ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 9709

ГЕРДТ
Владимир Петрович

ЛОКАЛЬНАЯ УНИФОРМИЗАЦИЯ АМПЛИТУДЫ УПРУГОГО АДРОН-АДРОННОГО РАССЕЯНИЯ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1976

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель
старший научный сотрудник
доктор физико-математических наук В.А.МЕЩЕРЯКОВ.

Официальные оппоненты:

старший научный сотрудник
доктор физико-математических наук О.А.ХРУСТАЛЕВ,

старший научный сотрудник
кандидат физико-математических наук В.А.ЦАРЕВ.

Ведущее научно-исследовательское учреждение – Институт математики СО АН СССР.

Автореферат разослан "   " __________ 1976 года.

Защита диссертации состоится "   " _________ 1976 года на заседании специализированного Ученого совета К-56 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований (Московская обл., г.Дубна).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук В.И.ЖУРАВЛЕВ

Отсутствие полной теории сильных взаимодействий делает особенно актуальным исследование основных свойств амплитуды рассеяния, таких,как аналитичность, унитарность и кроссинг-симметрия. Однако совместный анализ этих свойств наталкивается на серьезные математические трудности, главной причиной которых является нелинейный характер условия унитарности.

Поэтому представляется целесообразным изучить сначала модели, приближенно учитывающие основные свойства амплитуды рассеяния. К ним относятся различные низкоэнергетические приближения, в которых справедливо условие двухчастичной унитарности и можно ограничиться конечным числом парциальных волн[1]. Простейшей нетривиальной моделью такого рода является статическая модель Чу-Лоу[2]. Анализ этой модели показал[3], что наиболее адекватен совместному изучению аналитичности, унитарности и кроссинг-симметрии амплитуды рассеяния подход, основанный на рассмотрении ее римановой поверхности. В таком подходе основные свойства матричных элементов статической S -матрицы сводятся к следующим условиям:

$$\begin{aligned} &S_i(W) \text{ – мероморфные функции;} \\ &S_i^*(W) = S_i(W^*); \\ &S_i(W)\, S_i(1-W) = 1; \\ &S_i(-W) = \sum_j A_{ij} S_j(W); \end{aligned} \qquad \text{(I)}$$

где

$$W = \frac{1}{\pi} \arcsin \omega = \frac{1}{2} + \frac{i}{\pi} \ln\left(\omega + \sqrt{\omega^2 - 1}\right); \quad W + W^* = \pm 1, \; W \gtrless \pm 1, \qquad (2)$$

а ω – энергия рассеивающейся частицы(в ед.ее массы). Соотношения (I) дают свойства аналитичности, вещественности, унитарности и кроссинг-симметрии функций S_i в терминах переменной w. Последняя целиком определяет структуру римановой поверхности функций $S_i(\omega)$. Это означает, что функции $S_i(\omega)$ униформизуются[4] переменной w. Ясно, что использование униформизующей переменной существенно упрощает исследование многозначных аналитических функций.

Попытки обобщить низкоэнергетические динамические схемы на область высоких энергий сталкиваются с огромными трудностями (большое число парциальных волн, неупругие каналы и т.д.). Однако понятия, выработанные при анализе области низких энергий, в частности, гипотеза об униформизации амплитуды рассеяния, оказываются полезными при феноменологическом описании экспериментальных данных в области высоких энергий.

В настоящей диссертации идея униформизации амплитуды рассеяния совместно с условиями унитарности и кроссинг-симметрии применяется для исследования πN-рассеяния при низких энергиях и адрон-адронного рассеяния вперед при высоких энергиях. Это позволяет наиболее просто описать s-волновое πN-рассеяние на основе точных решений статической модели. В диссертации впервые дано доказательство существования решения уравнений Чу-Лоу, не опирающееся на величину константы связи. На основе гипотезы униформизации разработан локальный подход к феноменологическому анализу адрон-адронного рассеяния вперед, не предполагающий определенной энергетической зависимости амплитуды рассеяния.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и трех приложений.

Во введении резюмированы основные этапы развития подхода к исследованию сильных взаимодействий на основе принципов аналитичности, унитарности и кроссинг-симметрии.

В первой главе рассмотрены ограничения, накладываемые на парциальные волны πN-рассеяния условием кроссинг-симметрии. Ограничения формулируются в виде перекрестных правил сумм, вытекающих из равенств

$$\int\limits_{\Delta_\epsilon} ds\,du\;\phi^{(\pm)}(s,u)\,F^{(\mp)}(s,u)=0 \qquad (3)$$

после интегрирования по u. Здесь полиномы $\phi^{(\pm)}$ и амплитуды $F^{(\pm)}$ являются четными (+) и нечетными (–) функциями относительно $s\leftrightarrow u$ замены, а $s\leftrightarrow u$ симметричная область интегрирования Δ_ϵ является частью гиперболического сектора в мандельстамовской плоскости (ограниченного линиями $s+u=2M^2+2\mu^2$, $su=(M^2-\mu^2)^2$, M и μ – массы нуклона и π-мезона) и зависит от параметра ϵ. Наиболее простой вид перекрестных правил сумм получается в случае, когда амплитуды $F^{(\pm)}$ как функции θ_s (угол рассеяния в с.ц.м. s-канала) разлагаются в конечную сумму по полиномам Лежандра. Такие амплитуды строятся на основе t-канальных спиральных амплитуд, определенная $s\leftrightarrow u$ четность которых (при заданном изоспине) обусловлена двухбозонным (двухпионным) начальным состоянием.

В частном случае, когда область интегрирования Δ_ϵ совпадает со всем гиперболическим сектором, соотношения (3) дают правила сумм Басдевана, Коэн-Таннуджи и Мореля[5]. Последние, удобные для проверки свойств кроссинг-симметрии различных моделей, не применимы, однако, для нахождения ограничений на энергетическую зависимость парциальных амплитуд, поскольку содержат их под знаком интеграла. В § 2 показано, что введение параметра ϵ в область интегрирования Δ_ϵ делает соотношения (3) свободными от этого недостатка.

В третьем параграфе перекрестные правила сумм рассмотрены в статическом пределе ($M \to \infty$). Получен общий вид статических перекрестных соотношений для парциальных волн с учетом членов $\sim \frac{1}{M}$. Приводится явный вид этих соотношений для S- и P-волн.

Первая глава завершается (§ 4) исследованием вопроса о разложении парциальных волн по степеням q_s (импульс в с.ц.м. s-канала) в окрестности упругого порога u-канала. На основе перекрестных правил сумм вычислены первые члены этого разложения.

Вторая глава диссертации посвящена анализу s-волнового πN-рассеяния в рамках статической модели. В этом случае общее решение задачи (I) имеет вид[6]

$$
\begin{aligned}
S_1(w) &= \frac{[w+\beta(w)][w+\beta(w)-2]}{[w+\beta(w)]^2-1}\,\mathcal{D}(w) \\
S_3(w) &= \frac{w+\beta(w)}{w+\beta(w)-1}\,\mathcal{D}(w)
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

с мероморфными функциями $\mathcal{D}(w)$ и $\beta(w)$, удовлетворяющими условиям

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{D}(w)\,\mathcal{D}(1-w)=1\,,\quad \mathcal{D}(w)=\mathcal{D}(-w)\,,\quad \mathcal{D}^*(w)=\mathcal{D}(w^*) \\
&\beta(w)=\beta(w+1)\,,\quad \beta(w)=-\beta(-w)\,,\quad \beta^*(w)=\beta(w^*)\,.
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

Нижний индекс у функций $S(w)$ означает удвоенный полный изоспин. Для конкретизации вида функций $\mathcal{D}(w)$ и $\beta(w)$ необходимо привлечь информацию, не содержащуюся в статической модели.

В первом параграфе рассмотрены ограничения, накладываемые на эти функции пороговым поведением матричных элементов $S_i(w)$ и присутствием t-канальных особенностей, связанных с ρ- и σ-мезонами. Последние приводят к полюсам у функций $\mathcal{D}$ и β, расположенным на мнимой оси физического листа ω-плоскости.

В следующих двух параграфах анализируется содержащаяся в S-волнах информация о величине σ-члена. Последний содержится в кроссинг-четной амплитуде $M^{(+)}=A^{(+)}+\nu B^{(+)}$, $\nu=(s-u)/4M$ и определяется как $\sigma \equiv F_N(0)$. $F_N(t)$ есть матричный элемент σ-коммутатора – одновременного коммутатора дивергенции аксиального тока с его временной компонентой – между однонуклонными состояниями. Величина σ-члена, как известно[7], является важной характеристикой степени нарушения киральных симметрий.

В третьем параграфе получен следующий вид амплитуды $M^{(+)}$ в статическом пределе:

$$
M^{(+)}(\nu,t) = -\frac{F_N(t)}{3F_\pi^2}\left(1-\frac{2t}{\mu^2}\right)+\beta_1\nu^2, \qquad (6)
$$

справедливый для малых ν, F_π – константа распада π-мезона. Функция $\beta(w)$ как нечетная функция w может иметь при $w=0$ либо ноль, либо полюс. Выделение из амплитуды (6) с помощью дифференциальной техники[1] кроссинг-четной s-волны и сравнение ее с формулами (4) показывает, что функция $\beta(w)$ должна иметь в нуле полюс. В противном случае значение σ-члена $\sigma \approx 345$ МэВ недопустимо велико при современном представлении о степени нарушения киральных симметрий.

В четвертом параграфе получена параметризация функций $\beta(w)$ и $\mathcal{D}(w)$, хорошо описывающая с помощью формул (4) экспериментальные данные по S-фазам πN-рассеяния до энергий ≈ 300 МэВ. Величина σ-члена вычислена при двух различных предположениях о поведении амплитуды (6) как функции ν и t I) $\beta_1=0$; 2) $F_N(t)=Const \equiv \sigma$. В результате были получены следущие значения σ -члена: I) C =49 МэВ, $F_N'(0)=\frac{dF_N(t)}{dt}\Big|_{t=0}=0{,}028\ 1/\mu$ 2) C =68 МэВ, $\beta_1=-0{,}245\ 1/\mu$. Малость величины $F_N'(0)$ показывает, что выбранная параметризация функций $\mathcal{D}(\omega)$ и $\beta(\omega)$ приводит к плавному поведению функции $F_N(t)$ при малых t. Такое поведение функции $F_N(t)$ вводится как предположение в различные модели алгебры токов[7]. Полученные значения σ -члена и s -волновых длин рассеяния

$$a_1-a_3 = 0{,}247 \pm 0{,}024$$

$$a_1+2a_3 = -0{,}007 \pm 0{,}05$$

хорошо согласуются с расчетами, выполненными с помощью дисперсионных соотношений[8].

Третья глава содержит исследование задачи (I) для трехрядных матриц кроссинг-симметрии следующих двух видов:

$$A_{(Y\Lambda)}=\frac{1}{9}\begin{Vmatrix}1 & -8 & 16\\ -2 & 7 & 4\\ 4 & 4 & 1\end{Vmatrix}, \qquad A_{(1,1)}=\begin{Vmatrix}\frac{1}{3} & -1 & \frac{5}{3}\\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{5}{6}\\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6}\end{Vmatrix}.$$

Матрица $A_{(Y\Lambda)}$ соответствует p -волновому πN -рассеянию[2], в то время, как матрица $A_{(1,1)}$ описывает, например, s -волновое рассеяние двух изовекторных частиц.

В первом параграфе рассмотрена динамическая форма уравнений Чу-Лоу, т.е. система нелинейных разностных уравнений

$$S_i(\omega+1)=1\Big/\sum_j A_{ij}S_j(\omega), \tag{7}$$

вытекающих из условий (I). Уравнения (7) позволяют применить для их анализа понятия, выработанные в теории обыкновенных дифференциальных уравнений, такие, как точка покоя, инвариантная кривая и др.[9]. Среди точек покоя уравнений (7) наиболее важной является точка $S_i=1$. В эту точку, в соответствии с пороговым поведением функций $S_i(\omega)$,

$$S_i(\omega)=1+O\left((\omega-1/2)^{2\ell+1}\right) \tag{8}$$

как ℓ -волновых матричных элементов S -матрицы, должны входить физически интересные решения уравнений (7).

Окрестность точки покоя $S_i=1$ для уравнений Чу-Лоу $(A=A_{(Y\Lambda)})$ детально исследована в § 2. Исследование основано на использовании абелевой однопараметрической группы непрерывных преобразований, связанной с разностными уравнениями (7). Интегрированием групповых дифференциальных уравнений найден локальный вид инвариантных кривых.

В третьем параграфе на основе результатов § 2 получен локальный вид общего решения уравнений Чу-Лоу в окрестности точки $S_i=1$. Решение представлено сходящимися рядами

$$S_i(\omega)=\mathcal{D}(\omega)\left\{1+\sum_{j\geq 1}\frac{\alpha_{ij}[C(\omega)]}{[\omega+\beta(\omega)]^j}\right\}, \tag{9}$$

в которых функция $C(\omega)$ обладает свойствами

$$C(\omega+1)=-C(\omega), \quad C(\omega)=C(-\omega), \quad C^*(\omega)=C(\omega^*);$$

коэффициенты $\alpha_{ij}(C)$ суть полиномы по C, а функции $\mathcal{D}(\omega)$ и $\beta(\omega)$ удовлетворяют условиям (5). Таким образом, общее решение уравнений Чу-Лоу зависит от трех произвольных функций, в соответствии с произволом, допускаемым уравнениями (7) как системой трех разностных уравнений первого порядка. Пороговое условие (8) накладывает следующие ограничения на функции $\mathcal{D}(\omega)$ и $\beta(\omega)$:

$$\mathcal{D}(\omega)=1+O\left((\omega-1/2)^3\right); \quad \beta(\omega)=\frac{\beta_0(\omega)}{(\omega-1/2)^3}, \quad \beta_0(1/2)\neq 0.$$

Показано, что общее решение (9) содержит решение, обладающее борновским полюсом. При этом зависимость от величины константы связи сводится к фиксированию значений функции $C(w)$ в точках $w=0,\pm1,\pm2\ldots$.

В заключительном, четвертом параграфе данной главы анализируются точки покоя уравнений (7) для матрицы кроссинг-симметрии $A_{(1,1)}$. Показано, что точка покоя $S_i=1$ имеет структуру, аналогичную структуре этой точки для матрицы $A_{(4\lambda)}$. Однако, в отличие от уравнений Чу-Лоу, здесь не существует решения с борновским полюсом и правильным пороговым поведением. На примере матрицы $A_{(1,1)}$ выяснена также структура других точек покоя.

В четвертой главе диссертации рассмотрено феноменологическое описание адрон-адронного рассеяния вперед при высоких энергиях на основе гипотезы униформизации.

В первом параграфе дан качественный анализ римановой поверхности амплитуды рассеяния. При высоких энергиях влиянием отдельных неупругих порогов в первом приближении разумно пренебречь. В то же время благодаря неупругим порогам риманова поверхность амплитуды рассеяния должна быть бесконечно-листной за счет точки ветвления на бесконечности. Это обстоятельство учитывается гипотезой об униформизации амплитуды рассеяния вперед переменной $w(\nu)$, где функция w дается формулой (2), а $\nu=(s-u)/4m$. Функция $w(\nu)$ имеет алгебраические точки ветвления первого порядка на порогах прямой и перекрестной реакций и логарифмическую точку ветвления на бесконечности. Примечательно, что дисперсионные соотношения в локальной форме[10] являются формальным следствием условий кроссинг-симметрии и вещественности амплитуды рассеяния как функции переменной w. Эти условия для кроссинг-четной F_+ и кроссинг-нечетной F_- комбинаций амплитуд F, взятых

в нормировке $\mathrm{Im}\,F=\sigma_{tot}$, имеют вид

$$F_\pm(-w)=\pm F_\pm(w)\,,\quad F_\pm^*(w)=-F_\pm(w^*)\,. \tag{10}$$

Как следствие гипотезы униформизации и соотношений (10), в § 2 получено следующее выражение для амплитуд $F_\pm$:

$$F_\pm(w)=2i\,\mathcal{V}_\pm\left(\frac{w+w_0^*}{2},\ \frac{w-w_0^*}{2i}\right)+F_\pm^*(w_0)\,, \tag{11}$$

где $w_0=iy_0$ есть положение центра круга некоторого радиуса R. Функции $\mathcal{V}_\pm(x,y)$ являются рядами

$$\mathcal{V}_+(x,y)=\sum_{n\geq1}\frac{(-1)^{n+1}x^{2n-2}}{(2n-2)!}\sum_{m\geq2n-1}\frac{(m-1)!}{(m-2n+1)!}a_m(y-y_0)^{m-2n+1}$$

$$\mathcal{V}_-(x,y)=\sum_{n\geq1}\frac{(-1)^{n+1}x^{2n-1}}{(2n-1)!}\sum_{m\geq2n-1}\frac{(m-1)!}{(m-2n+1)!}b_m(y-y_0)^{m-2n+1}, \tag{12}$$

сходящимися в указанном круге, причем $\mathcal{V}_\pm(x,y)=\mathrm{Im}\,F_\pm(w)$, где $w=x+iy$.

С помощью формул (11)-(12) анализируются (§ 3) экспериментальные данные по полному сечению σ_{tot} и величине $\alpha=\mathrm{Re}F/\mathrm{Im}F$ для процессов $pp,\bar{p}p$ (рис.1), $\pi^\pm p$- и $K^\pm p$—рассеяния, а также дифференциальному сечению процесса перезарядки $\pi^- p\to\pi^0 n$ при $t=0$. При этом те значения параметров a_m и b_m в формулах (12), которые плохо (с большими ошибками) определяются из подгонки, положены равными нулю. В результате получено хорошее описание экспериментальных данных в области энергий $\nu\geq10$ ГэВ. Даваемое формулами (11)-(12) поведение величины α и, в частности, положение ее нулей согласуется с расчетами, выполненными на основе дисперсионных соотношений[11]. На примере πN -рассеяния показано, что полученная параметризация амплитуды рассеяния вперед соответствует низкоэнергетическим данным в смысле дисперсионных правил сумм.

Примечательной особенностью формул (II)-(I2) является то, что они не содержат каких-либо априорных предположений об энергетической зависимости полного сечения. Другой особенностью этих формул является их локальный, а не асимптотический характер, связанный с конечным радиусом круга сходимости для рядов (I2). Оценки, сделанные в четвертом параграфе, показывают, что, если для нижней границы применимости полученных формул принять $\nu \sim 10$ ГэВ, то верхняя граница будет $\sim 10^3$ ГэВ. При этом $R \sim 1$.

В Приложении А приведены наиболее простые комбинации парциальных волн πN -рассеяния, входящие в перекрестные правила сумм, которые вытекают из равенств (3).

В Приложении В доказываются свойства групповых дифференциальных уравнений (гл.3, § 2), вытекающие из условия кроссинг-симметрии.

В Приложении С дано доказательство сходимости рядов в выражении (9) для общего решения уравнений Чу-Лоу.

Основные результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на семинарах в Лаборатории теоретической физики и Лаборатории высоких энергий ОИЯИ, Совещании по сильным взаимодействиям при низких энергиях(Иркутск,22-26 июля 1974 г.) и опубликованы в следующих работах:

В.П.Гердт, В.А.Мещеряков. ОИЯИ, Р2-7222, Дубна (1973).
В.П.Гердт, В.И.Журавлев, В.А.Мещеряков. ЯФ, 20, 756 (1974);
ОИЯИ, Р2-7600, Дубна (1973).
В.П.Гердт, В.А.Мещеряков. ТМФ, 24,155 (1975);
ОИЯИ, Р2-8287, Дубна (1974).
В.П.Гердт, В.А.Мещеряков, ОИЯИ, Р2-7976, Дубна (1974).
V.P.Gerdt,V.I.Inozemtsev,V.A.Meshcheryakov, Lett.Nuov.Cim.,15, 321 (1976); ОИЯИ, Р2-8966, Дубна (1975).

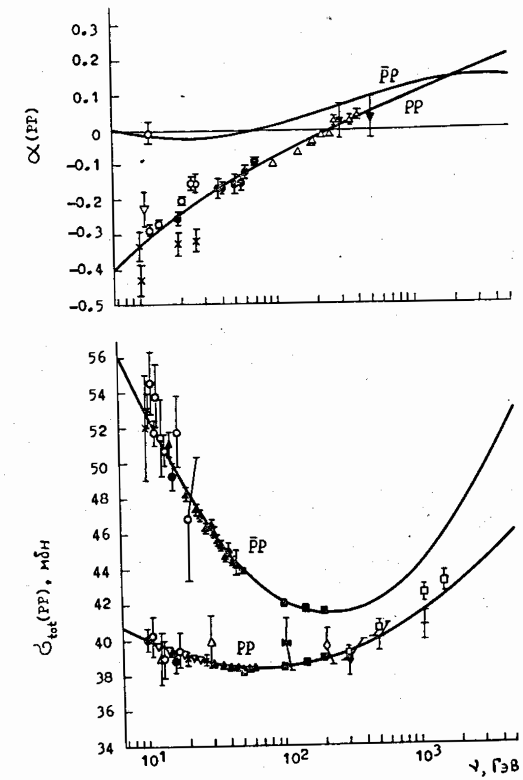

Рис. I. Полные сечения σ_{tot} и отношение α реальной части амплитуды рассеяния вперед к ее мнимой части для процессов pp- и $\bar{p}p$- рассеяния.

Литература

1. Д.В.Ширков, В.В.Серебряков, В.А.Мещеряков. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. Наука, М., (1967).
2. G.F.Chew, F.E.Low. Phys.Rev., 101, 1570 (1956).
3. В.И.Журавлев, В.А.Мещеряков. ЭЧАЯ, 5, вып. I (1974).
4. Р.Неванлинна. Униформизация, ИЛ, М.-Л. (1955).
5. J.C.Basdevant, G.Cohen-Tannoudji, A.Morel. Nuov.Cim.,64A,585 (1969).
6. G.Wanders. Nuov.Cim., 23, 816 (1962).
7. E.Reya. Rev.Mod.Phys., 46, 545 (1974).
8. D.V.Bugg et al. Phys.Lett., 44B, 278 (1973).
9. В.А.Мещеряков. ОИЯИ, Р2-5906, Дубна (1971); ОИЯИ, Р2-7047, Дубна (1973).
10. J.B.Bronzan, G.G.Kane, U.P.Sukhame. Phys.Lett., 49B, 272(1974).
11. R.E.Hendrick, B.Lautrup. Phys.Rev., D11, 529 (1975).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 апреля 1976 года.