

С 345

К-52



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

---

В.В. Кольга

2138

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ  
В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЦИКЛОТРОНЕ

Автореферат диссертации, представленной на соискание  
ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1965

В.В. Кольга

C 345  
K-62

2138

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ  
В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЦИКЛОТРОНЕ

Автореферат диссертации, представленной на соискание  
ученой степени кандидата физико-математических наук

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

2700-89.

Прогресс исследований в области познания природы "кирпичиков" мироздания — элементарных частиц, их внутренней структуры и взаимодействия с веществом определяется в большой мере возможности ускорительных установок, предназначенных для получения первичного пучка заряженных частиц высокой энергии. До последних лет ускорителестроение развивалось, главным образом, в направлении достижения максимальных энергий ускоряемых частиц.

После открытия в 1944–45 г.г. В.И.Векслером<sup>/1/</sup> и Е.М.Мак-Милланом<sup>/2/</sup> явления автофазировки, в этом направлении были достигнуты значительные успехи как в Советском Союзе, так и за рубежом. Действующие в настоящее время ускорительные установки, в которых наряду с автофазировкой используются магнитные поля с переменными градиентами<sup>/3/</sup>, дают возможность получать протоны с энергией до 30 Гэв. Проектируемые ускорители позволят увеличить этот предел приблизительно до 200–500 Гэв.

Однако импульсный характер работы этих ускорителей накладывает существенные ограничения на достижимый средний ток ускоренных частиц.

В первую очередь это относится к синхротронным, которые позволяют получать пучки заряженных частиц до энергий порядка 1 Гэв при максимальном токе порядка 1 мка.

Использование в этих установках циклотронного режима ускорения позволит повысить интенсивность до 500–1000 мка, что даст возможность наряду с повышением точности ранее сделанных физических экспериментов, поставить ряд принципиально новых экспериментов на вторичных частицах. Такой циклотрон, ускоряющий протоны в непрерывном режиме до энергий в несколько сот Мэв, может быть назван релятивистским циклотроном (РЦ). В связи с тем, что получающиеся при этом потоки пионов и мюонов в сотни и тысячи раз больше, чем на существующих синхротронах, релятивистский циклотрон относится к так называемым "фабрикам мезонов"<sup>/4/</sup>.

Возможность использования циклотронного режима в установках, ускоряющих протоны до энергий 700–800 Мэв, появляется в случае устранения имеющейся в цикло-

троне жесткой связи между частотой обращения частиц на замкнутых орбитах и условиями пространственной устойчивости. Эта связь значительно ослабляется при создании неоднородной структуры в магнитном поле циклотрона.

Первые идеи использования в циклических ускорителях неоднородной структуры магнитного поля относятся к 1938 году, когда Л.Томас предложил азимутальную вариацию поля в циклотроне <sup>/5/</sup>, однако этот метод не позволил получить циклотронный режим в установках на энергии в несколько сот Мэв.

В 1955 году Д.Керстом и др. были предложены магнитные поля, напряженность которых периодически изменяется не только по азимуту, но и по радиусу <sup>/6/</sup>. Применение такой пространственной вариации магнитного поля к циклотрону даст возможность получить циклотронный режим вплоть до максимальных энергий, получаемых на действующих синхроциклотронах.

Впервые циклотрон с пространственной вариацией магнитного поля был запущен в начале 1959 г. в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ <sup>/7/</sup>.

В настоящее время научно-исследовательские центры многих стран заняты проектированием и строительством релятивистских циклотронов.

Одной из основных задач, возникающих при разработке релятивистского циклотрона, является рассмотрение проблем, связанных с движением заряженных частиц при определенных конфигурациях магнитных полей. Сюда относятся задачи нахождения замкнутых орбит, определение их устойчивости, рассмотрение влияния на устойчивость различных возмущающих факторов, а также собственного поля сгустка частиц и т.д.

В реферируемой диссертации собраны исследования, проведенные автором совместно с В.П.Дмитриевским в период 1956-1965 г.г. в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ. Эти исследования посвящены рассмотрению движения заряженных частиц в релятивистском циклотроне.

На основе результатов этих исследований была выбрана структура магнитного поля упоминавшегося выше ускорителя Лаборатории ядерных проблем, на котором была проведена экспериментальная проверка разработанной линейной теории, а также нелинейного резонансного эффекта в центральной области ускорителя. Эти теоретические исследования были использованы также при составлении в 1963 г. технического проекта реконструкции синхроциклотрона Лаборатории ядерных проблем в релятивистский циклотрон на энергию 700 Мэв <sup>/8/</sup>.

Диссертация состоит из шести глав.

В первой главе рассматривается линейная теория свободных колебаний частиц в периодическом по азимуту и радиусу магнитном поле, которое в меридиальной плоскости имеет вид <sup>/9/</sup>

$$H_z(r, \phi, 0) = H(r) \left\{ 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \epsilon_m(r) \sin [a_m(r) - m N \phi] \right\}, \quad (1)$$

где  $H(r)$  – среднее магнитное поле, обеспечивающее постоянство периода обращения частиц на замкнутых орбитах;

$\epsilon_m(r)$  – глубина вариации  $m$ -ой гармоники магнитного поля;

$a_m(r)$  – фаза вариации, характеризующая спиральность поля;

$N$  – периодичность структуры поля по азимуту (число спиралей).

Вначале учитывается только основная гармоника ( $m=1$ ) в выражении (1). При этом уравнения движения можно свести к уравнениям Матве с периодической правой частью. Находятся частные решения этих уравнений, описывающие замкнутые орбиты, и исследуется устойчивость этих орбит.

Показано, что в релятивистском циклотроне требование изохронности ускорения приводит к тому, что параметры, характеризующие устойчивость свободных колебаний, медленно (адиабатически) изменяются, вызывая движение изображающих точек по области устойчивости. При этом динамическое подобие орбит не может соблюдаться, частоты свободных колебаний изменяются и появляется предельная энергия, до которой возможна устойчивость свободных колебаний частиц в РЦ. Возможен режим, при котором изменяется только частота радиальных колебаний, а частота аксиальных остается неизменной. Необходимая для этого глубина вариации определяется формулой

$$\epsilon(r) \approx \frac{eH(r)N}{E_0} \left( \frac{da}{dr} \right)^{-1} \sqrt{1 + \frac{Q_z^2}{n}}, \quad (2)$$

где  $n = \left( \frac{E}{E_0} \right)^2 - 1$  – показатель среднего поля РЦ,

$Q_z$  – число аксиальных колебаний на обороте,

$E$  – полная энергия ускоряемой частицы.

Для РЦ выбрана спираль Архимеда. При этом  $\frac{da}{dr} = \frac{1}{\lambda} \cdot 2\pi\lambda$  – радиальный шаг спиральной структуры магнитного поля. Частоты свободных колебаний ( $Q$ ) в первом приближении определяются выражениями /8/

$$\begin{aligned} Q_r^2 &= (1+n) \left[ 1 + \frac{3}{2N^2} \left( \frac{\epsilon R}{N\lambda} \right)^2 \right] \\ Q_z^2 &= -n + \left( \frac{\epsilon R}{N\lambda} \right)^2 + \frac{\epsilon^2}{2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $R = \frac{pc}{eH(R)}$  – определяется импульсом частицы.

В конце первой главы рассматривается произвольное периодическое по радиусу и азимуту магнитное поле (1). Показано, что высшие гармоники вызывают дополнительную фокусировку частиц в аксиальном направлении.

Вторая глава посвящена исследованию влияния возмущений идеального поля на движение частиц. Произвольное возмущение разлагается в ряд Фурье с периодом,

равным одному обороту и рассматривается влияние отдельных гармоник на устойчивость свободных колебаний частиц. При этом появляются простые и параметрические резонансы свободных колебаний с низшими гармониками возмущений поля, которые исследуются с помощью асимптотического метода<sup>/10/</sup>. Рассматривается динамический режим прохождения через эти резонансы. Показано, что простой резонанс по радиальным колебаниям ( $Q_r = 2$ ) будет вызывать значительное увеличение амплитуды колебаний и соответствующие резонансные линии будут определять дополнительное ограничение по предельной энергии ускоряемых частиц в РЦ ( $E \leq 2E_0$ ). Отклонение медианной поверхности от средней плоскости приводит к появлению простых резонансов по аксиальным колебаниям, которые могут еще больше понизить предельную энергию, если частота аксиальных колебаний будет изменяться в процессе ускорения. Изложен метод определения положения замкнутой орбиты при наличии отклонений медианной поверхности от средней плоскости в магнитных полях с пространственной вариацией<sup>/11/</sup>.

Принципиальное значение в релятивистском циклотроне имеют нелинейные эффекты, которым посвящена третья глава. Изложен метод нахождения нелинейной зависимости магнитного поля РЦ вне медианной плоскости<sup>/12/</sup>. Показано, что глубина вариации магнитного поля существенно увеличивается при отходе от плоскости симметрии. Следствием этого является сильная зависимость частоты аксиальных колебаний от их амплитуды, определяемая выражением<sup>/12/</sup>

$$Q_a^2 = Q_{a0}^2 + \frac{1}{2} \epsilon^2 \left( \frac{R^2}{N^2 \lambda^2} + \frac{3}{2} \right) \left( \frac{b}{\lambda} \right)^2 + \frac{\epsilon^2 N^2 b^2}{4R^2}, \quad (4)$$

где  $b$  - амплитуда аксиальных колебаний,

$Q_{a0}$  - частота аксиальных колебаний при  $b=0$ .

Так как магнитное поле релятивистского циклотрона периодически зависит от радиуса, то на движущуюся частицу действуют значительные периодические нелинейные силы, величина которых зависит от амплитуды свободных колебаний. Нелинейная периодическая вынуждающая сила может вызвать резкое увеличение амплитуды свободных колебаний в случае, если частота этой силы находится в кратном соотношении с частотой колебаний. Общее резонансное соотношение для РЦ имеет вид

$$q Q_r \pm p Q_a = N, \quad (5)$$

где  $p, q$  - целые числа ( $p+q$  порядок соответствующего резонанса).

Таким образом в релятивистском циклотроне, вследствие нелинейности периодической структуры магнитного поля, возможны внутренние нелинейные резонансы свободных колебаний с самой периодической структурой при отсутствии каких-либо возмущений. При этом слабая нелинейность среднего магнитного поля ( $\epsilon$  - мало) и значительная величина периодической нелинейности приводят в РЦ к возникновению эффективных нелинейных резонансов такого высокого порядка ( $p+q$ ), которые в ускорителях

других типов обычно не возникают. В процессе ускорения, из-за изменения частоты радиальных колебаний, некоторые нелинейные резонансы должны проходиться. Нелинейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами, описывающие колебания частиц в области резонансов, исследуются с помощью асимптотического метода.

Показано, что нелинейный резонанс 4-го порядка по радиальным колебаниям ( $q=4$ ,  $p=0$ ) не может проходиться без существенных потерь ускоряемых частиц<sup>/12/</sup>. Отсюда появляется связь между числом спиралей и максимальной энергией ускоренных частиц

$$E_{\max} \leq \frac{N}{4} E_0. \quad (6)$$

Рассмотрены также нелинейные резонансы связи  $5Q_z \pm 2Q_r = N$ , которые проявляются в структуре поля с  $N=8$ . Предложен метод компенсации внутренних нелинейных резонансов, в котором используется дополнительная гармоника, создаваемая в зоне соответствующего нелинейного резонанса, амплитуда которой зависит от радиуса<sup>/13/</sup>.

Исследуется нелинейный резонанс  $N$ -го порядка по радиальным колебаниям в центральной области ускорителя ( $Q_r = 1$ ). Показано, что градиент среднего поля, необходимый для устранения влияния нелинейного резонанса в центральной области ускорителя, уменьшается с увеличением  $N$  как  $\frac{N}{2^N(N-1)!}$  и с увеличением радиального шага при фиксированном  $N$  как  $\lambda^{N-2}$ .

Фазовое движение ускоряемых в РЦ частиц рассматривается в четвертой главе. Так как на всех замкнутых орбитах период обращения частиц постоянен, то в релятивистском циклотроне отсутствует автофазировка ( $\frac{d\omega}{dE} = 0$ ) и любые отклонения среднего поля от резонансного закона вызывают сдвиг фазы частиц, который увеличивается пропорционально числу оборотов ускоряемой частицы. Полученные в этой главе выражения позволяют оценить допуски на среднее магнитное поле в зависимости от величины набора энергии за оборот при определенных предположениях относительно распределения отклонений от резонансного закона среднего поля<sup>/14/</sup>.

Рассматривается коррекция резонансного закона, вызываемая изменением влияния конфигурации замкнутых орбит по мере роста вариации вдоль радиуса.

Наличие свободных колебаний ускоряемых частиц, как было ранее отмечено Г.И.Будкером, может вызывать изменение периода обращения частиц в РЦ. В конце четвертой главы показано, что радиальные свободные колебания приводят к уменьшению периода обращения ускоряемых частиц приблизительно как<sup>/15/</sup>

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1+a}{2} \left( \frac{a}{r_{\infty}} \right)^2, \quad (7)$$

где  $r_{\infty} = \frac{E_0}{e H_0}$ ,  $a$  - амплитуда радиальных колебаний.

Следовательно, в процессе ускорения в релятивистском циклотроне фазовая протяженность сгустка несколько увеличивается. Однако, как показано в этой главе, при  $a \leq 3,5-4$  см и наборе энергии за оборот 300-400 кэв это расширение сгустка не превосходит допустимых пределов<sup>х)</sup>.

В пятой главе кратко рассмотрены возможные методы вывода ускоренного пучка из релятивистского циклотрона на 700 Мэв<sup>/8/</sup>, в котором частота радиальных колебаний на конечном радиусе составляет 1,8.

Предложен метод изменения частоты радиальных колебаний с помощью введения в структуру магнитного поля с четным  $N$  гармоникой с номером  $N/2$ , амплитудой 3-5% от среднего поля и фазой, изменяющейся по той же спирали, что и фаза  $N$ -ой гармоники, сдвинутой относительно этой фазы на определенную величину<sup>/16/</sup>. При этом, благодаря существенному изменению конфигурации замкнутой орбиты, частота радиальных колебаний увеличивается до резонансного значения, равного двум, и для вывода частиц может быть использован нелинейный резонанс  $8/4$ <sup>/17/</sup>.

Эксперименты, выполненные на электронной модели в Оксфорде<sup>/18/</sup>, показали, что при использовании резонансного метода вывода можно получить коэффициент выпуска пучка из камеры ускорителя, близкий к 0,85, а, возможно, и выше.

При введении в структуру поля  $N/2$ -ой гармоники частота аксиальных колебаний корректируется незначительным уменьшением амплитуды  $N$ -ой гармоники, которая практически не влияет на частоту радиальных колебаний. При изменении амплитуды  $N/2$ -ой гармоники изменяется радиус, на котором возникает нелинейный резонанс, и таким образом, появляется принципиальная возможность некоторой регулировки энергии выведенного из РЦ пучка.

В шестой главе исследуется влияние собственного электромагнитного поля сгустка на свободные колебания частиц, а также на процесс ускорения этого сгустка.

Изменение аксиальной устойчивости из-за влияния пространственного заряда сгустка описывается выражением<sup>/19/</sup>

$$\Delta Q_{\parallel} = \frac{J}{\epsilon_0 f_0 \Delta_{\parallel} \Delta_{\phi} \bar{V} (Q_{\parallel 0} + Q_{\parallel})}, \quad (8)$$

где  $f_0$  - частота обращения ускоряемого сгустка ( $\text{сек}^{-1}$ ),

$J$  - ток на мишень (а),

$\Delta_{\parallel}, \Delta_{\phi}$  - аксиальная (м) и азимутальная (рад) протяженности сгустка,

$\bar{V}$  - средний потенциал, проходимый частицей за оборот (в),

$\epsilon_0 = 0,8854 \cdot 10^{-11}$  ф/м - диэлектрическая проницаемость вакуума,

$Q_{\parallel 0}$  - число аксиальных колебаний за оборот при  $J=0$ .

х) Независимо, другим методом аналогичный результат получен в работе Фан Шу-сяня, Уай Кай-юе.

Эта формула была проверена экспериментально на циклотроне с пространственной вариацией магнитного поля<sup>/20/</sup>. Из выражения (8) следует, что существенное увеличение интенсивности в релятивистском циклотроне при сохранении аксиальной устойчивости может быть достигнуто при  $Q_{\perp} > 1$ <sup>/21/</sup>.

Азимутальная компонента электрического поля сгустка может увеличивать или уменьшать набор энергии за оборот для различных областей сгустка. При достижении определенной плотности частиц азимутальная компонента поля скомпенсирует внешнее электрическое поле и процесс ускорения окажется нарушенным. При отсутствии фазового перемешивания частиц ( $\frac{d\omega}{dE} = 0$ ), что приблизительно соблюдается для больших РЦ, найдены выражения, описывающие связь плотности ускоряемого сгустка с необходимым набором энергии за оборот. Из этих выражений следует, что при  $e\bar{V} = 300$  кэВ и токе  $J = 0,5$  ма, которые соответствуют проектным величинам РЦ на 700 МэВ, действием продольной компоненты электрического поля можно пренебречь.

Точность большинства аналитических выражений проверялась непосредственным интегрированием исходных уравнений на электронно-вычислительной машине Вычислительного центра ОИЯИ.

Основной материал диссертации опубликован в работах<sup>/4,7,8,9,11-16,19,20/</sup>, а также докладывался на Международных конференциях по ускорителям в Женеве (1959г), Дубне (1963г) и на Рабочем совещании по циклотронам в Кракове (1961 г).

#### Л и т е р а т у р а

1. В.И.Векслер. ДАН, 43, 346 (1944).
2. E.M.McMillan. Phys. Rev., 68, 143 (1945).
3. N.Christophilos (unpublished), E.D.Courant, M.S.Livingston, H.S.Snyder. Phys. Rev., 88, 1190 (1952).
4. В.П.Джелепов, В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолодчиков, В.В.Кольга. УФН, 85, 4 (1965); Труды Международной конференции по ускорителям № 1831, 1964.
5. L.N. Thomas. Phys. Rev., 54, 580 (1938).
6. D.W.Kerst et al. Bull. Amer. Phys. Soc., 30, 14 (1955).
7. Д.П.Василевская, В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга и др. АЭ, 6, 657 (1959); Nuclear Instr. and Methods, 5, 335 (1959).
8. А.А.Глазов, Ю.Н.Денисов, В.П.Джелепов, В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга и др. Труды Международной конференции по ускорителям 1963 г. М., Атомиздат, 1964, стр. 547.
9. Д.П.Василевская, В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга и др. АЭ, 8, 189 (1960); Symposium CERN, p. 211, (1959).

10. Н.Н.Боголюбов, Ю.А.Митропольский. "Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний". М., Физматгиздат, 1958.
11. В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга и др. Препринт ОИЯИ № 1057, 1962.
12. В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга, Н.И.Полумордвинова. Труды Международной конференции по ускорителям 1963 г., М., Атомиздат, 1964, стр. 833.
13. В.В.Кольга. Nuclear Instr. and Methods 21, 326 (1963); Препринт ОИЯИ, Р-931, 1962.
14. В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга, Фан Шоу-сянь. Препринт ОИЯИ 623, 1960 г.
15. В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолодчиков, В.В.Кольга, Т.М.Прилипко. Труды Международной конференции по ускорителям 1963 г. М., Атомиздат, 1964, стр. 608.
16. В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга, Н.И.Полумордвинова. Препринт ОИЯИ № Р-1981, 1965.
17. M.M.Gordon. Sector-Focused Cyclotrons (National Academy of Sciences, 1959), p. 234.
18. J.A.Martin, J.E.Mann, R.S.Livingston. Proc. of Internat. Conference on High Energy Accelerators, Brookhaven, 1961, p. 355.
19. В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолодчиков, В.В.Кольга. Труды Рабочего совещания по циклотронам, Институт ядерной физики, Краков, 1961 г. стр. 16.
20. А. А. Глазов, В.П.Джелепов, В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга и др. АЭ, 15, 205 (1963); Препринт ОИЯИ № 1169, 1963; Труды Международной конференции по ускорителям 1963 г. М., Атомиздат, 1964 г. стр. 611.
21. В.П.Джелепов, В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолодчиков, В.В.Кольга. Авт. свид. № 26443, с приоритетом от 13.IX.1962 г.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 апреля 1965 г.