

G-582

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

2-95-157

На правах рукописи  
УДК 539.12.01

**ГОГИЛИДЗЕ**  
Сосо Архипович

**ЛОКАЛЬНЫЕ СИММЕТРИИ И ДИНАМИКА СИСТЕМ  
СО СВЯЗЯМИ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Дубна 1995

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

### Актуальность темы диссертации

В основе современных представлений о фундаментальных взаимодействиях лежат идеи геометризации физики. Теория взаимодействия фундаментальных квантованных полей базируется на двух геометрических принципах: принципе минимальности и принципе калибровочной инвариантности функционала действия. Если применение вариационных принципов в физике имеет давнюю историю, то принцип локальной калибровочной инвариантности впервые был использован лишь в XX веке Эйнштейном для построения общей теории относительности и развит в работах Вейля, в которых электромагнитное взаимодействие было введено из требования инвариантности теории относительно локальных растяжений интервала. Появление модели электрослабых взаимодействий Салама - Вайнберга, создание квантовой хромодинамики и моделей большого объединения окончательно подтвердило универсальность и конструктивность идеи локальной калибровочной инвариантности. Поскольку требование инвариантности теории относительно локальных калибровочных преобразований с необходимостью ведет к появлению в теории нефизических степеней свободы, подобная геометризация приводит к определенной проблеме извлечения физической информации из теории. Иными словами, необходимо иметь некую процедуру идентификации физических переменных, позволяющую отделить их от нефизических. Процедура редукции пространства переменных калибровочной теории требует знания явного вида гене-

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований и в Институте физики высоких энергий Тбилисского государственного Университета

Научные руководители:

доктор физико-математических наук      В.Н. Первушин  
кандидат физико-математических наук      В.В. Санадзе

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук      В.В. Нестеренко  
доктор физико-математических наук      В.П. Павлов

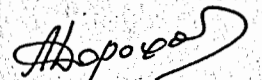
Ведущее научно-исследовательское учреждение:  
Институт Ядерных Исследований РАН (г. Москва)

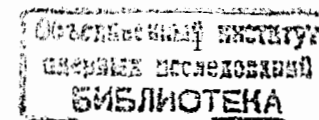
Защита диссертации состоится “ ” \_\_\_\_\_ 1995 г. на заседании Специализированного совета К 047.01.01 Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московская область.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан “ ” \_\_\_\_\_ 1995 г.

Ученый секретарь Совета,  
доктор физико-математических наук

  
А.Е. Дорохов



ратора калибровочных преобразований симметрии заданного функционала действия.

Различают две схемы редукции фазового пространства калибровочных теорий: безкалибровочную и с помощью фиксации калибровки. Традиционный метод фиксации калибровки приводит к эффективному сокращению числа степеней свободы, что достигается заменой скобок Пуассона на скобки Дирака. Для такого метода редукции фазового пространства принципиальным моментом является до сих пор не решённая в общем виде задача об определении класса допустимых калибровочных условий. С другой стороны, физически наглядная схема безкалибровочной редукции спинорной электродинамики, осуществлённая ещё в классических работах Гейзенберга, Паули и Дирака, является крайне привлекательной. Однако прямое перенесение этой процедуры на неабелевы калибровочные теории типа Янга-Миллса и гравитации наталкивается на серьёзные трудности. Применимость подобной схемы редукции оказывается непосредственно связанной со свойством абелевости (коммутативности) связей первого рода. Поэтому вопрос о конструктивном методе абелизации связей первого рода для калибровочных теорий становится актуальным как с точки зрения принципиальной возможности безкалибровочной редукции пространства переменных неабелевых калибровочных теорий, так и с точки зрения приложений, связанных, в частности, с задачей определения допустимых калибровок.

Одной из причин перехода к схеме редукции фазового пространства с помощью введения в теорию дополнительных условий - калибровок было желание сохранить явную симметрию теории (в случае релятивистской теории - ло-

ренц инвариантность), которая нарушается при разрешении связей. Стандартная процедура редукции фазового пространства с помощью фиксации калибровки допускает лишь калибровочные условия унитарного типа, т.е. условия, зависящие только от координат и импульсов, что для лоренц ковариантных теорий не позволяет сохранить явную симметрию. Рассмотрение класса ковариантных калибровок, к числу которых принадлежит, например, условие Лоренца в электродинамике, требует модификации схемы редукции фазового пространства калибровочных теорий с помощью фиксации калибровки.

### **Цель работы.**

- построение преобразований локальной симметрии по заданному лагранжиану;
- определение класса допустимых калибровок для калибровочных теорий и установление условий для их отбора;
- развитие метода абелизации связей первого рода;
- включение класса ковариантных калибровок в общую схему редукции фазового пространства.

### **Научная новизна и практическая ценность**

В диссертационной работе предложен метод построения группы локальных преобразований симметрии по заданному лагранжиану и изучена её структура. Знание явного вида генератора локальных калибровочных преобразований и абелизованных связей, эквивалентных исходным связям первого рода, даёт возможность осуществить

безкалибровочную редукцию фазового пространства теории. В диссертационной работе предлагается метод локальной абелизации связей первого рода с помощью преобразования эквивалентности Дирака. Для матрицы преобразования получена полная система линейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка.

В результате проведения безкалибровочной редукции оказывается возможным изучение вопроса о классе допустимых калибровок. Показано, что известные критерии "правильного" выбора калибровочных условий являются лишь необходимыми. Справедливость последнего утверждения демонстрируется на конкретном точно решаемом примере. В работе вводится класс т. н. канонических калибровок, которые позволяют построить редуцированное фазовое пространство, канонически эквивалентное пространству полученному, путем безкалибровочного описания. Найден критерий принадлежности данной калибровки к классу канонических калибровок, пригодный для практического пользования.

В диссертационной работе развивается схема использования ковариантных калибровок для редукции фазового пространства без введения дополнительных грассмановых переменных, в отличие от известной схема Баталина - Вилковитского - Фрадкина.

### **Апробация работы**

Результаты, полученные в диссертации, докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики Н. Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследо-

ваний, Отдела квантовой теории поля Математического института им. В. А. Стеклова РАН, ОТФ Математического института им. А.М. Размадзе АН Грузии, Института физики высоких энергий Тбилисского гос. Университета, на VIII международном совещании по проблемам квантовой теорий поля (Алушта, 1987), на международном семинаре "Кварки-88" (Тбилиси, 1988), на XVI семинаре по физике высоких энергий и теории поля (Протвино, 1993), на X международном совещании "Адроны-94" (Ужгород, 1994).

### **Публикации**

По результатам диссертации опубликовано 10 статей.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, трёх глав основного текста, заключения и двух таблиц. Содержит 117 страницы машинописного текста. Библиографический список литературы содержит 118 наименований.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во введении дан обзор основных подходов и методов, применяемых для описания вырожденных теорий. Сформулирована задача диссертационной работы, дан краткий обзор её содержания по главам. Отмечена актуальность следующих вопросов :

- получение из заданного лагранжиана преобразований локальной симметрии действия;
- определение физических степеней свободы в калибровочных теориях;
- включение ковариантных калибровок в схему редукции фазового пространства калибровочной теории.

**Первая глава**, посвящена краткому изложению классической динамики вырожденных теорий.

В §1 даётся изложение лагранжева формализма для вырожденных теорий. Основное внимание уделяется получению представления для динамических уравнений, которое позволяет провести анализ случаев минимального и максимального произвола в их общем решении.

§2 посвящён формулировке основных результатов обобщённого гамильтонового формализма. Формулируется гипотеза Дирака и анализируются её различные толкования, встречающиеся в литературе.

В §3 вводится определение преобразований симметрии и инвариантности системы относительно группы непрерывных преобразований. Формулируется вторая теорема Нётер и обсуждается её связь с вырожденностью лагранжиана системы со связями первого рода.

**Вторая глава** диссертации посвящена построению преобразований локальной симметрии действия по заданному лагранжиану и доказательству справедливости гипотезы Дирака о роли вторичных связей первого рода в калибровочных преобразованиях для систем со связями первого рода.

В §1 строится генератор локальных калибровочных преобразований симметрии для систем со связями первого рода, которые образуют квазиалгебру специального вида: первичные связи являются образующими идеала.

В §2 доказывается следующее утверждение: от произвольного набора связей первого рода можно перейти к эквивалентному набору связей, образующих квазиалгебру специального вида. На основе этого утверждения обобщается метод построения локальных калибровочных преобразований симметрии для произвольных систем со связями первого рода.

В §3 вводится понятие расширенного фазового пространства для вырожденных теорий. Доказывается каноничность полученных калибровочных преобразований в расширенном фазовом пространстве и справедливость для них гипотезы Дирака (а именно, что каждая связь первого рода является составной частью генератора калибровочных преобразований).

В §4 общий метод построения калибровочных преобразований демонстрируется на конкретных примерах: спиновой электродинамики, КХД, струны Полякова, так называемых патологических лагранжианов.

**Третья глава** посвящена редукции фазового пространства калибровочных теорий.

В §1 излагается схема редукции фазового пространства с фиксацией калибровочных условий как в неявной, так и в явной форме.

В §2 на простом, точно решаемом механическом примере показывается, что условие отличия от нуля детерминанта Фаддеева-Попова на поверхности, задаваемой всеми

связями и калибровочными условиями, не является достаточным для "правильной" редукции фазового пространства калибровочных теорий.

В §3 предлагается схема безкалибровочной редукции для вырожденных систем с абелевыми связями первого рода.

В §4 доказывается возможность локальной абелизации произвольного набора связей первого рода, и предложен конструктивный метод построения новых связей, которые с одной стороны эквивалентны исходным связям в смысле преобразований Дирака, а с другой стороны локально абелевы.

В §5 даётся обобщение метода безкалибровочной редукции фазового пространства калибровочных теорий на случай систем с неабелевыми связями первого рода. Далее вводится понятие канонической калибровки и класса эквивалентных ей калибровок. Показано, что:

- методы безкалибровочной редукции и редукции с помощью канонических калибровок эквивалентны друг другу;
- если  $\det\|\{\{\chi_\alpha, \varphi_\beta\}, H_c\}_D\|_\Sigma = 0$ , то калибровочное условие  $\chi_\beta$  принадлежит к классу канонических.

В §6 даётся метод использования ковариантных калибровок для редукции фазового пространства калибровочных теорий. Главной особенностью этого метода является понятие расширенного фазового пространства, которое строится следующим образом. Сначала определяются классы эквивалентных теорий с вырожденными лагранжианами, как классы с одним и тем же лагранжианом, но рассматриваемые как теории с высшими производными раз-

ного порядка. После этого производится выбор порядка теории в соответствии с порядком производных по времени от координат, входящих в ковариантные калибровочные условия. Гамильтонизация такой теории с высшими производными осуществляется стандартным образом по методу Остроградского.

В заключении сформулированы основные результаты, представленные в диссертации.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Дан метод построения генератора калибровочных преобразований группы симметрии действия.

2. Для систем со связями первого рода показано, что :

- генератор калибровочных преобразований является линейной комбинацией всех связей первого рода;
- ранг группы симметрии равен количеству первичных связей первого рода.

Тем самым доказана справедливость гипотезы Дирака о необходимости учета вторичных связей первого рода в генераторе калибровочных преобразований.

3. Предложена схема расширения фазового пространства вырожденных теорий, позволяющая изучить структуру группы локальной симметрии и показать, что:

- высшая производная по времени от параметра - функции калибровочного преобразования всегда

присутствует в законе преобразования, и её порядок на единицу меньше числа этапностей в схеме размножения связей;

- объяснён механизм появления высших производных по времени в коэффициентных функциях закона преобразований симметрии;
- доказана каноничность полученных преобразований симметрии в расширенном фазовом пространстве.

4. Предложена схема определения редуцированного фазового пространства на основе абелизации связей первого рода.
5. Введено определение класса канонических калибровок и получены необходимые и достаточные условия того, что данная калибровка принадлежит к классу канонических.
6. Предложен метод включения ковариантных калибровок в схему редукции фазового пространства без введения дополнительных грассмановых переменных.

**Результаты диссертации опубликованы в работах:**

1. Gogilidze S.A., Sanadze V.V., Surovtsev Yu.S., Tkebuchava F.G.// The theories with higher derivatives and gauge transformation construction. Сообщения ОИЯИ E2-87-390.
2. Gogilidze S.A., Sanadze V.V., Surovtsev Yu.S., Tkebuchava F.G.// Elimination of gauge freedom in singular theories. Сообщения ОИЯИ E2-87-847.

3. Gogilidze S.A., Sanadze V.V., Surovtsev Yu.S., Tkebuchava F.G.// Phase space in singular theories. Int. J. of Mod. Phys. A., v.4, N16, p.4165-4175 (1989).
4. Гогилидзе С.А., Санадзе В.В., Ткебучава Ф.Г.// Редуцированное фазовое пространство систем со связями первого рода. ТМФ. т.79, N1, стр.72-79, (1989).
5. Gogilidze S.A., Sanadze V.V., Surovtsev Yu.S., Tkebuchava F.G.// Local symmetries in systems with constraints. J. of Phys. A.: Math. Gen. v.28, N19, p.6509-6523, (1994).
6. Гогилидзе С.А., Санадзе В.В., Суровцев Ю.С., Ткебучава Ф.Г.// Высшие производные в калибровочных преобразованиях. ТМФ. т.102, N1, стр.56-65, (1995).
7. Гогилидзе С.А., Санадзе В.В., Суровцев Ю.С., Ткебучава Ф.Г.// О калибровочных преобразованиях в теориях со связями. ТМФ. т. 102, N1, стр.66-73, (1995).
8. Gogilidze S.A., Khvedelidze A. M., Pervushin V.N.// On abelization of first class constraints. JINR Preprint E2-95-131, стр.18, (1995).
9. Gogilidze S.A., Khvedelidze A. M., Pervushin V.N.// On Admissible gauges for constrained systems. JINR Preprint E2-95-1 , стр.28, (1995). Preprint ZU-TH-4/95, стр.28, (1995).
10. Gogilidze S.A., Khvedelidze A. M., Pervushin V.N.// Covariant gauges for constrained systems. JINR Preprint E2-95-132, стр.11, (1995).

Рукопись поступила в издательский отдел  
10 апреля 1995 года.