ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-98-308

На правах рукописи
УДК 539.12.01

ПИРОЖЕНКО
Ирина Георгиевна

ЭНЕРГИЯ КАЗИМИРА В СТРУННЫХ И ПОЛЕВЫХ МОДЕЛЯХ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1998

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований

Научные руководители:

доктор физико-математических наук В.В. НЕСТЕРЕНКО

кандидат физико-математических наук А.Л. КОШКАРОВ

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук В.М. ДУБОВИК

кандидат физико-математических наук А.Ю. КАМЕНЩИК

Ведущая организация:

Научно-исследовательский институт физики

Санкт-Петербургского государственного университета

Защита диссертации состоится "____" ________1998 г. на заседании диссертационного совета К047.01.01 при Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

Автореферат разослан "___" ________1998 г.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Ученый секретарь

диссертационного совета

доктор физико-математических наук А.Е. ДОРОХОВ

Общая характеристика диссертации

Актуальность темы

Эффект Казимира привлекает внимание физиков уже в течение полувека. В настоящее время, говоря об этом эффекте, обычно имеют в виду круг физических явлений более широкий, чем предсказанное Казимиром в 1948 г. притяжение идеально проводящих пластин в вакууме. Под обобщенным эффектом Казимира понимают изменение вакуумной энергии (энергии нулевых колебаний) квантовополевой системы в результате наложения каких–либо внешних ограничений. Это может быть, например, ограничение объема квантования или отличие топологии рассматриваемого пространства от евклидовой.

Энергия нулевых колебаний квантовополевой системы, определяемая как вакуумное среднее оператора Гамильтона $E_0 \equiv< 0|\hat{H}|0 >$, задается расходящейся полусуммой собственных частот. Тем не менее, можно показать, что при конечном изменении граничных условий изменение вакуумной энергии также конечно.

Первое приложение идеи вакуумных колебаний в физике элементарных частиц связано с классической моделью электрона. Казимир предложил рассматривать электрон как сферу с равномерно распределенными по ней отрицательными зарядами, электростатическое отталкивание которых уравновешивается казимировой силой притяжения. Однако, в 1968 г. Т. Бойер показал, что сила Казимира стремится не сжать сферу, а, наоборот, расширить ее. После работы Бойера появилось много статей, в которых рассматривался эффект Казимира для квантовых полей с граничными условиями, заданными на поверхности сферы, параллелепипеда, двугранного угла, цилиндра и т.д. Исследовались случаи идеальных и полупрозрачных стенок, стенок с шероховатостями, нестационарные задачи, предполагающие перемещение границ. Эффект Казимира изучался и при отличной от нуля температуре. Несмотря на то, что в этой области исследований был получен целый ряд важных результатов, до сих пор не разработан универсальный метод расчета энергии Казимира (ЭК), применимый для произвольных граничных условий.

Величина и знак ЭК зависят от рассматриваемого поля и размерности пространства-времени. Кривизна пространства-времени или присутствие фонового поля также могут изменить спектр собственных частот и повлиять на ЭК.

Перечислим области теоретической физики, где исследование ЭК представляется особенно актуальным.

В квантовохромодинамической модели мешков, описывающей адроны, ЭК глюонных и кварковых полей внутри мешка должна учитываться при расчете адронных масс.

В космологии эффект Казимира существенен, когда топология рассматриваемой модели Вселенной отличается от топологии бесконечного евклидова пространства. При этом казимировский вклад в полный вакуумный тензор энергии–импульса квантованных полей, являясь источником гравитационного поля, в свою очередь оказывает влияние на метрику пространства–времени.

В полевых моделях типа Калуцы-Клейна учет эффекта Казимира необходим при рассмотрении механизма компактификации дополнительных пространственных измерений (размерной редукции).

В струнных теориях энергия Казимира тесно связана с критической размерностью пространства-времени и определяет квантовые поправки к линейно растущему потенциалу при струнном описании взаимодействия кварков в адронах.

При исследовании эффекта Казимира используются формализм функций Грина, метод тензора напряжения, формализм многократного рассеяния, техника дзета-функций, метод ядра уравнения теплопроводности, помодовое суммирование с помощью контурного интегрирования. Слабым местом всех перечисленных подходов является процедура выделения и последующего устранения расходимостей. Отсутствие универсального математически строгого рецепта для этих целей и четко сформулированных физических нормировочных условий приводит к тому, что результаты, полученные разными путями, могут не совпадать. Поэтому актуальной задачей является разработка последовательной однозначной процедуры устранения расходимостей при расчете ЭК.

Цели работы:

- расчет межкваркового потенциала в струнных моделях (струна с массами на концах, жесткая струна, модифицированная жесткая струна),
- разработка последовательной однозначной процедуры устранения расходимостей при расчете ЭК, которая определяет межкварковый потенциал в струнных моделях,
- развитие техники расчета ЭК при конечной температуре,
- разработка последовательной процедуры устранения расходимостей при расчете вакуумной энергии для некоторых полевых моделей с граничными условиями, заданными на поверхности D-мерной сферы ($D = 2, 3$),
- исследование роли эффекта Казимира в механизме сонолюминесценции.

Научная новизна и практическая ценность

В диссертации удалось развить простой с математической точки зрения метод устранения расходимостей при расчете ЭК, который основан на контурном интегрировании в комплексной плоскости собственных частот рассматриваемой квантовополевой модели. Эффективность этого метода продемонстрирована при расчете межкваркового потенциала в струнных моделях (струна Намбу-Гото с точечными массами на концах, струна с жесткостью при нулевой и конечной температуре, модифицированная жесткая струна). В модели жесткой струны, модифицированной членом Гаусса-Бонне в действии, впервые рассчитана ЭК и межкварковый потенциал.

Метод помодового суммирования также хорошо работает при расчете ЭК в некоторых полевых моделях, позволяя простым путем воспроизвести уже известные результаты (ЭК идеально проводящей сферы, скалярного поля с граничными условиями Дирихле на сфере) и получить новые (ЭК скалярного поля с граничными условиями Неймана на сфере, диэлектрического шара без учета и с учетом дисперсии). Кроме того, использование данного метода дает возможность ответить на актуальный в последние годы вопрос о связи механизма сонолюминесценции с эффектом Казимира.

Апробация работы

Результаты диссертации докладывались на семинарах в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ, на международном семинаре „Суперсимметрия и квантовые симметрии" (Дубна, Россия, 22 – 26 июля 1997 г.), на международных конференциях „Методы симметрии в физике" (Дубна, Россия, 28 июля – 2 августа 1997 г.) и „Проблемы квантовой теории поля " (Дубна, Россия, 13 – 18 июля 1998 г.), а также на IV-м рабочем совещании „Квантовая теория поля с учетом внешних

условий" (Лейпциг, Германия, 14 – 18 сентября 1998 г.).

Публикации

По результатам диссертации опубликовано шесть работ.

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложения. Список литературы содержит 103 наименования. Полный объем диссертации – 107 страниц машинописного текста, включая четыре таблицы и шесть рисунков.

Содержание работы

Во введении дано определение обобщенного эффекта Казимира, сделан обзор его основных приложений, сформулированы цели диссертации и кратко изложено ее содержание.

Первая и вторая главы посвящены изучению роли ЭК в расчете межкваркового потенциала в некоторых струнных моделях. **В первой главе** исследован потенциал, генерируемый струной Намбу-Гото с точечными массами на концах.

В первом параграфе, который носит вводный характер, рассмотрен вариационный метод расчета статического потенциала, генерируемого струной Намбу-Гото с неподвижными концами (бесконечно тяжелые неподвижные кварки на концах струны). Межкварковый потенциал определяется стандартным образом через соответствующий функциональный интеграл, который вычислен в пределе $D \to \infty$ (D – размерность пространства-времени).

Во втором параграфе исследуется потенциал, генерируемый струной, соединяющей кварки конечной массы. При вычислении функционального интеграла используется вариационный метод, который позволяет найти межкварковый потенциал в виде $1/D$-разложения. Получена система вариационных уравнений, определяющая стационарную точку эффективного действия струны в пространстве вариационных параметров σ_i, η_i, $(i = 0, 1)$.

В третьем параграфе эта система исследуется численно методом итераций. Межкварковый потенциал, который определяется ЭК в данной струнной модели, найден в первом порядке $1/D$-разложения. Показано, что для любых масс кварков и практически при любых расстояниях между ними хорошо работает нулевое приближение: в выражении для ЭК струны с массами на концах можно положить $\eta_0 = 1$ и $\sigma_0 = 0$. При этом потенциал определяется формулой

$$V(R) = M_0^2 R \sqrt{1 + \frac{2(D-2)}{M_0^2 R} E_C(m, R)},$$

где M_0^2 – натяжение струны, R – ее длина, D – размерность пространства-времени, $E_C(m, R)$ – ЭК. Анализ этой формулы показал, что массовые поправки дают существенный вклад в межкварковый потенциал.

<u>Вторая глава</u> посвящена разработке последовательной процедуры перенормировки при расчете струнного потенциала

В первом параграфе межкварковый потенциал в модели релятивистской струны с жесткостью получен в однопетлевом приближении

$$V(R) = M_0^2 R + (D-2)(E_C^{(1)} + E_C^{(2)}),$$

где $E_C^{(1)}$ и $E_C^{(2)}$ – ЭК, соответствующие двум модам колебаний жесткой струны. Для перенормировки этих энергий использован метод аналитического продолжения дзета-функций Римана $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$ и Эпштейна-Гурвица $\zeta_{EH}(s) = \sum_{n=1}^{\infty}(n^2 + a^2)^{-s}$. Для энергий $E_C^{(1)}$ и $E_C^{(2)}$ он дает следующие результаты:

$$E_C^{(1)} = -\frac{\pi}{24R}, \qquad E_C^{(2)} = -\frac{M_0}{2\pi\sqrt{\alpha}} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} K_1\left(\frac{2nM_0R}{\sqrt{\alpha}}\right).$$

Чтобы обосновать применение формального метода ζ-функции в данной задаче, во втором параграфе межкварковый потенциал, генерируемый жесткой струной, рассчитан с использованием стандартного рецепта перенормировок с регуляризацией и вычитанием. При этом расходящиеся полусуммы собственных частот, определяющие $E_C^{(1)}$ и $E_C^{(2)}$, представлены в виде контурных интегралов, а радиус контура интегрирования в комплексной плоскости частот служит параметром регуляризации. Исходная модель содержит два физических параметра: натяжение струны M_0^2 и безразмерную константу α, характеризующую жесткость струны. Показано, что в однопетлевом приближении перенормируется только натяжение струны M_0^2.

В параграфе 3 с помощью спектральных представлений для ЭК струны, которые естественно возникают в рамках развиваемого подхода, найдена свободная и внутренняя энергия жесткой струны при конечной температуре.

В параграфе 4 рассмотрена модификация модели жесткой струны путем введения топологического члена в ее действие. Получены линеаризованные уравнения движения, граничные условия и найдено частотное уравнение, определяющее спектр возбуждений струны. В этой задаче впервые рассчитана ЭК и межкварковый потенциал. Показано, что вклад топологического члена в струнный потенциал может быть существенным на расстояниях меньших или порядка размеров адрона.

<u>В главе 3</u> рассмотрена ЭК в полевых моделях с граничными условиями, заданными на сфере.

В первом параграфе развит простой метод устранения расходимостей при расчете вакуумной энергии для таких полевых моделей. Метод базируется на контурном интегрировании в комплексной плоскости собственных частот. Эффективность метода продемонстрирована расчетом ЭК для идеально проводящей сферы в трехмерном пространстве $(D = 3 + 1)$. В предлагаемом подходе не требуется вводить феноменологические обрезающие функции и удается обойтись практически без сложных численных расчетов.

В параграфе 2 получена ЭК скалярного безмассового поля, подчиняющегося граничным условиям Дирихле и Неймана на сфере. Устранение расходимостей в данной задаче интерпретируется как перенормировка не только энергии нулевых колебаний, но и радиуса сферы.

В третьем параграфе исследована энергия вакуумных колебаний электромагнитного поля в 2+1-мерном пространстве-времени для граничных условиях, заданных на окружности. ЭК представлена как сумма конечной и расходящейся частей. Расходящийся вклад задается рядом $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1}$. Обсуждается связь этой задачи с расчетом ЭК идеально проводящего цилиндра.

В главе 4 исследуется роль эффекта Казимира в механизме сонолюминесценции.

В параграфе 1 методом помодового суммирования с использованием контурного интегрирования рассчитана энергия Казимира материального шара, помещенного в бесконечную среду. Предполагается, что диэлектрическая и магнитная проницаемости шара и окружающей среды связаны условием $\varepsilon_1\mu_1 = \varepsilon_1\mu_2$.

В параграфе 2 рассмотрен случай немагнитного слабо поляризуемого шара $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 \ll 1$. Найдено, что ЭК в этом случае положительна и увеличивается с уменьшением радиуса шара. Такой результат полностью исключает возможность того, что эффект Казимира лежит в основе сонолюминесценции.

В параграфе 3 показано, что учет дисперсии в данной задаче не приводит к существенному изменению величины ЭК и ее знака. Этот эффект дает только дополнительный положительный множитель $f(a\omega_0)$ в конечном выражении (здесь ω_0 – плазменная частота, a – радиус шара,

$0 < f(a\omega_0) < 1$).

В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

В приложении А исследован контурный интеграл, определяющий ЭК жесткой струны.

На защиту выдвигаются следующие результаты

1. Исследовано влияние массовых поправок на межкварковый потенциал, генерируемый струной Намбу–Гото. Численно показано, что при расчете струнного потенциала вариационным методом для любых масс кварков и практически при любых расстояниях между ними хорошо работает нулевое приближение: в выражении для ЭК струны с массами на концах можно положить $\eta_0 = 1$ и $\sigma_0 = 0$.

2. Разработана последовательная однозначная процедура устранения расходимостей при расчете ЭК жесткой струны путем перенормировки параметров теории. Показано, что в однопетлевом приближении перенормируется только натяжение струны.

3. Дано обоснование формального метода ζ-функций в этой задаче.

4. Найдена свободная и внутренняя энергия жесткой струны при конечной температуре.

5. В модели жесткой струны, модифицированной членом Гаусса-Бонне в действии, получены линеаризованные уравнения движения, граничные условия и найдено частотное уравнение, определяющее спектр собственных возбуждений. В этой задаче впервые рассчитана ЭК и межкварковый потенциал. Показана важная роль топологического члена при расчете струнного потенциала.

6. Для полевых моделей с граничными условиями, заданными на сфере, развит метод устранения расходимостей в ЭК, базирующийся на контурном интегрировании в комплексной плоскости собственных частот рассматриваемой квантовополевой системы. Эффективность метода продемонстрирована расчетом ЭК для идеально проводящей сферы ($D = 3 + 1$) и для безмассового скалярного поля, подчиняющегося граничным условиям Дирихле и Неймана на сфере. Устранение расходимостей интерпретируется при этом как перенормировка не только энергии нулевых колебаний, но и радиуса сферы.

7. Исследована энергия вакуумных электромагнитных колебаниях в $2+1$-мерном пространстве–времени при граничных условиях заданных на окружности. В этом случае ЭК представима как сумма конечной и расходящейся частей. Расходящийся вклад задается рядом $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1}$. Невозможность полного устранения расходимостей в данной задаче связана с тем, что в точке $s = 1$ дзета–функция Римана имеет особенность (простой полюс).

8. Рассчитана ЭК материального шара при условии, что диэлектрическая и магнитная проницаемости шара и окружающей его бесконечной среды связаны условием $\varepsilon_1\mu_1 = \varepsilon_2\mu_2$. В случае немагнитного слабо поляризуемого шара $(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2/(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2 \ll 1$ ЭК определяется формулой $E \simeq 3(\sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon_2})^2/(256a)$, где a - радиус шара.

9. Найдена ЭК материального шара с учетом дисперсии диэлектрической проницаемости.

10. С помощью численных оценок показано, что эффект Казимира не может быть использован для объяснения механизма сонолюминесценции.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. V.V. Nesterenko and I.G. Pirozhenko, *On the calculation of the interquark potential generated by a string with massive ends*, Phys. Rev. **D55**, 6603 (1997).

2. V.V. Nesterenko and I.G. Pirozhenko, *Justification of the zeta function renormalization in rigid string model*, J. Math. Phys., **38**, 6265 (1997).

3. V.V. Nesterenko and I.G. Pirozhenko, *Simple method for calculating the Casimir energy for a sphere*, Phys. Rev. **D57**, 1284 (1998).

4. V.V. Nesterenko and I.G. Pirozhenko, *Is the Casimir effect relevant to sonoluminescence?*, Pis'ma v ZhETF, **67**, 420 (1998).

5. I. Brevik, V.V. Nesterenko, and I.G. Pirozhenko, *Direct mode summation for the Casimir energy of a solid ball*, JINR Preprint E2-97-307, Dubna (1997), hep-th/9710101, to be published in J. Phys. A: Math. Gen.

6. V.V. Nesterenko and I.G. Pirozhenko, *Open rigid string with Gauss Bonnet term in action*, JINR Preprint E2-98-171, Dubna (1998), hep-th/9806209, to be published in Mod. Phys. Lett. A.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 октября 1998 года.