



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

A-941

2-94-130

На правах рукописи

УДК 530.145; 537.8

АФАНАСЬЕВ
Георгий Николаевич

**ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ
В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Дубна 1994

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
профессор Жуковский В.Ч.

доктор физико-математических наук
профессор Прохоров Л.В.

доктор физико-математических наук
профессор Толкачев Е.А.

Ведущая организация:

Харьковский физико-технический институт АН Украины.

Защита состоится _____ 1994 г. на заседании специализированного совета Д 047.01.01 в Лаборатории теоретической физики им.Н.Н.Боголюбова Объединенного института ядерных исследований по адресу г.Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

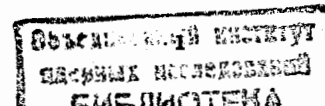
Автореферат разослан _____ 1994 г.

Ученый секретарь
специализированного совета
кандидат физико-математических наук

В.И.Журавлев

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. В классической электродинамике сила, действующая на заряженную частицу, определяется напряженностями электрического и магнитного полей. Это означает отсутствие рассеяния на областях пространства, в которых $E = H = 0$. Электрический скалярный потенциал и магнитный вектор-потенциал в классической теории электромагнетизма играют вспомогательную роль: они служат, главным образом, для упрощения уравнений поля. Итак, в классической механике фундаментальными являются напряженности E, H . Совершенно иная ситуация имеет место в квантовой механике. Причина состоит в том, что в уравнение Шредингера входят именно электромагнитные потенциалы, а не напряженности поля. Сидэ и Эренберг первыми указали на исключительную роль электромагнитных потенциалов в квантовой механике. Спустя десять лет к этой же задаче обратились Ааронов и Бом. В частности, они рассмотрели рассеяние заряженных частиц на магнитном поле цилиндрического соленоида. Оказалось, что рассеяние имеет место, даже если область, где напряженности $E, H \neq 0$, недоступна для падающих частиц. Существование этого эффекта проверялось экспериментально: электроны рассеивались на достаточно длинных металлических нитях. В случае, когда нить была намагничена, наблюдался сдвиг дифракционной картины. Теоретическая неопределенность в интерпретации этих экспериментов породила оживленную дискуссию в течение последних лет. С первого взгляда причина возникновения этой дискуссии кажется удивительной. В самом деле, почему нельзя при заданном вектор-потенциале (ВП) вне цилиндрического соленоида решить уравнения Шредингера, найти волновую функцию, амплитуду рассеяния, сечение рассеяния и т.д.? Причина состоит в том, что эффект Ааронова-Бома (АБ) существует только в том случае, если область пространства, доступная для заряженных частиц, является многосвязной. В такой области возможны многозначные волновые функции (ВФ). Известное доказательство Паули однозначности ВФ справедливо только в односвязных



областях пространства. Использование однозначных и многозначных ВФ приводит к физически различным результатам. АБ эффект получается только при использовании однозначных ВФ. В упомянутых реальных экспериментах длина нити, на которой рассеиваются электроны с необходимостью является конечной. Доступная для рассеиваемых заряженных частиц область пространства – односвязна. В ряде работ было показано, что наблюдаемые эффекты можно интерпретировать как рассеяние электронов на утечках магнитного поля. Этот и другие недостатки (плохая асимптотика ВФ, наличие обратного магнитного потока даже для идеального бесконечного цилиндрического соленоида) привели к тому, что эксперименты по проверке существования АБ эффекта с помощью цилиндрического соленоида рассматриваются в настоящее время как недостаточные. В 1986–1990 гг. группа японских ученых под руководством проф. Тономуры выполнила эксперименты по проверке существования АБ эффекта с помощью рассеяния электронов на тороидальном соленоиде (ТС). Эксперименты показали наличие сдвига дифракционной картины в зависимости от величины магнитного потока Φ внутри ТС. Поэтому актуальным представляется теоретический анализ этих экспериментов.

Тороидальный соленоид сам по себе является уникальным объектом, свойства которого до настоящего времени были мало известны. Например, в зависимости от направления тока на поверхности соленоида магнитное поле может быть сосредоточено как внутри, так и вне его. Это позволяет создавать эффективные накопители электромагнитной энергии. Электромагнитное поле (ЭМП) ТС содержит новый тип мультипольных моментов – так называемые тороидальные моменты (ТМ). (Я.Б.Зельдович).

С другой стороны, существует стандартное мультипольное разложение произвольного типа ЭМП. Ввиду полноты этого разложения должна существовать связь ТМ с традиционными моментами. Интересным является следующий вопрос: как ТС взаимодействуют с внешним ЭМП? Для бесконечно малого ТС (\cong ТМ) или для достаточно больших расстояний ТС от источника магнитного поля это взаимодействие было получено Я.Б.Зельдовичем. При малых расстояниях это взаимодействие существенно

модифицируется, что приводит к новым физическим эффектам. Особый интерес представляет взаимодействие ТС (или ТМ) с внешним электрическим полем. Оно возникает за счет того, что при движении ТС ток, протекающий в его обмотке, индуцирует зарядовую плотность, которая взаимодействует с внешним электростатическим полем. Это приводит к появлению эффекта Ааронова–Кашера (АК), дуального эффекту Ааронова – Бома. Этот эффект – чисто квантовый, исчезающий (как и АБ эффект) в классическом случае. Для магнитных дипольных моментов существование АК эффекта было экспериментально доказано в 1989 г. с помощью рассеяния нейтронов на заряженной нити. Интерес представляет вопрос о существовании этого эффекта для ТМ. ТС с переменным током, текущим в его обмотке, представляет собой новый тип радиоантенны. Поэтому актуальным представляется расчет характеристик такой антенны.

Пусть теперь периодически меняющиеся во времени плотности зарядов и токов заключены в конечной области пространства S . Эти плотности можно выбрать таким образом, чтобы вне S были равны нулю напряженности электромагнитного поля E, H , но отличны от нуля электромагнитные потенциалы A, Φ . Тогда вне S возникают волны электромагнитных потенциалов, которые распространяются со скоростью света, но не переносят энергии. Актуальным является ответ на вопрос: можно ли с помощью таких волн передавать информацию?

При анализе АБ эффекта существенно предположение о непроницаемости (недоступности) области пространства, где отличны от нуля напряженности ЭМП E, H . Оказывается, этому условию можно удовлетворить бесконечным числом способов. Поэтому актуален анализ условий непроницаемости, реализуемых на эксперименте. Актуальным является также вопрос о взаимодействии ТС между собой. Этот вопрос неоднократно поднимался в физической литературе. Магнитный ТС можно реализовать как с помощью полоидальных токов, текущих по его поверхности, так и с помощью цепочек магнитных диполей. Наличие ВП вне магнитного ТС проверялось рассеянием заряженных частиц на таком ВП. Заменяя в соленоиде магнитные диполи электрическими, мы приходим к электрическому соленоиду.

Электрическая индукция \mathcal{D} отлична от нуля только внутри ТС. Вне соленоида отличен от нуля только электрический векторный потенциал, совпадающий по форме с магнитным. Этот электрический потенциал нельзя устранить калибровочным преобразованием. Актуальным является ответ на следующие два вопроса: имеет ли физический смысл электрический ВП вне ТС? Можно ли поставить эксперименты, подтверждающие существование электрического векторного потенциала?

Основная цель работы.

Цель работы состоит: в построении вектор-потенциалов, напряженностей электромагнитного поля тороидальных соленоидов с постоянным и переменным токами, в изучении свойств этих полей, в изучении взаимодействия тороидальных соленоидов с внешним электромагнитным полем и друг с другом, в исследовании нелокальных эффектов, связанных с тороидальным соленоидом (эффекты Ааронова-Бома и Ааронова-Кашера и т.д.); в реалистическом описании экспериментов Тономурэ, проверяющих основы квантовой механики; в изучении релятивистских и нерелятивистских квантовых условий непроницаемости; изучении возможности передачи информации с помощью волн электромагнитных потенциалов; в нахождении условий неизлучения плотностей заряда и тока, периодически меняющихся во времени; в получении практических рецептов построения статических токовых конфигураций, для которых магнитное поле сосредоточено в конечной области пространства; в изучении вопроса о возможности экспериментального наблюдения одной из топологических характеристик магнитного поля - спиральности - без проникновения внутрь области, где сосредоточено магнитное поле; в построении удобного для практических применений векторного базиса решений уравнения Лапласа; в построении электрических соленоидов - топологических объектов, обладающих нетривиальными электрическими векторными потенциалами, в изучении свойств этих потенциалов.

Научная новизна. В диссертации показано, сколь многообразной и актуальной является роль тороидальных соленоидов в современной физике. Научная новизна диссертации состоит в том, что впервые: найдены ЭМП ТС с постоянным и переменным

4) Для передачи информации на расстояние с помощью нового канала - модуляции фазы волновой функции заряженных частиц.

5) Для анализа топологических эффектов квантовой механики (эффекты Ааронова-Бома, Ааронова-Кашера и т.д.)

6) для построения статических токовых конфигураций таких, что генерируемое ими магнитное поле сосредоточено в конечной области пространства;

7) для экспериментального изучения топологических характеристик магнитного поля без проникновения внутрь этого поля;

8) для постановки критических экспериментов по проверке существования эффекта Ааронова-Бома;

9) для проведения практических расчетов электро- и магнитостатических полей на основе предлагаемого векторного базиса решений уравнения Лапласа;

10) для записи и считывания информации с помощью электрического векторного потенциала.

Апробация работы. Результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на Международных семинарах по теоретико-групповым методам в физике (Урмала, 1985, Обнинск, 1991), на симпозиуме "Физика и техника мм и субмм радиоволн" (Харьков, 1991), на международных семинарах "Гравитационная энергия и гравитационные волны" (Дубна, 1991, 1992, 1993), на семинарах по взаимодействию адронов в резонансной области энергий (Харьков, 1986, 1988), на Международном семинаре "Слабые и электромагнитные взаимодействия в ядрах" (Дубна, 1992), на Международном совещании "Методы симметрии в физике" (Дубна, 1993), на Международной школе "Новые направления в теоретической и экспериментальной ядерной физике" (Предел, Румыния, 1991), на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР, на научных семинарах ОИЯИ, ХФТИ, МГУ.

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в 32 публикациях, которые приведены в списке литературы.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения (глава I), семи глав, заключения и четырех приложений. Она содержит 231 страницу, в том числе 60 рисунков и библиографический список из 113 наименований.

токамак; выполнено мультипольное разложение ЭМП ТС, установлена связь стандартных мультипольных формфакторов и моментов с тороидальными; рассмотрено взаимодействие ТС с внешним ЭМП и друг с другом; доказано существование эффекта Ааронова - Кашера для ТС; проанализирована роль нерелятивистских и релятивистских условий непроницаемости в квантовой механике; дано адекватное теоретическое описание уникальных экспериментов Тономуры по проверке эффекта Ааронова-Бома; дана реализация электрического ТС, поставлен вопрос о физической значимости электрического ВП такого соленоида; дан практический рецепт построения магнитных ТС; сформулированы условия, при которых не излучают системы зарядов и токов, периодически меняющиеся во времени; рассмотрено АБ рассеяние на ТС с нетривиальной спиральностью; даны практические рецепты по построению статических токовых конфигураций, для которых магнитное поле заключено в конечной области пространства; построен удобный для практических применений векторный базис решений уравнения Лапласа; проанализированы альтернативные описания экспериментов по проверке эффекта Ааронова - Бома и показана их несостоятельность; предложены "критические" эксперименты по проверке существования АБ эффекта; из сравнения выражений для ВП, полученных различными способами получены новые, отсутствующие в математической литературе, суммы и интегралы, содержащие функции Лежандра.

Практическая ценность. Результаты, полученные в диссертации, могут быть использованы:

1) Во всех областях техники, в которых используется тороидальный соленоид. Типичный пример: управляемый термоядерный синтез.

2) Для построения эффективных накопителей электромагнитной энергии. Типичный пример: электромагнитные пушки в программе СОИ.

3) При построении нового типа излучателя радиоволн - тороидальной антенны;

Автор защищает:

1) открытие топологических конфигураций электрических дипольных моментов, обладающих нетривиальными (т.е., которые нельзя устранить калибровочными преобразованиями) электрическими векторными потенциалами;

2) открытие трехмерного аналога эффекта Ааронова-Кашера: теория предсказывает квантовое рассеяние тороидальных моментов на кулоновском поле;

3) адекватное описание экспериментов Тономуры (рассеяние электронов на магнитном поле, окружающем ТС), проверяющих основы квантовой механики;

4) практические рецепты построения токовых конфигураций, обладающих тем свойством, что генерируемое ими магнитное поле не выходит за пределы конечной области пространства;

5) условия неизлучения зарядовых и токовых распределений, периодически меняющихся во времени;

6) расчеты ЭМП ТС с постоянным и переменным токами в его обмотке;

7) анализ альтернативных объяснений экспериментов по проверке существования эффекта Ааронова-Бома и доказательство их несостоятельности;

8) предлагаемый "критический" эксперимент по проверке существования АБ эффекта;

9) найденную зависимость плотности числа витков на поверхности тора, при которой магнитное поле сосредоточено вне тора;

10) проведенный анализ релятивистских и нерелятивистских условий непроницаемости;

11) выполненный расчет рассеяния заряженных частиц на ТС с нетривиальной спиральностью;

12) найденный вид взаимодействия ТС с внешним ЭМП и ТС друг с другом;

13) найденную последовательность калибровочно-неинвариантных ВП, генерируемую постоянными токами, протекающими внутри тора. Эти ВП обладают существенно различным асимптотическим поведением, но приводят, тем не менее, к одному и тому же квантовому сечению рассеяния;

14) полученные новые, отсутствующие в математической литературе, суммы и интегралы, содержащие функции Лежандра.

II. СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во Введении к диссертации (совпадающем с главой I) дан обзор современного состояния теории Ааронова - Бома, причин возникновения дискуссии по основам этого эффекта, экспериментальной ситуации. Кратко упомянуты иные топологические эффекты. Дается описание полученных результатов.

Дано описание структуры диссертации и её описание по главам.

В главе II рассматриваются свойства ЭМП ТС с постоянным током. В §1 этой главы рассматриваются ТС с постоянным полоидальным поверхностным током. Магнитное поле H равно нулю вне ТС. ВП такого соленоида убывает на больших расстояниях как r^{-3} . ВП находятся несколькими различными способами. Из их сравнения удается получить (Приложение I) новые суммы и интегралы, содержащие функции Лежандра и отсутствующие в математической литературе. В §2 найдены объемные распределения полоидальных токов, удовлетворяющие условию исчезновения магнитного поля вне ТС. Эти распределения зависят от произвольной функции, которой можно распорядиться таким образом (§3), чтобы изменить асимптотику ВП. В частности, этой функцией можно распорядиться таким образом, чтобы ВП на больших расстояниях убывал обратно пропорционально любой наперед заданной нечетной степени расстояния r от ТС (т.е. как r^{-2n-1}). Окружим такое распределение полоидальных токов одним и тем же непроницаемым тором T . Можно добиться того, чтобы магнитный поток был равен Φ для каждого из таких распределений. Будем на таких образованиях (тор с полоидальными токами внутри него) рассеивать заряженные частицы. Этим распределениям отвечает одно и то же квантовомеханическое сечение рассеяния, поскольку последнее зависит только от геометрических размеров непроницаемого тора T и магнитного потока Φ внутри него. Поскольку различным распределениям токов отвечают различные магнитные поля

внутри T , то они не могут быть связаны калибровочным преобразованием. Наличие таких калибровочно неэквивалентных токовых распределений является иллюстрацией неоднозначности обратной квантовой задачи рассеяния (различным распределениям токов соответствует одно и то же квантовое сечение). Поскольку вне ТС $H = \text{rot } A = 0$, то ВП A можно представить в виде градиента некоторой функции χ . Эта функция понадобится нам для построения амплитуды рассеяния заряженных частиц на магнитном поле, окружающем непроницаемый ТС. При получении функции χ (§4) найдены новые суммы и интегралы, содержащие функции Лежандра (Приложение 2). Известно, что электрический ток можно представить как движение отрицательных зарядов (электронов) относительно положительных (ионов решетки). Нельзя ли построить такое зарядовое распределение на поверхности тора, чтобы при его движении воспроизводился поверхностный полоидальный ток? Такое распределение строится в §5. В результате такого движения зарядов на поверхности тора индуцируются ВП, полученные в §1. Что случится, если ТС с таким распределением тока привести в равномерное вращение вокруг оси симметрии ТС? Оказывается (§6) при таком равномерном вращении вне ТС возникает магнитное поле. При неравномерном вращении вне ТС появляется и электрическое поле E . В §7 рассматривается тороидальный ток, текущий на поверхности ТС. Выясняется, каким должно быть распределение этого тока на поверхности ТС, чтобы напряженности поля исчезали внутри ТС. Это важно для построения эффективных накопителей электромагнитной энергии, которые используются, например, для создания электронных пушек в программе СОИ.

В главе III рассматривается ЭМП ТС с различными временными (непериодическими) зависимостями полоидального тока. В общем случае вне ТС появляются как электрическое, так и магнитное поля. В случае линейно зависящего от времени тока вне ТС отлично от нуля только электрическое поле, поэтому поток энергии в окружающее пространство отсутствует. Возникает вопрос, куда расходуется электромагнитная энергия тока, протекающего в обмотке ТС? Оказывается, она концентрируется внутри ТС. Пусть теперь через отверстие ТС проходит замкнутый проводник C . Поскольку виток C охватывает меняющийся во

времени магнитный поток, в нем индуцируется ток. Как в него передается энергия (при отсутствии вектора Пойтинга вне ТС)? На этот вопрос дается ответ в конце главы III. Интерес к рассмотрению тороидальной катушки с меняющимся во времени током связан со следующим замечанием, сделанным Дж.Максвеллом в трактате "О физических силовых линиях" (Дж.К.Максвелл, Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, ГИИТЛ, М., 1954, с.144-145). "Если катушка сделана хорошо, то нельзя обнаружить никакого действия на помещенный снаружи магнит независимо от того, является ли ток постоянным или меняется во времени". Содержание главы III и следующей показывает, что это замечание справедливо только для тока, линейно зависящего от времени. В главе IV рассматривается ЭМП ТС с полоидальным периодическим током. В §I найдены приближенные, удобные для приложений, выражения для напряженностей ЭМП. Ограничения, при которых эти выражения справедливы, не являются слишком суровыми, они выполняются в большинстве практических случаев. В §2 дано точное мультипольное разложение ЭМП ТС с периодическим полоидальным током. Отличными от нуля оказываются только электрические формфакторы и моменты. С другой стороны, в физической литературе встречаются так называемые тороидальные формфакторы или моменты. Сравнивая электрические формфакторы или моменты с тороидальными убеждаемся в §3 в их совпадении (для рассматриваемого частного случая периодического полоидального тока). Наконец, выполнив в §4 переход к статическому пределу в уравнении Гельмгольца, мы находим удобный для практических применений векторный базис уравнения Лапласа.

В главе V рассматривается поведение ТС во внешнем ЭМП. В §I рассматривается взаимодействие ТС с внешним магнитным полем. На больших расстояниях от источника магнитного поля (или при малых размерах ТС) это взаимодействие сводится к анапольному, предложенному Я.Б.Зельдовичем. При малых расстояниях взаимодействие существенно отличается от анапольного. Далее, выясняется физический смысл токовых распределений, полученных в §3 главы II. Они соответствуют тороидальным моментам высших порядков (или мультипольностей). В §2 рассматривается эффект Ааронова-Кашера применительно к ТС.

Оказывается, существует квантовое рассеяние тороидальных моментов (\equiv бесконечно малым ТС) на кулоновском поле. В классическом случае такого рассеяния нет. Предлагаются эксперименты по проверке этого эффекта. В §3 рассматривается взаимодействие двух ТС. Оказывается, неперекрывающиеся ТС с постоянными полоидальными токами не взаимодействуют. ТС взаимодействуют, если в обмотке, по крайней мере, одного из них течет переменный ток. В главе VI излагается современное состояние эффекта Ааронова - Бома. До сих пор (за исключением важной работы Смородинского и Любошица, 1978 г.) теоретические рассуждения АБ эффекта проводились на примере цилиндрического соленоида. Недостатки такого соленоида (утечки магнитного поля из-за конечности его длины, наличие обратного потока магнитного поля, плохая асимптотика волновой функции) не позволяют однозначно интерпретировать результаты АБ экспериментов на таких соленоидах и приводят к многочисленным парадоксам. В §I рассматривается рассеяние заряженных частиц на двух цилиндрических соленоидах с равными по величине, но противоположными по направлению магнитными потоками. Вычисления выполнены как в френелевском, так и в френелевском приближениях (в зависимости от длины волны падающих частиц, размеров рассеивателя, его расстояния от детектора частиц). Обсуждаются парадоксы, возникающие при неправильной интерпретации экспериментальных данных. В §2 рассмотрено рассеяние электронов на тороидальном соленоиде. Обсуждаются известные эксперименты Тономуры по проверке АБ эффекта, тщательно анализируются условия применимости теории. Предложены "критические" эксперименты по проверке АБ эффекта. В §3 показывается, что заряженные частицы должны по-разному рассеиваться на двух тороидальных образцах с одним и тем же магнитным потоком, но различными спиральностями.

В главе VII обсуждаются физические эффекты в многосвязных пространствах. В §I даны конкретные примеры, показывающие, что наличие в одном и том же многосвязном пространстве нетривиальных ВП еще не гарантирует наличия или отсутствия АБ эффекта. Дан критерий отсутствия АБ эффекта; область

разрывности производящей функции ТС (см. §4, гл. II) должна быть недоступна для падающих частиц. В §2 дан пример калибровочного преобразования, которое для ТС приводит к ВП, сосредоточенному в окрестности ТС. В §3 рассматривается встречающаяся в физической литературе альтернативная интерпретация АБ эффекта. Она состоит в том, что в реальных условиях барьеры, изолирующие рассеиваемую частицу от области с $H \neq 0$, всегда конечны. Поэтому имеется исчезающая вероятность проникновения частиц в область, где $H \neq 0$. Согласно обсуждаемой альтернативной интерпретации этот факт приводит к наблюдаемому эффекту (сколь бы ни мала была вероятность проникновения). Прямые вычисления доказывают несостоятельность этого утверждения. В §4 дан анализ квантовой непроницаемости. Показано, что в квантовой механике данную поверхность можно сделать непроницаемой бесконечным числом способов. Вообще говоря, они оказываются физически неэквивалентными (то есть приводят к различным наблюдаемым эффектам). В §5 рассмотрено релятивистское квантовое условие непроницаемости применительно к АБ эффекту.

В главе УШ рассмотрены электрические соленоиды, представляющие собой конфигурации токов и зарядов, для которых напряженность электрического поля E отлична от нуля в конечной области пространства S (а магнитное поле $H = 0$ везде). Вне S оказывается отличным от нуля электрический векторный потенциал. Рассмотрены случаи, когда его нельзя убрать калибровочным преобразованием. В этом случае этот потенциал может иметь физический смысл. Пусть теперь плотности заряда ρ и тока j , заключенные в конечной области S , периодически меняются во времени. Можно ли так выбрать ρ, j , чтобы напряженности E, H были равны нулю вне S ? Ответ оказывается утвердительным. При этом вне S возникают волны электромагнитных потенциалов (ВЭП), которые распространяются со скоростью света. Они не переносят электромагнитной энергии, поскольку $E=H=0$ в них. Анализируются условия, при которых возможна передача информации за счет изменения фазы волновой функции. Сформулированы условия, которым должны удовлетворять стационарные токи, чтобы магнитная напряженность была сосредоточена в конечной области

пространства. Это дает практический рецепт для построения соленоидов. Найдены условия неизлучения распределений зарядов и токов, периодически меняющихся во времени.

В Заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Ш. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В диссертации:

1) впервые построены топологические конфигурации дипольных электрических моментов, обладающих нетривиальными (то-есть, которые нельзя устранить калибровочными преобразованиями) электрическими векторными потенциалами;

2) найден трехмерный аналог эффекта Ааронова - Кашера: тороидальные моменты должны испытывать квантовое рассеяние на кулоновском поле;

3) получено адекватное описание экспериментов Тономур, проверяющих основы квантовой механики;

4) найдены практические, удобные для экспериментаторов, рецепты построения токовых конфигураций, обладающих тем свойством, что генерируемое ими магнитное поле не выходит за пределы конечной области пространства;

5) найдено электромагнитное поле ТС с постоянным и переменным токами в его обмотке;

6) дан анализ альтернативных объяснений экспериментов по проверке существования АБ эффекта и показана их несостоятельность;

7) найдены условия неизлучения зарядовых и токовых распределений, периодически меняющихся во времени;

8) предложен "критический" эксперимент по проверке существования эффекта Ааронова - Бома;

9) найдена зависимость распределения витков на поверхности тора, при которой магнитное поле исчезает внутри тора;

10) дан анализ релятивистских и нерелятивистских условий непроницаемости;

II) произведен расчет интенсивности рассеяния заряженных частиц на тороидальных соленоидах с нетривиальной спиральностью;

I2) показано, как тороидальные соленоиды конечных размеров взаимодействуют с внешним электромагнитным полем и друг с другом;

I3) найдена последовательность калибровочно-неинвариантных векторных потенциалов, генерируемая постоянными токами, протекающими внутри тора. Эти векторные потенциалы обладают существенно отличным асимптотическим поведением, но дают одно и то же квантовое сечение рассеяния;

I4) найдены новые, отсутствующие в математической литературе, суммы и интегралы, содержащие функции Лежандра.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Афанасьев Г.Н., Старые и новые проблемы в теории эффекта Ааронова-Бома, ЭЧАЯ, 1990, т.21, с.172-250.
2. Afanasiev G.N., Closed analytical expressions for some useful sums and integrals involving Legendre functions, J.Comput.Phys., 1987, vol.69, p.196-208.
3. Afanasiev G.N., The electromagnetic field of solenoids with time-dependent currents, J.Phys.A, 1990, vol.23, p.5755-5764.
4. Afanasiev G.N., Toroidal solenoids in an electromagnetic field and toroidal Aharonov-Casher effect, Physica Scripta, 1993, vol.48, p.385-392.
5. Афанасьев Г.Н., Дубовик В.М., Электромагнитное излучение тороидального соленоида, в трудах I Украинского симпозиума по физике мм и субмм радиоволн, Харьков, 16-18 окт.1991 г., с.71, ИРЭ АН УССР, Харьков, 1991.
6. Afanasiev G.N., Dubovik V.M., Electromagnetic properties of a toroidal solenoid, J.Phys.A, 1992, vol. 25, p.4869-4886.
7. Афанасьев Г.Н., Эффект Ааронова-Кашера для тороидальных соленоидов, в сб. "Гравитационная энергия и гравитационные волны", Дубна, 1992, с.100-105.
8. Афанасьев Г.Н., Рассеяние заряженных частиц на двух бесконечных цилиндрических соленоидах, Вопросы атомной науки и техники, 1988, вып.1, с.49-56.

9. Afanasiev G.N., On the alternative interpretation of the Aharonov-Bohm effect, Nuovo Cimento A, 1988, vol.99, p.647-660.
10. Afanasiev G.N., On the crucial experiments testing the existence of the Aharonov-Bohm effect, Nuovo Cimento A, 1988, vol.100, p.967-972.
11. Afanasiev G.N., Shilov V.M., Practical Calculations of the Aharonov-Bohm effect, J.Phys.A, vol.22, p.5195-5215.
12. Afanasiev G.N., The scattering of charged particles on the toroidal solenoid, J.Phys.A, 1988, vol.21, p.2095-2110.
13. Afanasiev G.N., Theoretical description of Tonomura-like experiments, Phys.Lett.A, 1989, vol.142, p.222-226.
14. Afanasiev G.N., Shilov V.M., Numerical investigation of Tonomura experiments, J.Phys.A, vol.26, p.743-750.
15. Афанасьев Г.Н., Рассеяние заряженных частиц в многосвязных пространствах, Вопросы атомной науки и техники, 1986, вып.1, с. 7-10.
16. Афанасьев Г.Н., Однозначность волновых функций и рассеяние в многосвязных пространствах, в трудах 3-го межд. семинара "Теоретико- групповые методы в физике", Наука, М., 1986, т.2, с.391-399.
17. Афанасьев Г.Н., Об однозначности волновых функций в многосвязных пространствах, Краткие Сообщения ОИЯИ, 1985, № 6, с.17-26.
18. Afanasiev G.N., Closed expressions for some useful integrals involving Legendre functions and sum rules for zeroes of Bessel functions, J.Comput.Phys., 1989, vol. 85, p.245-252.
19. Afanasiev G.N., Shilov V.M., How does quantum impenetrability affect Aharonov-Bohm scattering, J.Phys.A, 1990, vol.23, p.5185-5204.
20. Afanasiev G.N., Quantum mechanics of toroidal anyons, J.Phys.A, 1991, vol.24, p.2517-2528.
21. Афанасьев Г.Н., Электромагнитные свойства тороидальных соленоидов, ЭЧАЯ, 1992, т.23, с.1264-1321.
22. Афанасьев Г.Н., Физические приложения соленоидов, ЭЧАЯ, 1993, т.24, с.512-593.
23. Afanasiev G.N., Dubovik V.M., Electromagnetic properties of a toroidal solenoid, in: "New Trends in Theoretical and Experimental Nuclear Physics" (Eds.: A.A.Raduta, D.S.Delion, I.I.Ursu), World Scientific, Singapore, 1992, p.521-543.

24. Afanasiev G.N., Vector solutions of the Laplace equation and the influence of helicity on the Aharonov-Bohm scattering, J.Phys.A, 1994, vol. 27, p.2143-2160.
25. Афанасьев Г.Н., Векторные решения уравнения Лапласа и влияние спиральности магнитного поля на АБ рассеяние, в трудах V семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", Дубна, 1992, с.207-214.
26. Афанасьев Г.Н., Электрические векторные потенциалы и волны электромагнитных потенциалов, в трудах V семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", Дубна, 1993, с.124-132.
27. Afanasiev G.N., Dubovik V.M., Misicu S., Explicit realizations of static and nonstatic solenoids and conditions for their existence, J.Phys.A, 1993, vol. 26, p. 3279-3284.
28. Афанасьев Г.Н., Аналитические выражения для некоторых сумм и интегралов, содержащих функции Лежандра, в трудах 3-го междунар. семинара "Теоретико-групповые методы в физике", Наука, М., 1986, т.2, с.198-205.
29. Afanasiev G.N., Static and nonstatic electrical solenoids, J.Phys.A, 1993, vol.26, p.731-742.
30. Afanasiev G.N., Quantum mechanics of toroidal anyons, in: Proc.of the fifth workshop "Symmetry methods in physics" (Obninsk, July 1991), p.137-139.
31. Afanasiev G.N., Dubovik V.M., Topological and toroidal effects in nuclear and particle physics, in: Intern. Symposium on weak and electromagnetic interactions in nuclei (WEIN-92), (Dubna, 1992), p.128.
32. Afanasiev G.N., The electrical vector potentials, electromagnetic potential waves and the toroidal Aharonov-Casher effect, In: Symmetry methods in physics (Dubna, 1993), p.10.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 апреля 1994 года.