

T-335

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

2-94-10

ТЕНТЬЮКОВ  
Михаил Николаевич

УДК 530.12:531.51

ФОНОВАЯ СВЯЗНОСТЬ  
В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Дубна 1994

Работа выполнена в  
Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова  
Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,  
профессор

Н.А. Черников.

Официальные оппоненты:

доктор физико - математических наук  
кандидат физико - математических наук

В.И. Петухов,  
Ю.В. Грац.

Ведущая организация:

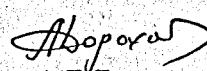
Научно - исследовательский центр по изучению  
свойств поверхности и вакуума, Москва.

Защита диссертации состоится " " 1994 г. в чар-  
сов на заседании специализированного совета Лаборатории теорети-  
ческой физики Объединенного института ядерных исследований по ад-  
ресу: 141980 г.Дубна Московской оласти, ОИЯИ, ЛТФ

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан " " 1994 г.

Ученый секретарь  
специализированного совета ЛТФ ОИЯИ  
доктор физико-математических наук

  
А.Е.Дорохов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Классическая Общая теория относительности (ОТО) представляет собой образец замкнутой теории. Однако имеется несколько моментов, не позволяющих считать ее теорией, во всех отношениях удовлетворительно описывающей наблюдаемую Вселенную.

Попытки построения теории гравитации, свободной хотя бы от некоторых из этих недостатков, предпринимаются по сей день. Фактически общепризнанным является то, что любая попытка развития теории гравитации должна удовлетворять принципу соответствия с ОТО. Очень часто исходной посылкой для обобщения выступает принцип стационарности действия.

Но действие ОТО плохо определено<sup>1</sup>. Это непосредственно приводит к известной проблеме энергии-импульса<sup>2</sup> и, возможно, к трудностям на пути квантования гравитации. Недавно в целях разрешения этих трудностей профессором Н.А. Черниковым был предложен новый подход, в котором гравитация описывается метрикой на фоне нединамической аффинной связности<sup>3</sup>. Данная работа посвящена исследованию ряда вопросов, возникающих при этом подходе. Интерес к ним обусловлен следующими обстоятельствами:

1. В настоящее время в физике высоких энергий наблюдаются явления, напоминающие кризис. С одной стороны, вся материя описывается квантованными полями; с другой – построить законченную квантовую теорию гравитации никак не удается. Возможно, требуется более глубокий взгляд на саму процедуру квантования.

По-видимому, перспективным является подход Р. Фейнмана, активно развиваемый применительно к гравитации С. Хокингом. В этом

<sup>1</sup>Хокинг С. Интегралы по траекториям в приложении к квантовой гравитации. В кн. Общая теория относительности/под ред. С. Хокинга и В. Израэля. – М.: "Мир", 1993.

<sup>2</sup>см., например, Минкевич Н.В., Ефремов А.П., Нестеров А.И. Динамика полей в Общей теории относительности. – М.:Энергоатомиздат, 1985.

<sup>3</sup>Chernikov N.A. The relativistic Kepler Problem in the Lobachevsky Space. Acta Phys. Pol.B, 1993, v.24, p.927-950.

ГРЯЗЕВСКИЙ ВЛЮБЧИЙ  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
БИБЛИОТЕКА

подходе функционал действия играет крайне важную роль, и корректность вариационного принципа становится актуальной.

2. Необходимо, наконец, дать какое-либо окончательное разрешение затянувшейся дискуссии вокруг проблемы энергии-импульса гравитационного поля. Предлагаемый подход хорошо приспособлен для этой цели.
3. Наличие 4 $\infty$ -параметрической  $Diff(M)$ -инвариантности уравнений Эйнштейна приводит к некоторым крайне интересным следствиям, до сих пор систематически не исследовавшимся ввиду того, что похожесть  $Diff(M)$  на общекоординатные преобразования, с одной стороны, сильно усложняла групповой анализ уравнений, а с другой – делала его малоинтересным. В данном подходе появляется возможность отделить  $Diff(M)$ -инвариантность от общекоординатной ковариантности. Это открывает интересные перспективы группового анализа уравнений гравитационного поля.

Цель работы можно сформулировать так: необходимо исследовать вопросы, откуда появляется фоновая связность, что она дает для корректного определения функционала действия и разрешения проблемы энергии-импульса, провести анализ следствий наличия у фоновой связности группы движений, а также изучить общие свойства решений уравнений теории и свойства сферически-симметричных решений.

Научная новизна исследований состоит в следующем:

1. Систематически изучен вопрос о построении математически корректного функционала действия для классической гравитации.
2. Исследованы тензорные представления различных псевдотензоров энергии-импульса.
3. С помощью предлагаемого метода проведен анализ некоторых групповых свойств уравнений Эйнштейна.
4. Исследовано новое обобщение уравнений Эйнштейна; найдены нетривиальные решения обобщенных уравнений.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на VII Всесоюзной конференции "Современные теоретические и экспериментальные проблемы теории относительности и гравитации" (Ереван, 1988), на I, II, III, IV, V и VI ежегодных расширенных Международных семинарах ЛТФ "Гравитационная энергия и гравитационные волны" (Дубна, 1988 – 1993), на Рабочем совещании по разработке и созданию излучателя и детектора гравитационных волн (Дубна, 1989), на Всесоюзном рабочем совещании "Законы сохранения в Общей теории относительности" (Тарту, 1989), на Всесоюзной школе – семинаре "Актуальные проблемы квантовой теории поля" (Томск, 1990), на IX Международном совещании по проблемам квантовой теории поля (Дубна, 1990), на Международной научной конференции "Лобачевский и современная геометрия" (Казань, 1992), на VIII Всероссийской гравитационной конференции "Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации" (Пущино, 1993) на Фридмановском Международном семинаре по гравитации и космологии (Санкт-Петербург, 1993).

Публикации. По материалам диссертации опубликована 21 печатная работа.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, четырех дополнений и списка литературы, состоящего из 145 названий, 8 рисунков. Общий объем диссертации – 134 страницы.

## СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулирована цель работы и кратко изложены основные результаты. В конце введения приведен список используемых в диссертации обозначений.

Первая глава называется "Гравитация и аффинная связность". В ней рассматриваются причины, по которым фоновая связность оказывается полезной в теории гравитации следует

В первом параграфе определяются понятие инвариантности, ковариантности и фонового поля. Показано, как при переходе от лагранжиана Гильберта

$$L_H = \sqrt{-g}R \quad (1)$$

к лагранжиану Эйнштейна

$$L_E = \sqrt{-g} g^{mn} (\Gamma_{mb}^a \Gamma_{an}^b - \Gamma_{sa}^a \Gamma_{mn}^s) \quad (2)$$

появляется фоновая связность  $\tilde{\Gamma}_{jk}^i$  [1] – [3], а сам лагранжиан Эйнштейна оказывается частным случаем лагранжиана

$$\tilde{L} = \sqrt{-g} g^{mn} (P_{mb}^a P_{an}^b - P_{sa}^a P_{mn}^s), \quad (3)$$

где  $P_{mn}^s = \tilde{\Gamma}_{mn}^s - \Gamma_{mn}^s$  – тензор аффинной деформации. Для действия

$$\tilde{S} = \int \tilde{L} d^4x \quad (4)$$

вариационная производная

$$\tilde{\Psi}^{mn} = 2 \frac{\delta \tilde{S}}{\delta g_{mn}} \quad (5)$$

известна<sup>4</sup> и равна

$$\tilde{\Psi}^{mn} = \sqrt{-g} g^{ma} g^{nb} (\check{R}_{ab} + \check{R}_{ba} - \check{R}_{ij} g^{ij} g_{ab} - 2G_{ab}), \quad (6)$$

где  $\check{R}_{ik}$  – тензор Риччи для фоновой связности.

Если  $\check{R}_{(ik)} = 0$ , где скобки означают симметризацию, то уравнения

$$\tilde{\Psi}^{mn} = 0 \quad (7)$$

совпадают с уравнениями Эйнштейна

$$G_{ij} = 0. \quad (8)$$

Во втором параграфе предложена модель, в которой показано, как фоновая связность может стать динамической, то есть реальным физическим полем, подчиняющимся некоторым "уравнениям движения", следующим из лагранжиана

$$L_\Sigma = \tilde{L} + 2\Lambda_2 \sqrt{-g} + \frac{2}{\Lambda_1} \sqrt{|\det(\check{R}_{(ik)})|}, \quad (9)$$

где  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$  – некоторые константы [2, 4].

В третьем параграфе анализируется набор динамических переменных теории [5]. Производится сравнение действия теории с действием

<sup>4</sup>Черников И.А. Погружение гравитационного поля в пространство аффинной связности без кручения. – Дубна:ОИЯИ Р2-88-27, 1988.

Гиббонса-Хокинга. Показано, что вариационная задача с предлагаемым действием в евклидовом секторе соответствует корректной краевой задаче.

В четвертом параграфе показано, что наличие фонового кручения не сказывается на "уравнениях движения". Ограничения на фоновую связность, необходимые для получения из (3) уравнений Эйнштейна, имеют вид

$$\check{R}_{(ij)} = 0. \quad (10)$$

Показано, что пространство-время с нужной фоновой связностью всегда допускает спинорную структуру<sup>5</sup>.

Во второй главе диссертации, называющейся "Псевдотензор энергии-импульса и фоновая связность", показано, как с помощью фоновой связности можно построить тензорные представления псевдотензорных объектов [6, 7].

В первом параграфе сформулированы основные тождества и построены тензорные представления псевдотензоров Эйнштейна

$$E_b^a = (P_{mn}^a - P_{mn}^s \delta_m^a) (\check{V}_b - P_{bk}^k) g^{mn} - \frac{1}{\sqrt{-g}} \tilde{L} \delta_b^a \quad (11)$$

и тензора Папапетру

$$\Theta^{mn} = -2 \frac{\delta S}{\delta g_{mn}} = \sqrt{-g} \theta^{mn}. \quad (12)$$

Второй параграф посвящен исследованию вариации действия. Результаты сформулированы в явно ковариантном виде [8].

Вариационный метод применяется в третьем параграфе для изучения тензорного представления суперпотенциала [9]:

$$\tilde{\sigma}_m^{pk} = \frac{g_{am}}{\sqrt{-g}} \check{V}_s U^{sapk} - 2 \check{V}_s (\sqrt{-g} g^{kp} \delta_m^a), \quad (13)$$

где

$$U^{sapk} = (-g)(g^{sp} g^{ak} - g^{sk} g^{ap}).$$

В четвертом параграфе определяется тензор, соответствующий псевдотензору Ландау - Лифшица [10].

<sup>5</sup>Geroch R. Spinor structure of space-times in General Relativity.I. Jurnal Math. Phys. 1968, v. 9, 1739-1744.

Третья глава посвящена исследованию общих свойств описывающих физическую метрику уравнений, следующих из лагранжиана Эйнштейновского типа (3). Случай максимального вырождения этих уравнений соответствует уравнениям Эйнштейна.

В первом параграфе рассматриваются условия интегрируемости уравнений. Условия интегрируемости

$$\nabla_m \Psi^{mn} = 0 \quad (14)$$

сравниваются с обобщенными "условиями гармоничности" Де-Дондера - Ланцша - Фока [11, 3]

$$\check{\nabla}_i \sqrt{-g} g^{ij} = 0. \quad (15)$$

Оказывается, справедливо следующее утверждение:

1. Для того, чтобы (15) были следствиями (7),
  - (a) необходимо, чтобы симметричная часть тензора Риччи удовлетворяла условию  $\check{\nabla}_j \check{R}_{(ik)} = 0$ ;
  - (b) необходимо и достаточно, чтобы  $\check{\nabla}_j \check{R}_{(ik)} = 0$  и  $\det(\check{R}_{(ik)}) \neq 0$ . В этом случае (15) и (14) эквивалентны.
2. Если  $\check{\nabla}_j \check{R}_{(ik)} = 0$  и  $\det(\check{R}_{(ik)}) = 0$ , то (15) не противоречит (7), но (7) без (15) останутся вырожденными. Это означает, что
  - i. в решениях остается функциональный произвол;
  - ii. (15) могут быть постулированы как внешние условия, но они не являются следствием (7).

Интегральные законы сохранения, соответствующие группе движений фонового пространства, изучаются во втором параграфе с помощью стандартных алгоритмов Э. Нетер [13, 15, 14, 12]. Оказывается, что законы сохранения, следующие из уравнений Эйнштейна, вырождены (по терминологии Нетер, "несобственные"<sup>6</sup>). Связь несобственности законов сохранения и вырожденности уравнений отмечается в третьем параграфе

<sup>6</sup>Петер Э. Инвариантные вариационные задачи. В кн.: Вариационные принципы механики (под ред. Л.С. Полака) - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1959, с. 611-630.

[3]. Вырожденность уравнений связана с подвижностью фонового объекта. Однако, как показывается в четвертом параграфе, для вырожденности уравнений важна не группа движений фоновой связности, а структура ее тензора Риччи [3]. Условия вырожденности уравнений (7) следующие: симметричная часть тензора Риччи фоновой связности  $\check{R}_{(ij)}$  должна иметь такой нулевой вектор  $\eta$ , что производная Ли вдоль него от  $\check{R}_{(ij)}$  обращается в нуль.

Группа инвариантности действия вырожденных уравнений всегда может быть расширена до бесконечно-параметрической псевдогруппы Ли. В пятом параграфе производится построение такого расширения [16, 17, 18, 3].

Степень вырожденности уравнений, то есть количество независимых тождеств между ними, выясняется в шестом параграфе. Оказывается, что всего имеется  $\dim(R_s/H_M)$  независимых тождеств. Здесь  $R_s$  - алгебра Ли группы инвариантности  $\check{R}_{(ij)}$ , порожденная нулевыми векторными полями тензора  $\check{R}_{(ij)}$ , а  $H_M$  - алгебра Ли группы изотропии точки  $M$ .

Четвертая глава называется "Теория гравитации на фоне пространства Лобачевского".

В ней исследуется точное вакуумное сферически-симметричное статическое решение. Фоновая связность полагается кристоффелевой. Фоновая метрика отличается от метрики Минковского и представляет собой прямое произведение трехмерного пространства Лобачевского на одномерное "космическое время"  $c^2 dt^2$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - k^2 \operatorname{sh}^2 \frac{r}{k} (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2).$$

Уравнения, получающиеся из Розеновского лагранжиана (3), отличаются от уравнений Эйнштейна. Представляется интересным получить сферически-симметричное решение и сравнить его с известным решением Шварцшильда.

Оказывается, имеются две ветви решения. Обозначая

$$\begin{aligned} d\Omega^2 &= d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2, \\ \Lambda_1 &= \exp(2r_0/k) \frac{\operatorname{sh} \frac{r-r_0}{k}}{\operatorname{sh} \frac{r+r_0}{k}}, \end{aligned}$$

$$\Lambda_2 = \exp(2r_0/k) \frac{\sinh \frac{r-r_0}{k}}{\cosh \frac{r+r_0}{k}}$$

их можно записать

$$ds_1^2 = \Lambda_1 c^2 dt^2 - \Lambda_1^{-1} dr^2 - \exp(-2r_0/k) k^2 \sinh^2 \frac{r+r_0}{k} d\Omega^2, \quad (16)$$

$$ds_2^2 = \Lambda_2 c^2 dt^2 - \Lambda_2^{-1} dr^2 - \exp(-2r_0/k) k^2 \cosh^2 \frac{r+r_0}{k} d\Omega^2. \quad (17)$$

Первая ветвь содержит шварцшильдоподобную особенность на горизонте событий, а вторая описывает проходимую кротовую нору и, следовательно, требует для своего описания продолжения фоновой метрики на область, в которой радиальная координата принимает отрицательные значения.

В первом параграфе обсуждается вопрос о выборе фоновой связности. Оказывается, что предлагаемая метрика порождает фоновую связность Кристоффеля, которая соответствует случаю минимальной вырожденности гравитационных уравнений [3, 20, 21]. Сами уравнения выписаны и решены во втором параграфе.

Для фиксации констант интегрирования накладывается требование соответствия с нерелятивистским случаем. Предельный переход для метрики Шварцшильда дает закон Ньютона. Для рассматриваемой метрики предельный переход должен привести к нерелятивистской теории гравитации в пространстве Лобачевского. Такая теория известна<sup>7</sup>. Третий параграф содержит описание процедуры предельного перехода.

Вопросам радиального движения пробных тел посвящен четвертый параграф. Выясняется, что радиально движущиеся пробные тела в первой ветви решения ведут себя полностью аналогично поведению пробных тел в метрике Шварцшильда. Вторая ветвь описывает отталкивание. Кроме того, исходное многообразие оказывается геодезически неполным. Точка  $r = 0$  фонового пространства соответствует физическая сфера конечного радиуса, которую пробные частицы могут беспрепятственно пересекать.

Непротиворечивая физическая интерпретация подобной метрики приводится в пятом параграфе. Она требует изменения топологии исходного

фонового пространства. В этом же параграфе качественно исследован процесс падения наблюдателя в кротовую нору.

В заключении обсуждаются полученные результаты и предлагается возможная интерпретация фоновой связности, а также указывается на связь рассматриваемой теории с решениями ОТО на космологическом фоне.

Приложение А содержит формулировку теорем Стокса и Гаусса в обозначениях, используемых в диссертации.

В приложении В приводятся необходимые сведения о 3+1 - разбиении пространства - времени.

Приложение С посвящено вопросам согласованности краевых и вариационных задач в теории поля – эти рассуждения вынесены в приложение, поскольку не имеют непосредственного отношения к теме диссертации.

В приложении D найден общий вид радиальных геодезических сферически-симметричной статической метрики.

Основные результаты диссертации, выносимые на защиту:

1. Показано, что корректность лагранжева подхода может быть обеспечена введением в гравитационный лагранжиан фоновой аффинной связности.
2. Предложена модель, в которой фоновая связность перестает быть фоновой и приобретает динамический характер.
3. Доказано, что требование инвариантности действия приводит к тому, что содержащий фоновую связность лагранжиан, зависящий от частных производных метрики не выше первого порядка и не зависящий от производных фоновой связности, может зависеть только от главного объекта и тензора аффинной деформации.
4. Для такого лагранжиана определен канонический тензор энергии-импульса. В важнейшем частном случае это псевдотензор Эйнштейна. Установлен ряд соотношений между каноническим тензором и функциональной производной от действия по фоновой связности.

<sup>7</sup>Chernikov N.A. *Introduction of the Lobachevsky Geometry Into the Newton Theory of Gravitation*. В сб. Проблемы физики высоких энергий и теории поля. Тр.XIV семинара, Протвино, 1991. – Москва:Наука 1992, с.145-150.

5. Подробно исследован лагранжиан Эйнштейновского типа, содержащий фоновую связность. С помощью вариационного метода определено выражение, соответствующее суперпотенциалу Эйнштейна. По аналогии с этим выражением вводится обобщенный супер势能, соответствующий тензору Ландау - Лифшица и определяется тензор, соответствующий псевдотензору Ландау - Лифшица.
6. Получены условия вырождения уравнений теории. Подробно изучен вопрос о соотношении обобщенных условий гармоничности Де-Дондера - Фока и условий интегрируемости уравнений теории.
7. Исследован вопрос об интегральных законах сохранения. Показано, что существование группы движений фоновой связности приводит к наличию сохраняющихся токов Нетер. Но в случае уравнений Эйнштейна структура этих токов такова, что законы сохранения становятся несобственными, а группа инвариантности действия может быть расширена до бесконечно - параметрической псевдогруппы Ли.
8. В качестве примера рассмотрена фоновая связность, являющаяся связностью Кристоффеля для метрики, представляющей собой прямое произведение трехмерного пространства Лобачевского на одномерное время. Записаны и решены уравнения для сферически-симметричной метрики, при этом обнаружено новое решение, описывающее "кроверовую нору".
9. Найдены изотропные и времениподобные радиальные геодезические. Качественно исследовано падение наблюдателя в "кроверовую нору".
- [3] Tentyukov M.N. *Gravitational theory with Local Quadratic Lagrangian*. Hadronic Jurnal Supplement, 1993, v.8, p.51-79.
- [4] Тентюков М.Н. О теории гравитации с динамической аффинной связностью. В сб.: Труды V семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", – Дубна; ОИЯИ Р2-92-559, 1992, с.85-91.
- [5] Тентюков М.Н. Квадратичный по производным гравитационный лагранжиан первого порядка. В сб.: Тезисы VIII Российской гравитационной конференции "Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации" (Пущино, 1993). – М:РГА, 1993, с.83.
- [6] Тентюков М.Н. О тензоре энергии-импульса гравитационного поля, погруженного в пространство аффинной связности без кручения. Материалы VII Всесоюзной гравитационной конференции. – Ереван, изд-во Ереванского госуниверситета, 1988, с.221-222.
- [7] Тентюков М.Н. Общековариантное представление псевдотензора энергии-импульса гравитационного поля. Acta Physica Polonica, 1989, v.B20, N8, p.659-662.
- [8] Тентюков М.Н. Вариационный метод Гильберта и псевдотензор Эйнштейна. ОИЯИ Сообщение Р2-88-182, 1988, Дубна.
- [9] Тентюков М.Н. Ковариантное представление псевдотензора Эйнштейна. В сб.: Труды I семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", – Дубна, ОИЯИ Р2-89-138, 1989, с.39-44.
- [10] Тентюков М.Н. Общековариантное представление псевдотензора Ландау-Лифшица. ОИЯИ Сообщение Р2-88-483, 1988, Дубна.
- [11] Тентюков М.Н. Фоновая связность и условия гармоничности. В сб.: Труды IV семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", – Дубна, ОИЯИ Р2-92-12, 1992, с.61-68.
- [12] Тентюков М.Н. Закон сохранения энергии при наличии гравитации. В сб.: Проблемы теоретической и экспериментальной гравитации. – Минск: "Университетское", 1992, с.32-41.

Результаты диссертаций опубликованы в работах:

- [1] Тентюков М.Н. Теорема Нетер при наличии в лагранжиане нединамических (фоновых) полей. В сб.: Труды II семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", – Дубна, ОИЯИ Р2-90-245, 1990, с.27-31.
- [2] Tentyukov M.N. *Gravitational theory with the dynamical affine connection*. JINR Preprint E2-92-491, 1992, Dubna.

- [13] Тентюков М.Н. Сохраняющиеся интегральные характеристики гравитационного поля. Acta Physica Polonica, 1989, v.B20, N8, p.663-669.
- [14] Tentyukov M.N. Gravity and the concept of energy. Acta Physica Polonica, 1989, v.B20, N11, p.911-920.
- [15] Тентюков М.Н. Об интегральных законах сохранения энергии гравитационного поля. В сб.: Труды Рабочего совещания по разработке и созданию излучателя и детектора гравитационных волн, – Дубна, ОИЯИ D4-89-221, 1989, с.22-29.
- [16] Тентюков М.Н. Структура сохраняющихся токов в теории гравитации с фоновой связностью. ОИЯИ Сообщение Р2-89-836, 1989, Дубна.
- [17] Tentyukov M.N. Conservation Laws in the Theory of Gravitation with the Background Connection. JINR Preprint E2-91-319, 1991, Dubna.
- [18] Tentyukov M.N. About symmetry of the Gravitational action. JINR Preprint E2-91-580, 1991, Dubna.
- [19] Тентюков М.Н. Теория гравитации на фоне пространства постоянной кривизны. В сб.: Труды III семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", – Дубна, ОИЯИ Р2-91-164, 1991, с.35-41.
- [20] Тентюков М.Н. О сферически-симметричном решении уравнений гравитационного поля в пространстве Лобачевского. ОИЯИ Препринт Р2-92-469, 1992, Дубна.
- [21] Tentyukov M.N. On the spherical-symmetric metric on the background of the Lobachevsky space. JINR Preprint E2-92-515, 1992, Dubna.

Рукопись поступила в издательский отдел  
14 января 1994 года.