

2-99-48

На правах рукописи
УДК 539.12.01

Ц-857

ЦУЛАЯ
Мириан Мурманович

МЕТОДЫ СУПЕРСИММЕТРИИ
В ОПИСАНИИ БОЗОННЫХ СИСТЕМ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Общая характеристика работы

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики имени Н.Н.Боголюбова Объединенного института ядерных исследований

Научные руководители:

кандидат физико-математических наук

Е.Е.Донец

кандидат физико-математических наук

А.И.Пашнев

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук

А.П.Исаев
(ЛТФ ОИЯИ)

доктор физико-математических наук

А.А.Капустников
(ДГУ, Днепропетровск)

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Физический факультет

МГУ им. М.В.Ломоносова

Защита состоится " _____ " _____ 1999 г.
на заседании диссертационного совета К.047.01.01 по адресу:
141980, Московская обл., г.Дубна, ЛТФ ОИЯИ

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан " _____ " _____ 1999 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук

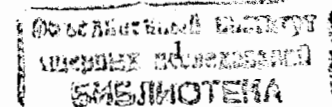

А.Е.Дорохов

Диссертация посвящена исследованию различных видов суперсимметрии в релятивистских и нерелятивистских системах.

Актуальность проблемы. Суперсимметрия — симметрия между бозонными и фермионными степенями свободы физической системы имеет богатство разнообразных проявлений в современной теоретической физике.

Одним из наиболее распространенных и интенсивно изучаемых примеров суперсимметрии является расширение группы Пуанкаре спинорными (антикоммутирующими) генераторами. Основываясь на требовании инвариантности теории относительно супергруппы Пуанкаре построено множество теоретико — полевых суперсимметричных версий Стандартной Модели и Моделей Великого Объединения. Привлекательность суперсимметричных реалистических физических моделей обусловлена, в основном тем, что суперсимметрия естественным образом устраняет проблему квадратичных расходимостей, которая возникает в несуперсимметричных теориях.

Для того, чтобы лучше изучить суперсимметричную теорию поля, основанную на расширении обычного пространства — времени нечетными координатами, удобно рассмотреть её упрощенную модель — суперсимметричную квантовую механику. Помимо того, что она дает ясное понимание многих эффектов релятивистской теории, суперсимметричная квантовая механика адекватно описывает различные физические задачи, возникающие в обычной квантовой механике и статистической



физике.

Суперсимметричная квантовомеханическая система без центральных зарядов состоит из N операторов Q_i , которые коммутируют с гамильтонианом H и удовлетворяют соотношениям

$$\{Q_i, Q_j\} = \delta_{ij} H \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

Из алгебры суперсимметричной квантовой механики можно сделать важный вывод, что гамильтониан является квадратом эрмитовых операторов. Это обстоятельство дает возможность линеаризовать уравнение Шредингера с нулевой энергией и заменить его на систему уравнений первого порядка на вектор состояния $|\psi\rangle$

$$Q_i |\psi\rangle = 0.$$

Таким образом, задача о нахождении основного состояния систем, которые обладают суперсимметрией, сильно упрощается. Существование квадратично интегрируемого решения данной системы уравнений означает, в свою очередь, отсутствие спонтанного нарушения суперсимметрии на квантовом уровне. Следовательно, в системе со спонтанно нарушенной суперсимметрией нет состояния с нулевой энергией.

Одной из наиболее интересных особенностей суперсимметричной квантовой механики является её связь с точно решаемыми квантовомеханическими моделями. Оказалось, что использование суперсимметрии как вспомогательного механизма дает возможность определить полный энергетический спектр для всех известных на сегодняшний день точно решаемых квантовомеханических моделей, а также был установлен широкий класс моде-

лей, для которых можно найти энергетический спектр с помощью суперсимметрии.

Другим, не менее важным примером суперсимметрии в квантовой теории поля является симметрия Бекки, Рюэ, Сторы и Тютиня (БРСТ), существенно упрощающая доказательство тождеств Славнова — Тейлора, и основанный на этой симметрии метод БРСТ квантования Баталина — Фрадкина — Вилковиского, суть которого состоит в следующем. При рассмотрении динамической системы, описываемой гамильтонианом $H_0(q^A, p_A)$ и функциями $G_a(q^A, p_A)$, $a = 1, \dots, 2m$, которые находятся в инволюции между собой и гамильтонианом

$$\{G_a, G_b\}_P = G_c U_{ab}^c, \quad \{H_0, G_a\}_P = G_b V_a^b,$$

исходное фазовое пространство (q^A, p_A) расширяется дополнительными степенями свободы (η^a, P_a) с четностью, противоположной четности функций G_a . Динамика в расширенном фазовом пространстве определяется гамильтонианом

$$H_\Psi = H_0 + P_a V_b^a \eta^b - \{\Psi, Q\}_P,$$

который зависит от произвольной нечетной функции $\Psi(q^a, p_a, \eta^a, P_a)$. Гамильтониан H_Ψ вместе с нильпотентным БРСТ зарядом

$$Q = G_a \eta^a + \frac{1}{2} (-1)^{n_a} P_c U_{ab}^c \eta^b \eta^a,$$

где

$$n_a = \begin{cases} 0 & \text{для четных } G_a, \\ 1 & \text{для нечетных } G_a, \end{cases}$$

образуют одномерную абелеву супералгебру:

$$\{Q, Q\}_P = 0 \quad \{H_\Psi, Q\}_P = 0.$$

Согласно теореме Баталина — Фрадкина — Вилковиского, производящий функционал в расширенном фазовом пространстве

$$Z_\Psi = \int dq dp d\eta d\mathcal{P} \exp[i \int dt (p_a \dot{q}^a + \mathcal{P}_a \dot{\eta}^a - H_\Psi)]$$

не зависит от функции Ψ . Иными словами, метод Баталина — Фрадкина — Вилковиского дает правильное выражение для S — матрицы, сохраняя при этом произвол в выборе функции Ψ , что делает его применимым для квантования весьма широкого класса физических систем.

Различные квантовые операторы Гамильтона, которые соответствуют различным выборам функции Ψ в производящем функционале, связаны между собой соотношением:

$$H' = H + \{\Psi, Q\}$$

В следствие того, что матрица перехода не зависит от выбора оператора Ψ , физический сектор теории выделяется условием:

$$Q|\text{Физ}\rangle = 0,$$

которое устраняет нефизические степени свободы из расширенного фазового пространства.

Несмотря на то, что пока нет экспериментального подтверждения наличия суперпартнеров элементарных частиц, которые необходимы для построения суперсимметричных Стандартных Моделей и моделей Великого Объединения, суперсимметрия проявляет себя в других, не менее интересных физических задачах.

Более того, описание различных физических систем с помощью нечетных, иногда даже фиктивных степеней свободы, оказывается очень эффективным.

Целью работы являлось изучение методов суперсимметрии в классическом и квантовом описании различных чисто бозонных систем, в частности, для построения теории поля для частиц с высшими целыми спинами, изучения свойств пространственно однородных систем, связанных с гравитацией, а также для нахождения связи между бозонными системами и частицами с дробной статистикой.

Научная новизна диссертации состоит в следующем:

- Построена локальная свободная теория поля для траектории Редже с помощью БРСТ подхода;
- На основе метода размерной редукции разработан новый метод БРСТ конструкций для систем связей первого и второго рода, которые при добавлении к ним дополнительных операторов образуют алгебру Ли, причем дополнительные генераторы являются элементами подалгебры Картана;
- Исследована связь между круговым осциллятором и частицами с дробной статистикой — анионами;
- Проведена суперсимметризация связанных систем Эйнштейна — Янга — Миллса с калибровочной группой $SU(2)$ в аксиально симметричных однородных космологических моделях типа Бианки — I, II, VIII, IX, а также в космологических моделях Кантовского — Сакса и Фридмана — Роберт-

сона — Уокера в рамках одномерной суперсимметричной $N = 2$ сигма — модели;

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ, на международных рабочих совещаниях "Суперсимметрия и квантовые симметрии" (Дубна, 1995, 1998), "Суперсимметрия и квантовая теория поля" (Харьков, 1997), международном симпозиуме "Современные тенденции в физике элементарных частиц" (Тбилиси, 1998) и второй международной "Самосской конференции по геометрии, космологии и гравитации." (о.Самос, Греция 1998).

Публикации. По материалам исследований, представленных в диссертации, опубликовано 8 работ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Объем работы составляет 98 страниц, две таблицы и библиографический список из 123 наименований.

Содержание работы

Во введении рассмотрены основные принципы суперсимметрии, в частности, суперсимметричной квантовой механики и БРСТ квантования.

В первой главе рассмотрен БРСТ подход к описанию частиц с

высшими целыми спинами в пространстве — времени произвольной размерности D . Построенные теоретико — полевые лагранжианы, которые описывают представления группы Пуанкаре без взаимодействия, обладают калибровочной инвариантностью, необходимой для того, чтобы исключить духи — степени свободы, дающие отрицательный вклад в энергию. Наряду с основными полями эти лагранжианы включают в себя также и вспомогательные поля, которые впоследствии устраняются калибровочными преобразованиями, или исключаются с помощью уравнений движения. Получен лагранжиан для массивных приводимых представлений группы Пуанкаре с линейной зависимостью массы от спина. Для того, чтобы описать все высшие спины одновременно, введено вспомогательное пространство Фока, порождаемое операторами рождения a_μ^+ и уничтожения a_μ , которые удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[a_\mu, a_\nu^+] = -g_{\mu\nu}, \quad g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, \dots, -1).$$

Так как операторы, которые соответствуют условию массовой поверхности $L_0 = -p_\mu^2 - \alpha' a_\mu^+ a_\mu + \alpha_0$, условию поперечности $L_1 = p_\mu a_\mu$, а также оператор, сопряженный к оператору L_1 оператор $L_{-1} = p_\mu a_\mu^+$ образуют систему связей второго рода и непосредственное построение нильпотентного БРСТ заряда невозможно, был применен метод размерной редукции, в котором осциллятор, соответствующий редуцированной координате, рассматривался как вспомогательная степень свободы. Доказано, что с помощью БРСТ калибровочной инвариантности могут быть устранены вспомогательные поля и зависимость основного поля от

вспомогательного осциллятора. Приведены явные примеры лагранжианов для частиц со спином 0, 1, 2. Аналогичным образом построен теоретико — полевой лагранжиан, который описывает неприводимые безмассовые представления группы Пуанкаре в пространстве — времени произвольной размерности. Нильпотентный БРСТ заряд построен по аналогии с методом размерной редукции после введения вспомогательного осциллятора. Как обобщение вышеприведенных примеров, был предложен метод построения нильпотентных БРСТ зарядов для операторов, которые образуют алгебру Ли, но при этом некоторые из генераторов подалгебры Картана не накладывают условий на физические состояния, т.е. не являются связями. Для этого необходимо:

- Построить вспомогательные представления данной алгебры Ли с помощью дополнительных операторов рождения и уничтожения. Число дополнительных операторов рождения и уничтожения равно числу генераторов Картана H^i , которые не равны нулю на физических состояниях. Для алгебр Ли групп $U(N)$ и $O(N)$ такие представления могут быть построены с помощью метода Гельфанда — Цетлина;
- Построить стандартный БРСТ заряд, в котором связями являются суммы “старых” и “новых” генераторов;
- С помощью специального преобразования подобия устранить зависимость от духовых переменных η_i , которые соответствуют генераторам H^i ;

Во второй главе исследована связь между квантовым осцилля-

тором и топологически нетривиальными квантовыми системами со скрытой кулоновской симметрией. Полученная в результате редукции кругового квантового осциллятора по действию группы Z_2 составная система “заряд — магнитный вихрь” является анионом — частицей с дробной статистикой и спином, равным ее собственному угловому моменту. Аналогичным образом показано, что Z_N редукция двумерной системы с центральным потенциалом $r^{2(N-1)}$ приводит к N связанным системам “заряд — магнитный вихрь” с потенциалом взаимодействия $r^{2(1/(N-1))}$ и спинами $\sigma = \frac{k}{N}$, $k = 0, 1, \dots, (N-1)$.

Третья глава посвящена изучению связанных систем Эйнштейна — Янга — Миллса с калибровочной группой $SU(2)$ в аксиально симметричных однородных космологических моделях типа Бианки — I, II, VIII, IX, а также в космологических моделях Кантовского — Сакса и Фридмана — Робертсона — Уокера в рамках суперсимметричной квантовой механики. Показано, что все эти системы могут быть рассмотрены как бозонные части одномерной $N = 2$ суперсимметричной сигма - модели. Найдены соответствующие выражения для суперпотенциалов, которые являются прямой суммой гравитационных и янг — миллсовых частей. Кроме того, янг — миллсова часть суперпотенциала в точности равна соответствующему члену Черна — Саймонса, вычисленному на трехмерной поверхности $t = const$, что является нетривиальным обобщением наблюдения Виттена, сделанного для плоского пространства, на случай самогравитирующих систем Эйнштейна — Янга — Миллса. Исследован вопрос спонтанного нарушения суперсимметрии на классическом и

квантовом уровне. Показано, что для случая чистой гравитации суперсимметрия всегда нарушается на классическом уровне, но для моделей Бианки — I, II и одной из суперсимметричных моделей Бианки — IX, модели Кантовского — Сакса и Фридмана — Робертсона — Уокера она восстанавливается квантовомеханически, в отличие от обычной суперсимметричной квантовой механики. Последующее "включение" полей Янга — Миллса нарушает суперсимметрию во всех моделях благодаря непертурбативным вкладам от янг — милловских инстантонов на данном евклидовом четырехмерном многообразии. В качестве примера подробно обсуждаются евклидовы конфигурации для систем Эйнштейна — Янга — Миллса в модели Бианки — IX и в модели Кантовского — Сакса.

В заключении перечислены основные результаты, выносимые на защиту.

Основные результаты диссертации, выносимые на защиту

- В рамках БРСТ подхода описаны приводимые массивные и неприводимые безмассовые представления группы Пуанкаре в пространстве — времени произвольной размерности D . Получен лагранжиан, который описывает безмассовые частицы с высшими целыми спинами.
- Предложен новый метод построения нильпотентного БРСТ заряда для произвольных алгебр Ли, когда некоторые из ге-

нераторов Картана не накладывают условий на физические состояния т.е. для систем связей первого и второго рода.

- Показано, что редукция кругового осциллятора по действию группы Z_2 и последующее квантовое преобразование Болина ведет к двум системам: двумерному атому водорода (четные состояния) и системе "заряд — двумерный дион" (нечетные состояния). Проведено обобщение на случай редукции двумерной системы с потенциалом взаимодействия $r^{2(N-1)}$ по действию группы Z_N .
- Изучено суперсимметричное обобщение пространственно однородных аксиально — симметричных систем Эйнштейна — Янга — Миллса с помощью формализма $N = 2$ суперсимметричной квантовой механики. Получены явные выражения для суперпотенциалов, исследован вопрос спонтанного нарушения суперсимметрии на классическом и квантовом уровне. Обсуждена роль янг — милловских инстантонов в спонтанном нарушении суперсимметрии, приведены физически содержательные примеры.

Публикации по материалам диссертации

1. Nersessian A., Ter - Antonyan V., Tsulaia M., *Note on Quantum Bohlin Transformation*, Mod. Phys. Lett A., 1996, 11, p.p. 1605-1610.

2. Pashnev A., Tsulaia M., *On the BRST Approach to the Description of a Regge Trajectory*, Препринт ОИЯИ Е2-96-408; hep-th/9611022.
3. Pashnev A., Tsulaia M., *Dimensional Reduction and BRST Approach to the Description of a Regge Trajectory*, Mod. Phys. Lett A., 1997, **12**, p.p. 861-870.
4. Pashnev A., Tsulaia M., *Higher Massless Irreducible Spins in the BRST Approach*, in Proceedings of the International Conference "Supersymmetry and Quantum Field Theory", Kharkov, January 5-7, 1997; Editors: Akulov V.P., Wess J., Springer, 1998, p.p. 237-245.
5. Pashnev A., Tsulaia M., *Description of the higher Massless Irreducible Integer Spins in the BRST Approach*, Mod. Phys. Lett A., 1998, **13**, p.p. 1853-1863.
6. Pashnev A., Tsulaia M., *On a Different BRST Constructions for a given Lie Algebra*, Proceedings of the International Conference "Supersymmetry and Quantum Symmetries", Dubna, July 22-26, 1997; Препринт ОИЯИ Е2-98-303; hep-th/9810252.
7. Donets E.E., Tentyukov M.N., Tsulaia M.M., *Towards $N = 2$ SUSY Homogeneous Quantum Cosmology; Einstein — Yang — Mills systems*, Phys. Rev. D., 1999, **59**, 023515 (1-9).
8. Donets E.E., Tentyukov M.N., Tsulaia M.M., *Evolution of Non-linear Perturbations Inside Einstein — Yang — Mills Black Holes*, Phys. Rev. D., 1999, **59**, 064008 (1-13).

Рукопись поступила в издательский отдел
1 марта 1999 года.