest, D.Stoyanov. Phys.Lett., 13, 253 (1964).
12. Д.Стоянов, В.П.Шелест. Препринт ОИЯИ, Р-2066, Дубна, 1965.
13. V.P.Shelest, D.Stoyanov. Preprint, Dubna, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 апреля 1965 г.