ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 9661

КОЛЕРОВ Генрих Иванович

НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛИ В НЕЛОКАЛЬНОЙ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Специальность 01-04-02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1976

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
член-корреспондент АН СССР Д.И.Блохинцев.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
профессор Д.А.Киржниц,

доктор физико-математических наук
профессор В.Г.Кадышевский.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Математический институт им. В.А.Стеклова АН СССР.

Автореферат разослан " " ______________ 1976 года.
Защита диссертации состоится " " ________ 1976 г.
на заседании специализированного Ученого совета К-56 Лаборатории теоретической физики ОИЯИ /Дубна, Московская область/.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета *В.И.Журавлев.*

Изучение формальных аспектов теории рассеяния независимо от динамических характеристик конкретных процессов имеет давнюю историю. Для квантово-механических систем оказалось удобным описывать процесс рассеяния с помощью S-матрицы. Структура этой матрицы определяется различными формальными условиями, которые выводятся из общих физических требований. В работах Гейзенберга/1/ в качестве таковых были выдвинуты: лоренц-инвариантность и унитарность матрицы рассеяния. Оказалось, что даже эти условия дают много информации о структуре S-матрицы. Однако при попытке более детального исследования процессов рассеяния оказалось необходимым рассматривать матрицу рассеяния не только для вещественных переменных, но и изучать ее аналитические свойства. Дело в том, что Гейзенберг рассматривал матричные элементы S-матрицы, отвечающие переходам между физическими состояниями, т.е. тогда, когда сохраняются полные энергия и импульс, а квадраты 4-импульсов равны соответствующим массам /т.е. на массовой поверхности/. Но для изучения аналитических свойств требуется выход за поверхность масс. В связи с этим возникает вопрос о возможности и однозначности такого выхода. Этот вопрос в некоторой степени решается еще одним физическим требованием - причинности.

Обычно квантово-механическая формулировка принципа причинности состоит в том, что требуется, чтобы волны не распространялись со скоростью, большей скорости света. Это эквивалентно тому, что измерения двух наблюдаемых величин не должны интерферировать, если точки разделены пространственно-подобным интервалом, т.е. для оператора поля $\phi(x)$ в гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$ имеет место соотношение/2/:

$$[\phi(x)\phi(x')] = 0, \qquad \text{при} \quad (x-x')^2 < 0. \qquad /1/$$

/условие локальной коммутативности/.

Для описания физических явлений полевая теория должна содержать понятие: "наблюдаемые частицы". Поэтому на поле налагают асимптотические условия, т.е. требование, чтобы теория допускала интерпретацию в терминах асимптотических наблюдаемых, соответствующих частицам с определенной массой. Математически оно выражается в требовании существования пределов[2]:

$$\lim_{t\to\pm\infty} (\Phi\phi^f(t)\Psi) = (\Phi\phi^f_{\substack{in\\out}}\Psi), \qquad /2/$$

где

$$\Phi, \Psi \in \mathcal{H},$$

$$\phi^f(t) = i\int\{\phi(x)\frac{\partial \bar{f}(x)}{\partial x_0} - \frac{\partial\bar{\phi}(x)}{\partial x_0}f(x)\}d^3x, \qquad /3/$$

$f(x)$ - любое нормированное решение уравнения Клейна-Гордона с массой m. Асимптотические поля $\hat{\phi}_{in}(x)$ и $\hat{\phi}_{out}(x)$ должны удовлетворять дифференциальным уравнениям и перестановочным соотношениям теории свободного поля. Все эти условия определяют существование унитарного оператора S такого, что

$$\hat{\phi}_{out}(x) = S^{-1}\hat{\phi}_{in}(x)S. \qquad /4/$$

Этот оператор $\hat{S}$ и есть матрица рассеяния. Из условия унитарности следует, что

$$\hat{S} = \exp\{i\hat{\eta}\}, \qquad /5/$$

где $\hat{\eta}$ - эрмитов оператор фазы. Если пространство асимптотических полей полно, то $\hat{\eta}$ можно представить как виковское разложение по этим полям:

$$\hat{\eta} = \sum_n^{\infty} \frac{1}{n!}\int d^4x_1\ldots d^4x_n\, h_n(x_1\ldots x_n):\phi_{in}(x_1)\ldots\phi_{in}(x_n): \quad /6/$$

Преобразование Фурье от этого выражения будет:

$$\hat{\eta} = \sum\frac{1}{n!}\int d^4k_1\ldots\int d^4k_n\tilde{h}_n(k_1\ldots k_n)\times$$
$$\times\,\delta(p_1^2-m^2)\ldots\delta(k_n^2-m^2):\tilde{\phi}_{in}(k_1)\ldots\tilde{\phi}_{in}(k_n): \qquad /7/$$

Из формулы /7/ видно, что входящие в определение матрицы рассеяния функции $\tilde{h}_n(k_1\ldots k_n)$ определены только на массовой поверхности, а вне ее могут быть выбраны произвольно, т.е. задание матрицы рассеяния не определяет $h_n(x_1,\ldots x_n)$ однозначным образом. Если как-либо экстраполировать $\tilde{h}_n(k_1\ldots k_n)$ за массовую поверхность, то можно формально ввести понятие тока $j(x)$ через функциональную производную

$$j(x) = i\frac{\delta S}{\delta\phi_{in}(x)}S^{-1}. \qquad /8/$$

и определить интерполирующее поле

$$\phi(x) = \phi_{in}(x) + \int\Delta_R(x-x')j(x')d\,x', \qquad /9/$$

$$j(x) = (\Box - m^2)\phi(x).$$

Если $\tilde{h}_n(k_1\ldots k_n)$ конечны и непрерывны вблизи $k_i^2 = m^2$, то условие /2/ будет выполняться. В связи с неоднозначностью экстраполяции $\tilde{h}_n(k_1\ldots k_n)$ за массовую поверхность, существует много полей, соответствующих данной $\hat{S}$-матрице и удовлетворяющих слабому асимптотическому условию /2/, следовательно,

$$S \to \phi(x) \quad \text{неоднозначно.} \qquad /10/$$

Однако, если на поле $\phi(x)$ наложить условие локальной коммутативности /1/, то соответствие /10/ становится однозначным[3]. Другими словами, условие /1/ есть *достаточное* условие для существования интерполирующего поля, но *не необходимое*. Более того, существуют нелокальные поля, соответствующие данной матрице рассеяния и удовлетворяющие условию /2/. Естественно, возникает вопрос о классе полей $\phi(x)$, соответствующих данной S-матрице и удовлетворяющих ослабленному условию причинности /нелокальные поля/.

В теории элементарных частиц существует достаточно много таких теорий, в которых условие причинности сформулировано не каноническим способом. Среди них значительное место отводится так называемым теориям "нелокализуемых полей", т.е. таких полей (ϕ_ν), которые нельзя точно определить в данной точке (x_μ) и которые поэтому уже не являются функциями точки.

К этому классу относятся: модели Маркова/4/, Юкавы/5/ и, в определенной степени, - квантовая теория поля в импульсном пространстве постоянной кривизны, сформулированная в работах В.Г.Кадышевского, М.Д.Матеева, А.Д.Донкова, Р.М.Мир-Касимова/6/.

Ко второму классу относятся такие теории, в которых свободные поля являются обычными локальными операторами, а нелокальность вводится во взаимодействие в виде различных формфакторов. Одними из первых такие теории рассмотрели Г.В.Ватагин/7/, Д.И.Блохинцев/8/. Впоследствии этот подход получил дальнейшее значительное развитие в ряде работ Д.А.Киржница/9/, А.Н.Лезнова/10/, Г.В.Ефимова/11/.

В настоящей диссертации также изложена теория, относящаяся ко второму типу.

По нашему мнению, это направление имеет еще и то преимущество, что подобная теория может быть построена без введения понятия взаимодействующего поля.

Интерес к изучению нелокальных теорий особенно проявился после того, как были обнаружены трудности локальной квантовой теории, связанные с наличием ультрафиолетовых расходимостей. Нелокальные теории в некоторой степени дают возможность устранить эту трудность путем введения формфакторов в матричные элементы ряда теории возмущений для S-матрицы, соответствующей локальной теории. При этом необходимо, чтобы не нарушались другие принципы теории: унитарность, релятивистская инвариантность и т.д. Именно эти проблемы и рассмотрены в настоящей диссертации.

Диссертация состоит из семи глав.

В первой главе изложены основные принципы квантовой теории поля, их взаимосвязи и дан экскурс в историю вопроса.

Так как условие /1/ связано с принципом квантования и даже в случае свободного локального поля вытекает из него/12/, то во *второй главе* диссертации дан некоторый анализ понятия "квантования" и его обобщение на нелокальные поля.

При этом в основу положена идея А.А.Кириллова/13/ и Б.Константа/14/ о том, что квантование связано с введением линейной связности в некотором расслоении $\mathfrak{L}$ над симплектическим многообразием M с дифференциальной 2-формой $d\sigma$ и слоем C /комплексная плоскость/:

$$\begin{array}{ccc} C & \rightarrow & \mathfrak{L} \\ & & \downarrow \pi \\ & & M \end{array} \qquad /11/$$

Такой подход к квантованию дает возможность рассматривать физические системы, фазовое пространство которых M не предполагает специального разделения локальных координат на "пространственные" и "импульсные".

В инфинитезимальной форме полученное автором условие квантования для некоторой величины $\hat{A}(\xi)$, характеризующей физическую систему, имеет вид:

$$[\hat{A}(\xi_1)\hat{A}(\xi_2)] = \omega(\xi_1,\xi_2). \qquad /12/$$

Здесь ξ_i - вектор на M, $\omega(\xi_1,\xi_2)$ - форма кривизны связности в расслоении, которая в случае обычного фазового пространства, с точностью до константы, совпадает с классической скобкой Пуассона. Введение связности в расслоении $\mathfrak{L}$ позволяет сформулировать условие квантования в форме континуального интеграла, заданного на многообразии всех путей $\Omega_{qq'}$, соединяющих две данные точки q и q'. При этом многообразие $\Omega_{qq'}$ может быть аппроксимировано множеством ломаных геодезических, соединяющих те же точки/15/. В диссертации показано, что в этом случае вдоль любой геодезической в расслоении на расстоянии $\ell = \frac{\hbar}{\Delta p}$ содержится фокальная точка. Этот результат является новым. Вследствие того, что такие точки могут быть соединены несколькими геодезическими, значение континуального интеграла не является однозначным, а зависит от дополнительных условий.

В заключении главы, на основе изложенного формализма, в качестве примера выведены перестановочные соотношения для свободного скалярного поля $\phi(x)$.

Обобщение понятия внешней производной d на континуальный случай позволило впервые записать условие локальной коммутативности в несколько иной форме:

$$d(\delta j) = 0, \quad \text{для} \quad (x - x')^2 < 0, \qquad /13/$$

где

$$\delta j = \int d^4x\, j(x)\,\delta\phi(x).$$

В *третьей главе* впервые дана формулировка условия макропричинности в терминах волновых пакетов /16/. При этом основная идея состоит в следующем. В силу того, что граница волнового пакета не может быть определена точнее, чем комптоновская длина, в пределах $1/m$ условие микропричинности может нарушаться, и этот факт не может быть обнаружен прямым измерением. Если предположить, что центры волновых пакетов описывают классические траектории, то условие макропричинности означает, что расходящаяся волна $\Phi_{out} = 0$, пока один из волновых пакетов не попадет в световой конус будущего другого. В случае рассеяния двух частиц выражение для расходящейся волны имеет вид:

$$\Phi_{out}(x_4, x_3) = \Phi_{in}(x_4, x_3) - - i\int d^4x_2\, d^4x_1 \langle 0| \frac{\delta^4 S}{\delta\phi(x_1)\ldots\delta\phi(x_4)} S^+ |0\rangle f_\beta(x_2) f_\alpha(x_1). \qquad /14/$$

Беря функциональные производные от $\Phi_{out}(x_4, x_3)$ по волновым пакетам, получим условие макропричинности:

$$\frac{\delta^2 \Phi_{out}(x_4, x_3)}{\delta f_\beta(x_2)\,\delta f_\alpha(x_1)} \sim \exp\{-m|s|\}, \qquad /15/$$

где s - интервал вне области $\mathfrak{M}(x_1, x_2, x_3, x_4)$, определяемой соотношениями:

$$(x_2 - x_1)^2 > 0,$$

$$(x_i - x_2)^2 > 0, \quad (x_i - x_1) > 0,$$

$$t_i > t_2, \qquad t_i > t_1, \qquad (i = 3,4).$$

Принцип причинности в этой форме нарушает условие микропричинности Н.Н.Боголюбова /17/, т.е.

$$\frac{\delta}{\delta\phi(x_2)}\left(\frac{\delta S}{\delta\phi(x_1)} S^+\right) \neq 0, \text{ для } \quad x_2 \lesssim x_1. \qquad /16/$$

Так как при формулировании условия макропричинности мы пользуемся понятием близости между точками пространства-времени, то для этого необходимо ввести понятие расстояния между ними, т.е. метрику.

Эта метрика определяется с помощью положительно определенной лоренц-инвариантной, квадратичной формы:

$$R^2(x) = 2(xn)^2 - x^2 \geq 0, \qquad /17/$$

где n - некоторый единичный времениподобный вектор /18/.

В *четвертой главе* диссертации рассмотрены примеры нелокальных моделей, удовлетворяющих условию причинности в форме /15/.

В качестве первого примера /19/ рассмотрен матричный элемент S-матрицы /во втором порядке теории возмущений/, соответствующей взаимодействию:

$$w = g{:}\phi{:} \qquad /18/$$

Акаузальный матричный элемент строится путем замены в нем обычной причинной функции $D^c(x)$ на акаузальную:

$$D^c_a(x) = \int D^c(x-\xi)\rho(\xi,n)d^4\xi, \qquad /19/$$

где $\rho(\xi, n)$ - формфактор, быстро убывающий вне эллипсоида:

$$2(xn)^2 - x^2 = a^2. \qquad /20/$$

Далее рассмотрены различные виды формфакторов $\rho(\xi,n)$ и те ограничения на него, которые накладываются другими постулатами квантовой теории.

Рассмотрена также модель, когда условие причинности нарушается в вершине светового конуса. В этом случае роль обычных запаздывающих и опережающих амплитуд $F^{\substack{ret\\adv}}(x)$ играют функции:

$$\Phi^{\substack{ret\\adv}}(x) = F^{\substack{ret\\adv}}(x) + \phi^{\pm}(x,n), \qquad /21/$$

где $\phi^{\pm}(x,n)$ удовлетворяет условию причинности в форме:

$$\phi^{\pm}(x,n) \to 0, \quad \text{при} \quad R^2 = [2(xn)^2 - x^2] \to \infty. \qquad /22/$$

Дано интегральное представление $\tilde{\phi}(Q)$, удовлетворяющее условию спектральности [20]

$$\tilde{\phi}(Q) = \int\limits_{2m_1-a}^{\infty} d\xi \frac{1}{\pi i} \mathcal{P} \int\limits_{0}^{R_0^+(\xi)} \frac{f^{(+)}(z,\xi)\,dz^2}{z^2 - [(Q_0-\xi)^2 + \vec{Q}^2]} -$$

$$- \int\limits_{-\infty}^{2m_2-a} d\xi \frac{1}{\pi i} \mathcal{P} \int\limits_{0}^{R_0^-(\xi)} \frac{f^{(-)}(z,\xi)\,dz^2}{z^2 - [(Q_0-\xi)^2 + \vec{Q}^2]} \qquad /23/$$

/ $\tilde{\phi}(Q)$ - фурье-образ $[\phi^+(x,n) - \phi^-(x,n)]$ /.

В *пятой главе* диссертации дан вывод дисперсионных соотношений, основанный на методе Н.Н.Боголюбова, Б.В.Медведева, М.К.Поливанова [21] для πN-рассеяния. При этом нарушение условия причинности связано с введением формфактора [20]:

$$\tilde{\rho}(\omega) = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \omega^2}, \qquad /24/$$

где $\Omega = \frac{1}{a}$, a - фундаментальная длина, и приводит к появлению полюсов первого порядка на мнимой оси в точках $\Omega = \frac{\pm 1}{a}$. Дисперсионные соотношения в такой форме рассмотрены впервые.

Полученные дисперсионные соотношения отличаются от обычных дополнительными членами вида:

$$\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\Omega^2 + \omega_0^2}\,\tilde{\rho}(\omega)N(i\Omega),$$

$$\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\Omega^2 + \omega_0^2}\,\tilde{\rho}(\omega)\frac{\omega}{\Omega}N(i\Omega), \qquad /25/$$

где N - обычная амплитуда рассеяния, обладающая обычными аналитическими свойствами.

Учитывая эти члены, из сравнения с экспериментом можно сделать оценку верхней границы фундаментальной длины: $a \sim 0{,}85 \cdot 10^{-13}$ *см.*

В *шестой главе* диссертации обсуждается вопрос о выборе вектора n. Сложность этого вопроса заключается в том, что если рассматривать эксперименты, в которых одна из частиц постепенно удаляется на большое расстояние, то ее взаимодействие с остальными постепенно уменьшается и в конце концов становится равным нулю. Этот факт необходимо учитывать при выборе вектора n, связанного в наших моделях с импульсами частиц p_i. Эта проблема решается тем, что n определяется отдельно для каждой "связной части" в разложении S-матрицы на отдельные компоненты.

В *седьмой главе* диссертации рассматривается проблема: как сохранить условие унитарности в нелокальных моделях. Предложена некоторая формальная, а точнее, алгебраическая схема, впервые рассмотренная в работе /22/ для простейших случаев теории возмущений. В основе этой схемы лежит возможность выразить мнимую часть амплитуды A_n через действительную D_n с помощью рекуррентных соотношений /22/, при этом необходимо постулировать выполнение тождества

$$A_n = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{\infty} T_{n-s} T_s^+ , \qquad /26/$$

где $T_n = (D_n + iA_n)$ – n-ый член в разложении амплитуды. В такой схеме нелокальную теорию можно построить, вводя формфактор лишь в действительную часть амплитуды рассеяния.

Основные результаты, изложенные в диссертации, опубликованы в работах /16,18,19,20,22/.

Литература

1. *W.Heisenberg. Zs.Phys., 120, 513, 673 /1943/.*
2. *С.Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. Москва, 1963.*
3. *W.Zimmermann. Nuovo Cim., 10, 567 /1958/.*
4. *М.А.Марков. ЖЭТФ, 10,311 /1940/.*
5. *H.Yukawa. Phys.Rev., 77, 219 /1950/.*
6. *A.D.Donkov, V.G.Kadyshewsky, M.D.Mateev, R.M.Mir-Kasimov. JINR, E2-7936, Dubna, 1974.*
7. *G.Watagin. Zs. f.Phys., 88, 92 /1934/.*
8. *Д.И.Блохинцев. Вестник МГУ /физика/, 1946.*
9. *А.Д.Киржниц. УФН, 90, 129 /1966/.*
10. *А.Д.Киржниц, А.Н.Лезнов. ЖЭТФ, 48, 622 /1965/.*
11. *Г.В.Ефимов. Нелокальная квантовая теория скалярного поля. Препринт ИТФ 68-52, 68-54 /1968/.*
12. *И.Сигал. Математические проблемы релятивистской физики. ИЛ, Москва, 1958.*
13. *А.А.Кириллов. Элементы теории представлений. Наука, М., 1972.*
14. *Б.Костант. Квантование и унитарные представления, УМН, т. 28, №1 /1973/.*
15. *Д.Мильнор. Теория Морса, М., 1965.*

16. *D.I.Blokhintsev, G.I.Kolerov. Nuovo Cim., 44, 974 /1966/.*
17. *Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Наука, М., 1973.*
18. *Д.И.Блохинцев, Г.И.Колеров. XII Международная конференция по физике высоких энергий. Дубна, 1964. Атомиздат, Москва, 1966, стр. 236.*
19. *Д.И.Блохинцев, Г.И.Колеров. Проблемы теоретической физики /сборник/, стр. 47, Наука, М., 1969.*
20. *D.I.Blokhintsev, G.I.Kolerov. Nuovo Cim., 34, 163 /1964/.*
21. *Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Физматгиз, М., 1958.*
22. *Д.И.Блохинцев, Г.И.Колеров. ОИЯИ, Р2-4952, Дубна, 1970.*

Рукопись поступила в издательский отдел 8 апреля 1976 года.