

К-431

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**  
**ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

2 - 9388

**КИРИЛЛОВ**  
**Андрей Игоревич**

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СТРУКТУРА СОСТАВНЫХ АДРОНОВ**

**Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая  
физика**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

**(Диссертация написана на русском языке)**

Дубна 1975

Диссертация выполнена в ордена Ленина Математическом институте имени В.А.Стеклова АН СССР.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук профессор Ю.М.Широков,  
кандидат физико-математических наук В.Е.Троицкий.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук А.В.Ефремов,  
кандидат физико-математических наук В.И.Кукулин.

Официальная оппонирующая организация:

Институт физики высоких энергий.

Автореферат разослан " \_\_\_\_\_ 197 г.

Защита диссертации состоится " \_\_\_\_\_ 197 г.

на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики

Объединенного Института ядерных исследований.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А.Асанов.

2 - 9388

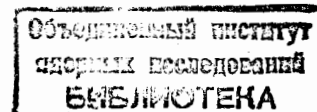
КИРИЛЛОВ  
Андрей Игоревич

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СТРУКТУРА СОСТАВНЫХ АДРОНОВ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)



Хорошо известно, что электромагнитные формфакторы содержат в себе богатую информацию об адронной структуре. Поэтому их экспериментальное и теоретическое изучение представляет большой интерес. За последние два десятилетия накоплены многочисленные данные о формфакторах ядер, нуклонов,  $\pi$ - и  $K$ - мезонов. Для анализа этих данных были разработаны теоретические методы, важнейшими из которых являются: 1) метод дисперсионных соотношений по квадрату переданного импульса  $q^2$ ; 2) формализм потенциального рассеяния.

Отличительной чертой дисперсионного метода является то, что в его рамках эффекты сильных взаимодействий учитываются в терминах экспериментальных наборов фазовых сдвигов. Это дает возможность обойтись без использования каких-либо динамических моделей сильных взаимодействий. Но дисперсионные соотношения пока применяются в духе т.н. "идеологии ближайших особенностей". Поэтому они пригодны для описания формфакторов только при  $|q^2| < 1 \div 2$  (Гэв/с)<sup>2</sup>. В частности, с помощью дисперсионной техники пока не удалось исследовать асимптотическое поведение формфакторов. Для этой цели лучше всего приспособлен подход, в рамках которого адроны трактуются как составные частицы и их структура описывается волновой функцией. Однако результаты такого подхода существенно зависят от выбора потенциала взаимодействия между составляющими адрон частицами.

Цель настоящей диссертации – развить дисперсионный метод расчета составных моделей, в котором бы взаимодействие между компонентами адрона было выражено через фазовые сдвиги. Основания такого подхода были заложены Ю.М.Широковым в работе /1/ при анализе общего вопроса о связях между полями и частицами в квантовой теории поля. В работе /2/ было получено интегральное представление для формфакторов релятивистской двухчастичной системы, выражающее их через формфакторы составляющих систему частиц и фазу их упругого взаимодействия. При этом неупругим взаимодействием пренебрегалось и не учитывались сингулярности, расположенные в нефизической области. В диссертации уточняются исходные предположения работ /1,2/ и дается новый вывод интегрального представления для двухчастичных формфакторов. Показано, как в этом представлении учесть неупругие взаимодействия. Исследованы сингулярности в нефизической области. Установлена связь подхода Ю.М.Широкова с дисперсионной теорией взаимодействий в конечном состоянии. В результате получается релятивистский метод, пригодный для практического описания рассеяния электрона на связанном состоянии сильновзаимодействующих частиц. В настоящей диссертации этот метод применяется для исследования асимптотического поведения нуклонных формфакторов.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и четырех приложений.

Во введении определены электромагнитные формфакторы нуклона, дейтрона,  $\pi$ - и  $K$ - мезонов и обсуждены их

общие свойства. Дан краткий обзор основных направлений теории электромагнитных формфакторов. Продемонстрирована целесообразность релятивистского метода расчета составных моделей, в котором сильное взаимодействие внутри адрона учитывалось бы в терминах фазовых сдвигов.

В первой главе исследуются сингулярности формфакторов двухчастичных систем, расположенные в окрестности физической области. В § I рассмотрена нерелятивистская модель, в которой взаимодействие описывается суперпозицией юкавских потенциалов. Показано, что в этой модели формфактор связанной части матричного элемента тока можно представить в виде

$$F_c(kp, q, lp') = F^{10}(kp+io, q, lp') + F^{01}(kp, q, -lp'+io), \quad (1)$$

где функции  $F^{10}(z, q, x)$  и  $F^{01}(x, q, z)$  аналитичны по  $z$  в окрестности вещественной оси, но непродолжимы в комплексную плоскость по переменной  $x$ . В (1)  $p$  и  $p'$  – импульсы относительного движения в начальном и конечном состоянии,  $q$  – абсолютная величина переданного импульса,  $k$  и  $l$  – индексы базиса. Векторам *out*-базиса соответствует индекс  $+1$ , *in* – базиса  $-1$ . В (1) допускается, что *bra*- и *ket*- векторы могут принадлежать разным

базисам, как, например, в случае матричного элемента  $\langle \bar{p}_1, \bar{p}_2 \text{ out} | j_\mu(0) | \bar{p}'_1, \bar{p}'_2 \text{ in} \rangle$  ( $k=+1, \ell=-1$ )

В § 2 сформулировано предположение, согласно которому релятивистский формфактор  $F_c(s, k; q^2; s', \ell)$  можно представить в виде, аналогичном (I):

$$F_c(s, k; q^2; s', \ell) = F^{I0}(s+iko, k; q^2; s', \ell) + F^{OI}(s, k; q^2; s'-i\ell_0, \ell). \quad (2)$$

Здесь  $s$  и  $s'$  - квадраты энергии относительного движения частиц в начальном и конечном состоянии,  $q^2$  - квадрат переданного 4 - импульса,  $k$  и  $\ell$  - индексы базиса. Функции  $F^{I0}(z, k; q^2; x, \ell)$  и  $F^{OI}(x, k; q^2; z, \ell)$  предполагаются аналитичными по  $z$  в окрестности физической области с правым разрезом от  $(m_1+m_2)^2$  до  $+\infty$ . По переменной  $x$   $F^{I0}$  и  $F^{OI}$  не продолжают в комплексную область.

Следуя работе [3], в § 2 из (2) выводим интегральное представление для  $F_c(s, k; q^2; s', \ell)$  вида:

$$F_c(s, k; q^2; s', \ell) = -\frac{1}{2\pi i B(s+iko)} \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} \frac{dx \Delta B(x) F_0(x, q^2, s')}{x-s-iko} - \frac{1}{2\pi i B(s'+i\ell_0)^*} \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} dy \frac{F_0(s, q^2, y) \Delta B(y)^*}{y-s'+i\ell_0} + \frac{1}{4\pi^2 B(s+iko) B(s'+i\ell_0)^*} \iint_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} \frac{\Delta B(x) F_0(x, q^2, y) \Delta B(y)^* dx dy}{(x-s-iko)(y-s'+i\ell_0)} + (2\pi i B(s+iko))^{-1} \times$$

$$\times \int_{\sigma}^{\infty} \frac{dP'^2 B_+(P'^2)}{P'^2 - s - iko} \sum_{n \neq 2} \langle P'(+)|n(-)\rangle \langle n(-)|j(0)|P', \ell\rangle -$$

$$- \frac{1}{2\pi i B(s'+i\ell_0)^*} \int_{\sigma}^{\infty} \frac{dP'^2 B_+(P'^2)}{P'^2 - s' + i\ell_0} \sum_{m \neq 2} \langle P(k)|j(0)|m(-)\rangle \cdot$$

$$\times \langle m(-)|P'^2(+)\rangle + \frac{1}{4\pi^2 B(s+iko) B(s'+i\ell_0)^*} \iint_{\sigma}^{\infty} \frac{dP^2 dP'^2 B_+(P^2) B_+(P'^2)}{(P^2 - s - iko)(P'^2 - s' + i\ell_0)^*}$$

$$\sum_{n \neq 2} \sum_{m \neq 2} \langle P(+)|n(-)\rangle \langle n(-)|j(0)|m(-)\rangle \langle m(-)|P'(+)\rangle + \quad (3)$$

$$+ \frac{C(s; q^2; s', \ell)}{B(s+iko)} + \frac{C(s'; q^2; s, k)^*}{B(s'+i\ell_0)^*} + \frac{1}{2\pi i B(s+iko) B(s'+i\ell_0)^*} \times$$

$$\times \left\{ \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} \frac{dx}{x-s-iko} [B_-(x) C(s, q^2; x, -1)^* - B_+(x) \cdot$$

$$\cdot C(s'; q^2; x, +1)^*] - \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} \frac{dy}{y-s'+i\ell_0} \cdot$$

$$\cdot [B_-(y)^* C(s, q^2; y, -1) - B_+(y)^* C(s, q^2; y, +1)] \Big\}.$$

Здесь  $\Delta B(x) = B(x+i0) - B(x-i0)$ ,

$$B(z) = \exp \left\{ -\frac{i}{\pi} \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} \frac{\delta(x) dx}{x-z} \right\}, \quad (4)$$

$\delta$  - фаза рассеяния,  $F_0(s, q^2, s')$  - формфактор несвязанной части матричного элемента тока, функция

$C(s; q^2; s', \ell)$  аналитична по  $s$  в окрестности физической области и в остальном неизвестна.

В интегральном представлении (3) сингулярности функций  $F^{10}$  и  $F^{01}$ , фигурирующих в (2), разделены: вклад правых разрезов в  $F^{10}$  и  $F^{01}$  выражен через матрицу рассеяния, а вклад разрезов, расположенных в нефизической области, входит в виде неизвестной функции  $C(s; q^2; s', \ell)$ . Польза такого разделения обусловлена тем, что в функциях  $F^{10}$  и  $F^{01}$  вклад правого разреза доминирует. Поэтому результат мало чувствителен к явному виду  $C(s; q^2; s', \ell)$ .

В § 3 показано, что если в (3) пренебречь вкладом неупругих взаимодействий и если  $C(s; q^2; s', \ell)$  не зависит от  $\ell$ , то формфактор

$$F_{\Gamma\Gamma}(s, q^2, s') = F_0(s, q^2, s') + F_c(s, +; q^2; s', -)$$

удовлетворяет уравнению

$$F_{\Gamma\Gamma}(s, q^2, s') = F_{0\Gamma}(s, q^2, s') + \tilde{F}_{\Gamma\Gamma}(s, q^2, s') + (5)$$

$$+ \frac{\Gamma \cdot F(q^2, s')}{s - m^2} + \frac{1}{\pi} \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} dx \frac{e^{-i\delta(x)} \sin \delta(x) F_{II}(x, q^2, s')}{x - s - i0},$$

где  $\tilde{F}_{\Gamma\Gamma}(s, q^2, s')$  - вклад разрезов в нефизической области по переменной  $s$  и  $F_{0\Gamma}$  - определяется из уравнения

$$F_{0\Gamma}(s, q^2, s') = F_0(s, q^2, s') + \tilde{F}_{0\Gamma}(s, q^2, s') + (6)$$

$$+ \frac{\Gamma \cdot F_{\text{возн.}}(s, q^2)}{s' - m^2} + \frac{1}{\pi} \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} dx \frac{e^{-i\delta(x)} \sin \delta(x) F_{01}(s, q^2, x)}{x - s' - i0}.$$

Здесь  $\tilde{F}_{0\Gamma}$  - вклад в  $F_{0\Gamma}$  разрезов в нефизической области по  $s'$ .

Уравнение (6) описывает поправку к  $F_0$  на взаимодействие в начальном состоянии, а (5) - поправку к  $F_{0\Gamma}$  на взаимодействие в конечном состоянии /4,5/. Поэтому  $F_{0\Gamma}$  можно представить графически в виде:

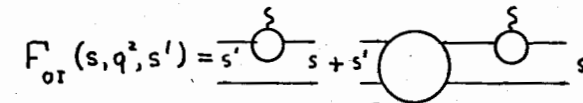


Рис. 1

а  $F_{\Gamma\Gamma}(s, q^2, s')$  в виде:

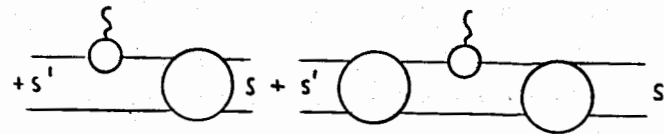
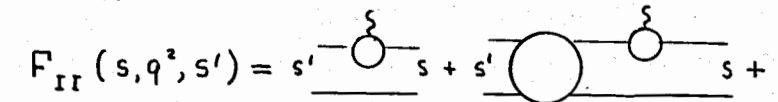


Рис. 2



Полюсные члены в (6) и (5) соответствуют диаграммам рис. 3а и в.

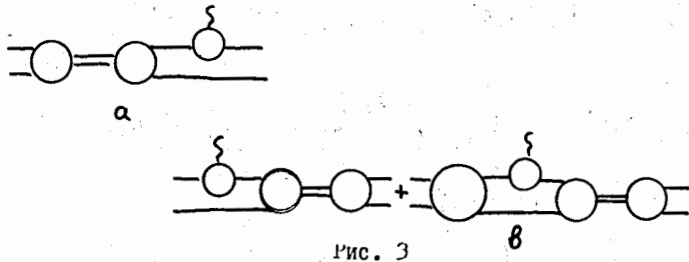


рис. 3

Если  $\delta((m_1+m_2)^2) - \delta(\infty) = \mathcal{T}$ , то уравнения (5) и (6) будут иметь решение только при условии, что

$$\int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} dx \frac{\Delta B(x)}{x-(m_1+m_2)^2} \left[ F_{01}(x, q^2, s') + \tilde{F}_{11}(x, q^2, s') - \frac{\Gamma \cdot F(q^2, s')}{x-m^2} \right] = 0 \quad (7)$$

и

$$\int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} dx \frac{\Delta B(x)}{x-(m_1+m_2)^2} \left[ F_0(s, q^2, x) + \tilde{F}_{01}(s, q^2, x) + \frac{\Gamma F_{\text{вотн}}(s, q^2)}{x-m^2} \right] = 0. \quad (8)$$

Поэтому при  $\delta((m_1+m_2)^2) - \delta(\infty) = \mathcal{T}$  вычеты в одночастичных полюсах в (5) и (6) выражаются через вклад правого разреза и через вклад сингулярностей в нефизической области. Такая ситуация имеет место в случае формфакторов  $np$ -системы в  ${}^3S$ - и  ${}^3D$ -состоянии, что позволяет, исходя из (7) и (8), выполнить единый расчет процессов упругого  $ed$ -рассеяния и электрорасщепления дейтрона.

Если  $\delta((m_1+m_2)^2) - \delta(\infty) \leq 0$ , то условия (7) и (8) уже не необходимы для существования решений уравнений (5) и (6). Поэтому вычеты в одночастичных полюсах, вообще говоря, не связаны с вкладами других сингулярностей функций  $F_{01} - F_0$  и  $F_{11} - F_{01}$ . Такая ситуация имеет место в случае формфакторов  $\mathcal{TN}$ -системы в  $P_{11}$ -состоянии. В § 3 сформулировано предположение, согласно которому соотношения (7) и (8) выполняются для этих формфакторов. Тогда электромагнитные свойства нуклона можно описывать точно так же, как и дейтрона.

В главе II исследуются сингулярности, расположенные в нефизической области.

В § I найдено приближенное выражение для вклада левых разрезов в нерелятивистскую амплитуду электрорасщепления дейтрона. Показано, что результаты дисперсионного подхода воспроизводятся в шредингеровской теории электрорасщепления, если волновая функция  $np$ -системы имеет вид:

$$\psi^{(+)}(p, z) = \sin p z + a(p, z) - \frac{1}{\pi f(p)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{Im} f(p') (\sin p' z - a(p', z))}{p' - p - i0} dp' \quad (9)$$

где  $f(p)$  - функция Йоста,

$$a(p, z) = 2 \text{Re} \int_{\mu}^{\infty} d\sigma \int_{\mu}^{\sigma} d\beta \frac{g(\beta, \sigma)}{p - \beta \frac{1}{2}} e^{-\sigma z} \left( e^{-ipz} - e^{\frac{\beta z}{2}} \right), \quad (10)$$

и  $\mu^{-1}$  - радиус  $np$ -взаимодействия. Функция  $a(p, z)$

воспроизводит нефизические разрезы амплитуды электрорасщепления. Показано, что при  $a(p, \tau) = 0$  волновая функция дает очень грубое описание  $n\bar{p}$ -системы типа того, которое получается в приближении "нулевого радиуса". В более реалистическом случае, когда "эффективный радиус" отличен от нуля, волновые функции  $\psi^{(+)}(p, \tau)$  с  $a(p, \tau) = 0$  не образуют полной системы и не удовлетворяют условию нормировки

$$\int_0^{\infty} d\tau \psi^{(+)}(p', \tau)^* \psi(p, \tau) = \frac{\pi}{2} \delta(p' - p). \quad (II)$$

Кроме того, вычет  $\psi^{(+)}(p, \tau)$  в дейтронном полюсе (т.е. волновая функция дейтрона) при  $a(p, \tau) = 0$  оказывается нормированным не на единицу, а на  $0,75$ .

Однако, если аппроксимировать  $\varrho(\beta, \sigma)$  в (10) даже самым простым выражением, то положение существенно улучшается. Например, если положить  $\varrho(\beta, \sigma) = v \delta(\beta - \mu) \delta(\sigma - \mu)$  и определить  $v$ , потребовав, чтобы условие (II) выполнялось с гораздо большей точностью, чем при  $\varrho(\beta, \sigma) = 0$ , то для дейтронной волновой функции получается выражение, очень близкое к тем, которые используются в реалистических дейтронных расчетах. Это говорит о том, что хотя и нельзя не учитывать нефизические разрезы, но уже довольно грубой аппроксимации их вклада может оказаться вполне достаточно для реалистического численного расчета процессов  $ed$ -рассеяния.

В § 2 обобщаются результаты § I, касающиеся волновой функции (9). Показано, что если потенциал представляет собой суперпозицию потенциалов Юкавы, то  $\psi^{(+)}(p, \tau)$  в импульсном представлении удовлетворяет сингулярному интегральному уравнению, с помощью которого можно восстановить  $\psi^{(+)}(p, \tau)$  по физической матрице рассеяния с точностью до функции  $a(p, \tau)$  вида (10). Это значит, что формулы (9) и (10) дают наиболее общий вид волновой функции для суперпозиции потенциалов Юкавы. Чтобы фиксировать  $a(p, \tau)$  следует аппроксимировать ее суммой членов вида

$$\operatorname{Re} \frac{A}{p - i\beta} e^{-\sigma\tau} (e^{-i p \tau} - e^{\beta\tau})$$

и определить параметры, фигурирующие в этом выражении из условия (II). Рассмотрение § 2 представляет собой вариант дисперсионного подхода к обратной задаче рассеяния, предложенного Ю.М. Широковым в работе /1/.

В § 3 обсуждаются различные аппроксимации левых разрезов, которые предлагались в релятивистских численных расчетах электрорасщепления дейтрона и электророждения пиона на нуклоне. Сделан вывод о том, что результаты этих расчетов мало чувствительны к виду аппроксимации. Это, в частности, означает, что вклад функций  $C(s; q^2; s', \ell)$  в (3) можно находить, например, по теории возмущений.

В главе III развитый в настоящей диссертации метод применяется для исследования нуклонных формфакторов  $G_E(q^2)$  и  $G_M(q^2)$  при больших  $-q^2$ .



При этом предполагается, что соотношения (7), (8) выполняются для формфакторов  $\pi N$ -системы в  $P_{11}$ -состоянии.

§ I содержит обоснование постановки задачи. Здесь показано, что неупругие взаимодействия, которые весьма существенны в  $P_{11}$ -канале, не дают вклада в асимптотику нуклонных формфакторов. Приведены доводы в пользу того, что сингулярности в нефизической области изменяют только коэффициент при главном члене асимптотического разложения  $G_E(q^2)$  и  $G_M(q^2)$ . Таким образом, в задаче о поведении нуклонных формфакторов при больших  $-q^2$  возникают существенные упрощения: необходимо учитывать только вклад правого разреза, скачок на котором выражается через фазу рассеяния с помощью условия упрямой унитарности.

В § 2 излагается кинематика системы из невзаимодействующих пиона и нуклона в  $P_{11}$ -состоянии. Формфакторы невязанной части матричного элемента тока  $\pi N$ -системы в явном виде выражены через формфакторы пиона и нуклона.

В § 3 получена система алгебраических уравнений, выражающих нуклонные формфакторы через пионные и фазу  $\pi N$ -рассеяния в  $P_{11}$ -состоянии. Изоскалярные формфакторы удовлетворяют однородной системе, откуда следует, что  $G_E^S(q^2)$  и  $G_M^S(q^2) = 0$ . Этот результат означает, что при

$$-q^2 \rightarrow \infty \quad G_{E,M}^V(q^2) \gg G_{E,M}^S(q^2).$$

Показано, что при  $-q^2 \rightarrow \infty$

$$G_{E_{n,p}}(q^2) \sim G_E^V(q^2) \sim F_{\pi}(q^2) \frac{A \cdot (1 - \eta_{11}(-q^2)) + B \sin \delta_{11}(-q^2)}{\sqrt{-q^2}}, \quad (12)$$

$$G_{M_{n,p}}(q^2) \sim G_M^V(q^2) \sim F_{\pi}(q^2) \frac{C(1 - \eta_{11}(-q^2)) + D \sin \delta_{11}(-q^2)}{(-q^2) \sqrt{-q^2}}. \quad (13)$$

Здесь  $F_{\pi}(q^2)$  - формфактор  $\pi^+$ -мезона,  $\eta_{11}$  - параметр неупругости,  $\delta_{11}$  - фаза  $\pi N$ -рассеяния в  $P_{11}$ -состоянии.

Формулы (12) и (13) в явном виде устанавливают зависимость асимптотического поведения нуклонных формфакторов от динамики  $\pi N$ -взаимодействия.

В методических целях рассмотрено поведение при  $-q^2 \rightarrow \infty$  формфактора бесспинового связанного состояния двух скалярных частиц. Показано, что если фазы брать в "лестничном" приближении, то развитый в настоящей диссертации метод дает

$$F(q^2) \sim \frac{\ln(-q^2)}{q^4},$$

что в точности совпадает с тем результатом, который получается в формализме Бете-Солпитера.

В разделе "Заключение" содержится сводка основных результатов диссертации и их обсуждение.

В приложении I разъяснены обозначения и приведены соотношения нормировки. В приложении II выведено спектральное представление для решения Йоста. Это представление в замкнутой форме содержит всю необходимую в § I гл. I и § 2 гл. II информацию об аналитических свойствах решения Йоста. Приложение III содержит решение краевой задачи Римана на

полуоси, которое используется в главах I и II. В приложении IV приведены явные выражения для функций, фигурирующих в формуле для формфакторов несвязной части матричного элемента тока  $\pi N$ -системы в  $P_{11}$ -состоянии.

Основные результаты, вошедшие в диссертацию, опубликованы в работах /3-6/. Все они докладывались на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР (в 1972 и 1975 гг.), на IX Рабочем совещании по теории элементарных частиц (г.Ужгород, 1973 г.) и на Международной школе-семинаре молодых ученых по физике элементарных частиц (г.Сочи, 1974 г.).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Yu.M.Shirokov. Nucl. Phys., В6, 158, 1968.
- 2 В.Е.Троицкий, Ю.М.Широков. ТМФ, I, 213, 1969.
- 3 А.И.Кириллов. ТМФ, 20, 194, 1974.
- 4 А.И.Кириллов, В.Е.Троицкий, С.В.Трубников, Ю.М.Широков. ЭЧАЯ, 6, вып. I, 3, 1975.
- 5 А.И.Кириллов, В.Е.Троицкий. Международная школа-семинар молодых ученых по актуальным проблемам физики элементарных частиц (г.Сочи. 10-19 октября 1974 г.). Издание ОИЯИ, PI, 2-8529, Дубна, 1975, стр. 282.
- 6 А.И.Кириллов, В.Е.Троицкий, Ю.М.Широков. Physics Letters, 39B, 249, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел  
16 декабря 1975 года.