

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-99-112

На правах рукописи
УДК 530.12; 531.51

П-142

ПАЛИЙ
Юрий Григорьевич

**КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФРИДМАНА
В ОБОБЩЕННОМ ГАМИЛЬТОНОВОМ ПОДХОДЕ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1999

Общая характеристика диссертации

Актуальность темы

Диссертация Ю.Г. Палия посвящена гамильтоновой формулировке и квантованию теоретико-полевой космологической модели Фридмана. Теория гравитации, основанная на функционале действия в форме Гильберта – Эйнштейна, обладает общекоординатной инвариантностью и, как следствие, требует анализа соответствующей вырожденной лагранжевой системы. Космологические модели благодаря высокой степени симметрии изучаемых пространств существенно проще общей ситуации в теории гравитации и это позволяет сконцентрироваться на изучении такой принципиальной проблемы как определение наблюдаемой энергии и времени. Именно ей посвящена настоящая диссертация. Модели Фридмана имеют самостоятельный интерес для описания Вселенной – ее нестационарности, объяснения реликтового излучения, исследования начальных стадий эволюции Вселенной, проблемы энергии вакуума. Основным теоретическим инструментом для изучения вырожденных систем является обобщенная гамильтонова динамика Дирака. Принцип общекоординатной инвариантности приписывает физический смысл только инвариантным величинам и вместе с тем требует присутствия в теории "лишних" степеней свободы, не проявляющихся в наблюдаемых эффектах. Поэтому основной задачей гамильтонова формализма ОТО является процедура редукции, состоящая в регулярном способе построения невырожденной теории (эквивалентной исходной) за счет исключения "лишних" переменных, не соответствующих физическим степеням свободы исходной системы.

Цели работы

- Сформулировать обобщенную гамильтонову систему для моделей

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук,
профессор
кандидат физико-математических наук

В.Н. ПЕРВУШИН
А.М. ХВЕДЕЛИДZE

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
доктор физико-математических наук,
профессор

В.В. НЕСТЕРЕНКО
В.П. ПАВЛОВ

Ведущая организация:

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

Защита диссертации состоится "9" ИЮНЯ 1999 г. на заседании диссертационного совета К 047.01.01 при Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

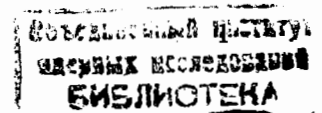
Автореферат разослан "___" _____ 1999 г.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физико-математических наук



А.Е. ДОРОХОВ



Фридмана с материей в виде скалярных и спинорных полей.

- Проверить согласованность уравнений, следующих из ограниченного симметрией фридмановской Вселенной вариационного принципа и уравнений Эйнштейна для рассматриваемых моделей.
- Осуществить гамильтонову редукцию для каждой из моделей.
- Определить гамильтониан в редуцированном фазовом пространстве и найти инвариантный параметр эволюции.
- Проанализировать результаты, полученные в гамильтоновой редукции, с точки зрения симметрий моделей Фридмана.
- Провести квантование модели в редуцированном фазовом пространстве, найти соотношение между наблюдаемыми Вселенной Фридмана (фридмановское время, постоянная Хаббла, красное смещение) и инвариантными переменными редуцированной модели. Сопоставить проведенное квантование с методом Уиллера – ДеВитта.

Научная новизна и практическая ценность

Разработанная схема гамильтоновой редукции позволяет в явном виде найти инвариантный (физический) сектор теории не внося в теорию зависимость от выбора калибровок. Это дает уверенность, что редуцированное фазовое пространство не искажено неудачными калибровками. Метод может быть использован для оценки допустимости последних. В полученных редуцированных космологических моделях Фридмана в отличие от известных в литературе определены инвариантные параметры эволюции и сохраняющиеся гамильтонианы для

различных видов полей материи. Показана их связь с симметриями пространства Фридмана – Робертсона – Уокера. Квантование возможно по стандартным правилам и свободно от недостатков, присущих методу Уиллера – ДеВитта. Разработанная схема гамильтоновой редукции может быть применена для самосогласованного расчета рождения частиц и тензора энергии-импульса материи во Вселенной Фридмана. Интересным представляется развитие схемы для рассмотрения гравитационных, калибровочных полей в общем случае, а также других систем со связями.

Апробация работы

Результаты диссертации представлялись на следующих конференциях и семинарах.

- III Международный семинар по гравитации и космологии им. Фридмана, Санкт-Петербург, июль 1995.
- IX конференция Российского Гравитационного Общества "Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации", Новгород, июнь 1996.
- IX Семинар "Гравитационные волны и энергия", Дубна, декабрь 1996.
- Семинары ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ, 1995-99.

Публикации

По результатам диссертации опубликовано шесть работ.

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и приложений. Список литературы содержит 73 наименования. Полный объем диссертации – 111 страниц машинописного текста.

Содержание работы

Во введении приведены проблемы классического и квантового описания вырожденных систем, сформулированы цели диссертации и кратко изложено ее содержание.

Первая глава является вводной. В ней даются основные понятия обобщенного формализма Дирака для систем со связями и обсуждаются основные методы редукции таких систем: Дирака, Фаддеева и бескалибровочной редукции. Сделан краткий обзор модификаций действия Гильберта, направленных на решение проблем, связанных с присутствием высших производных и начальными условиями. Рассмотрено необходимое для гамильтонизации $3+1$ разбиение пространства-времени и изложена схема Арновитта – Дезера – Мизнера. Приведены гравитационные связи и их алгебра. Изложены также основные моменты квантования гравитации методом Уиллера – ДеВитта наложением связей на вектор состояния.

Во второй главе проводится анализ формулировки моделей Фридмана на уровне действия Гильберта – Эйнштейна с полями материи. Высокая симметрия Вселенной Фридмана упрощает действие, но оно сохраняет наиболее важные в рассматриваемом контексте особенности: репараметризационную инвариантность и поверхностный член, который приводит к тому, что теория содержит высшие производные. При такой формулировке возникает ряд вопросов. Например, согласованность вариационного принципа и задачи Коши для уравнений движения, соответствие последних уравнениям, полученным подстановкой метрики непосредственно в уравнения Эйнштейна, возможность сравнения космологических наблюдаемых, полученных для полевых моделей Фридмана в гамильтоновой формулировке с результатами для моделей, где материя задается в виде идеальной жидкости с различными

уравнениями состояния. В первом пункте используя действие для идеальной жидкости показано, что степень масштабного фактора, стоящего при интеграле движения поля в гамильтоновой связи, определяет, какому уравнению состояния соответствует та или иная полевая модель. Во втором пункте непосредственным сравнением проверено, что уравнения, следующие из вариационного принципа для модели, являются линейной комбинацией уравнений Эйнштейна, в которые прямо подставляется метрика Фридмана.

Третья глава является центральной, в ней в рамках обобщенной гамильтоновой динамики Дирака построена схема бескалибровочной редукции моделей Фридмана, в которых в качестве материи используются скалярные и спинорные поля с различными типами взаимодействия с гравитацией и друг с другом. Проводится редукция моделей с минимально взаимодействующим и конформным скалярными полями, и находится решение полученных гамильтоновых уравнений. Схема основана на нахождении из уравнения Гамильтона – Якоби производящей функции канонических преобразований к переменным, в которых связи становятся новыми импульсами. После преобразования система гамильтоновых уравнений расщепляется на уравнения для переменных физического сектора, не содержащие произвольных функций, и уравнений для оставшихся нефизических переменных. В итоге редукции получены гамильтонианы для космологических моделей в терминах физических инвариантных переменных с инвариантным параметром эволюции. Устанавливается отношение между фридмановскими наблюдаемыми в расширяющейся Вселенной и дираковскими наблюдаемыми в обобщенном гамильтоновом подходе для фридмановской космологической модели Вселенной. Показано, что вариационная процедура получения уравнений Эйнштейна из действия Гильберта со вто-

рыми производными является самосогласованной при учете связей в ОТО. Действие Гильберта после гамильтоновой редукции приводит к корректной постановке задачи Коши для физических переменных. Действия для конформного поля и для минимально взаимодействующего связаны с помощью преобразования Бекенштейна. При таком преобразовании возникает поверхностный член, который может иметь значение при квантовании методом функционального интегрирования, когда важно найти не только экстремум функционала действия, но и значение действия в этом экстремуме. Полученные решения описывают самосогласованное поведение скалярного поля в нестационарной Вселенной и важны для физических приложений (инфляция, космологическая теория возмущений, механизм Хиггса). Результаты для поведения масштабного фактора совпадают с известными для модели с соответствующим уравнением вещества. Это косвенно свидетельствует о корректности проведенной редукции. Безмассовое минимально взаимодействующее скалярное поле соответствует предельно жесткому уравнению состояния вещества (скорость звука равна скорости света), безмассовое конформное скалярное поле соответствует радиации.

В четвертой главе рассматривается фридмановская Вселенная с однородными скалярным и спинорными полями. Спинорное поле описывается грасмановыми переменными и дополнительно к случаю со скалярным полем в теории возникают две связи второго рода. Они приводятся к канонической форме; после перехода к эквивалентному набору связей и канонического преобразования спинорные связи становятся парой сопряженных переменных. Как и в случае скалярного поля осуществляется каноническое преобразование, превращающее гравитационную часть гамильтоновой связи в новую импульсную переменную. Редуцированный гамильтониан сохраняется во времени. При

разрешении связи относительно гравитационного импульса временным параметром становится переменная, связанная каноническим преобразованием с масштабным фактором и пропорциональная конформному времени, аналогично случаю со скалярным полем. Определен параметр Хаббла, он соответствует случаю, когда Вселенная заполнена радиацией. В случае массивного спинорного поля временным параметром является время Фридмана, а параметр Хаббла соответствует "пыльной" Вселенной.

В пятой главе показана связь уравнения Уиллера – ДеВитта в расширенной системе и уравнения Шредингера в редуцированной системе. Основное различие состоит в том, что в результате гамильтоновой редукции определены временной параметр и отличный от нуля гамильтониан для переменных физического сектора. После канонического преобразования в методе бескалибровочной редукции вместо гравитационной части в уравнении Уиллера – ДеВитта входит оператор дифференцирования по временному параметру. Такое "превращение" переменной во время устраняет бесконечный калибровочный фактор из функционального интеграла Хартля – Хокинга. Задача квантования сведена к обычной квантово-механической задаче, соответствующая волновая функция нормируема относительно переменных физического сектора и описывает эволюцию Вселенной в отличие от волновой функции Уиллера – ДеВитта.

В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

В приложении А продемонстрирована схема гамильтоновой редукции на примере действия для релятивистской частицы в форме Полякова. В приложении В обобщенной гамильтонов формализм Дирака вводится для замкнутой Вселенной Фридмана без материи используя метод Остроградского. Вторая производная входит в действие благо-

даря наличию поверхностного члена по времени. Такой путь приводит к появлению связей второго рода, на поверхности этих связей теория эквивалентна той, которую можно получить без учета поверхностного члена. В приложении С построены конформно-плоские координаты и генераторы конформной группы для пространства Робертсона – Уокера. В приложении D исходя из конформной изометрии Вселенной Фридмана получен закон сохранения, соответствующий трансляции по конформному времени для модели с конформным скалярным полем. Сохраняющейся величиной является не зависящий от времени гамильтониан, совпадающий с найденным в методе гамильтоновой редукции.

На защиту вынесены следующие результаты

1. Разработана схема гамильтоновой редукции репараметризационно инвариантных механических систем, основанная на каноническом преобразовании с производящей функцией, являющейся решением уравнения Гамильтона – Якоби.
2. Получены редуцированные гамильтонианы для моделей фридмановской Вселенной с материальными источниками в виде однородных скалярных и спинорных полей.
3. Показано, что сохранение гамильтониана для конформной материи или масштабного фактора в конформном времени связано с конформной изометрией Вселенной Фридмана.
4. Найдено представление для параметра Хаббла и красного смещения в терминах дираковских наблюдаемых в обобщенном гамильтоновом подходе для полевых моделей Вселенной.
5. Показано, что эволюция квантовой Вселенной, описываемой в тер-

минах операторов дираковских наблюдаемых, совпадает с классической динамикой.

Публикации

1. S. Gogilidze, A. Khvedelidze, V. Papoyan, Yu. Palii, V. Pervushin, V. Smirichinskii, "Time-surface Term in Quantum Gravity", *Phys. Lett.* B365 (1996) 35.
2. V. Papoyan, Yu. Palii, V. Pervushin, "Friedmann Universe in the reduced phase space quantization scheme", *Астрофизика* 40, 1 (1997) 125.
3. S. Goglidze, A. Khvedelidze, Yu. Palii, V. Papoyan, V. Pervushin, "Dirac and Friedman Observables in Quantum Universe with Radiation", *Gravitation and Cosmology* 3, 1 (1997) 17.
4. V. Papoyan, Yu. Palii, V. Pervushin, "Status of the physical observables in Friedmann Universe in classical and quantum Hamiltonian formalism", *Астрофизика* 40, 2 (1997) 303.
5. A. Khvedelidze, Yu. Palii, V. Papoyan, V. Pervushin, "Description of Friedmann Observables in Quantum Universe", *Phys. Let.* B402 (1997) 263.
6. A. Khvedelidze, Yu. Palii, "Generalized Hamiltonian Dynamics of Friedmann Cosmology", *Препринт ОИЯИ Е2-99-72*, Дубна, 1999.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 апреля 1999 года.