ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

2-92-466

НЕДЕЛЬКО
Сергей Николаевич

УДК 530.145

НЕЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И ФАЗОВАЯ СТРУКТУРА $(\varphi^4)_d$ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Специальность: 01.04.02 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1992

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного Института Ядерных Исследований (г. Дубна).

Научный руководитель -
доктор физико-математических наук Г.В. ЕФИМОВ.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук Г.М. ЗИНОВЬЕВ
(Институт Теоретической Физики АН Украины, г.Киев),

кандидат физико-математических наук А.А. ВЛАДИМИРОВ
(ЛТФ ОИЯИ, г.Дубна).

Ведущая организация - Математический Институт РАН им. В.А.Стеклова (г.Москва).

Защита состоится "______" _________ 1992 г. в ____ часов на заседании специализированного Совета К.047.01.01 по адресу: 141980, г. Дубна, ЛТФ ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан "______" _________ 1992 г.

Ученый секретарь
специализированного Совета
кандидат физ.-мат. наук А.Е. ДОРОХОВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Актуальность темы диссертации.

Около двадцати лет назад Коулменом и Вайнбергом (S.Coleman, E.Weinberg, *Radiative corrections as the origin of spontaneous symmetry breaking*, Phys.Rev., 1973, **D7**, No.6, p.1888-1910) было установлено, что радиационные поправки могут приводить к спонтанному нарушению симметрии (SSB) в теориях, в которых квазиклассическое (древесное) приближение не показывает такого нарушения.

Приблизительно в то же время Киржниц и Линде показали (Д.А. Киржниц, *Модель Вайнберга и горячая вселенная*, Письма ЖЭТФ, 1972, **т. 15**, No.12, с.745-748; A.D.Linde,*Phase transitions in gauge theories and cosmology*, Rep.Prog.Phys., 1979, **v.42**, No.3, p. 389-437), что в некоторых теориях поля с SSB, постулируемым при нулевой температуре, с ростом температуры происходит восстановление симметрии (см. также (R. Su, P. Bi, G. Ni, *The soliton solutions of the* $(1+1)$*-dimensional real* ϕ^4 *field at finite temperature*, J.Phys., 1983, **A16**,No.11,p.2445-2456; В.А. Осипов, В.К. Федянин, *Эффекты, обусловленные конечными значениями температуры и химического потенциала, в некоторых двумерных полевых теориях*, ТМФ, 1987, **т.73**; No.3, с.393-407; I.Roditi, *Scalar fields at finite temperature: Gaussian effective potential approach*, Phys.Lett., 1986, **B169**, No.2&3, p.264-270))

Иначе говоря, оказалось, что квантовополевые системы обладают сложной фазовой (вакуумной) структурой, и при определенных значениях констант связи и температуры в них могут происходить фазовые переходы.

Дальнейший прогресс в исследовании фазовой структуры полевых систем связан с развитием непертурбативных методов. Внимание в основном сосредоточилось на следующих теориях скалярного поля

$$L(x) = \frac{1}{2}\varphi(x)\left(\Box - m^2\right)\varphi(x) - \frac{g}{4}\varphi^4(x)\,, \tag{1}$$

$$L(x) = \frac{1}{2}\varphi(x)\left(\Box + \frac{1}{2}m^2\right)\varphi(x) - \frac{g}{4}\varphi^4(x)\,, \tag{2}$$

$$L(x) = \frac{1}{2}\sum_i \varphi_i(x)\left(\Box - m^2\right)\varphi_i(x) - \frac{g}{4}\left(\sum_i \varphi_i^2(x)\right)^2 \qquad (3)$$

в пространстве-времени R^d при конечной и нулевой температуре T. Здесь $x = (\mathbf{x}, t)$.

Если безразмерные параметры

$$G = \frac{g}{2\pi m^{4-d}}, \text{ и } \theta = \frac{T}{m}$$

достаточно малы, то в квантовой теории лагранжианы (1) и (3) описывают симметричное взаимодействие, а лагранжиан (2) соответствует спонтанно нарушенной симметрии.

Скалярные поля играют фундаментальную роль в единых теориях слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий. По своей математической структуре теория этих полей проще теории спинорных или векторных полей. Вместе с тем, механизмы динамической перестройки основного состояния, присущие скалярным моделям, присутствуют и в реалистических четырехмерных теориях поля Все это делает модели (1–3) привлекательными (простыми, но нетривиальными) обьектами исследования динамической перестройки вакуума.

В рамках конструктивной квантовой теории поля (КТП) Саймоном и Гриффитсом (B. Simon, R. Griffitths, *The* $(\phi^4)_2$ *field theory as a classical Ising model*, Comm. Math. Phys., 1973, **vol.33**, No.2, p.145-164), Глимом и Джаффе (J. Glimm, A. Jaffe, ϕ_2^4 *quantum field model in the single-phase region: differentiability of the mass and bounds on critical exponents*, Phys.Rev., 1975, **D10**, No.2, p.536-539), Мак Брайеном и Розеном (O. Mc Bryan, J. Rosen, *Existence of the critical point in* ϕ^4 *field theory*, Comm. Math. Phys., 1976, **vol.51**, No.2, p.97-106) доказан ряд теорем, которые устанавливают существование фазового перехода в двух- и трехмерных φ^4 теориях поля при нулевой температуре. В этом подходе не удалось получить какой-либо информации о критическом значении константы связи или явно найти зависимость массы и параметра порядка от константы связи.

В вариационном подходе приближенно найдены критические значения константы связи и температуры, зависимость массы и

параметра порядка (конденсата) от константы связи и температуры в различных теориях самодействующего скалярного поля. Полли и Ритчелом (L. Polli, U. Ritchel, *Second-order phase transition in* $\lambda\phi_2^4$ *with nongaussian variational approximation*, Phys.Lett., 1989, **221B**, No.1, p.44-48) в $(\varphi^4)_2$-теории получен фазовый переход второго рода, как это и предсказывают упомянутые выше теоремы.

Вместе с тем, вариационные методы неприменимы, если в теории имеются расходимости в высших порядках ТВ (R.P. Feynman, *Difficulties in applying the variational principle to quantum field theories*, in Proseedings of the International Workshop: *Variational Calculations in Quantum Field Theory*, eds L.Polley and D.Pottinger, World Scientific, Singapore, 1988). После перенормировки основное неравенство вариационного подхода

$$U^+_{eff}(\varphi) \equiv \min_{\psi} < \psi|H|\psi > \geq U_{eff}(\varphi) \qquad (4)$$

оказывается бесполезным, т.к. УФ-расходимости вариационной оценки U^+_{eff} и точного эффективного потенциала U_{eff} различны, и, следовательно, разница между U^+_{eff} и U_{eff} бесконечно велика (J.Wudka, *Variational calculations and renormalization*, Phys.Rev., 1988, **D37**, No.6, p.1464-1471). Другая проблема связана с невозможностью контролировать точность аппроксимации в вариационном методе даже в том случае, когда неравенство (4) применимо (R.Munoz-Tapia, J.Taron, R.Tarrach, *The uncertainty of the Gaussian effective potential*, Int.J.Mod.Phys., 1988, **A3**, No.9, p.2143-2165).

В связи с этим актуальным является развитие методов исследования фазовой структуры и сильной связи в КТП, позволяющих учитывать перенормировку в высших порядках и контролировать точность аппроксимации.

Другой интересной областью, исследование которой позволило бы лучше понять свойства многих физических систем (ряд задач в физике конденсированного состояния, кварк-глюонная плазма и т.д.), является КТП при конечной температуре. Получение фазовых диаграмм для различных моделей помогает выявить динамические закономерности формирования основного состояния квантовополевых систем при произвольных константе связи и температуре.

Цели и задачи исследования.

В работе преследовались следующие цели. 1) Сформулировать метод исследования фазовой структуры и сильной связи в φ_d^4 теории ($d \leq 4$), учитывающий структуру перенормировки в высших порядках теории возмущений, позволяющий контролировать точность аппроксимации и в пределе сильной связи производить вычисления по теории возмущений с эффективной константой связи. 2) Исследовать фазовую структуру φ_d^4 теории при произвольных константе связи и температуре. 3) Изучить влияние УФ-расходимостей φ_d^4 модели на формирование ее фаз.

Для этого потребовалось решить следующие задачи.

1. Обобщить метод канонических преобразований, использованный в работе (G.V.Efimov, *On a phase structure of a two-dimensional* $(\varphi^2)^2$ *field theory*, Int.J.Mod. Phys., 1989, A4, No.18, p.4977) в применении к двумерной $(\vec{\varphi}^2)^2$ модели, на случай $d > 2$ и на КТП-системы при конечной температуре.
2. Вывести и решить уравнения, описывающие фазы суперперенормируемой $(\vec{\varphi}^2)_d^2$-теории при нулевой ($d = 3$, $N \geq 1$) и конечной ($d = 2, 3$, $N = 1$) температуре.
3. Установить соответствие между каноническими и ренормгрупповыми преобразованиями. Вывести и исследовать уравнения, описывающие фазовую структуру четырехмерной φ^4-теории в терминах ренормгрупповых коэффициентов β и γ_m.
4. Исследовать стабильность полученных результатов относительно выбора схемы перенормировки.

Научная новизна и практическая ценность

1. Предложен метод исследования режима сильной связи и фазовой структуры перенормируемых теорий самодействующего скалярного поля при произвольных константе связи и температуре. С помощью канонических преобразований вводится набор пробных вакуумных векторов (неэквивалентных представлений канонических коммутационных соотношений). Лидирующие динамические вклады, формирующие основное состояние системы, учитываются посредством ренормгрупповых уравнений. Критерии отбора основного состояния базируются на сравнении плотностей свободной энергии и эффективных констант связи, характеризующих каждое представление. Метод позволяет учитывать перенормировку в высших порядках теории возмущений и контролировать точность аппроксимации.
2. Построены фазовые диаграммы в (G, θ)-плоскости для φ^4-теории в дву- и трехмерном пространстве-времени (см. **рис.3-6**).
3. Показано, что в трехмерной $O(N)$-инвариантной $(\vec{\varphi}^2)^2$-модели в пределе слабой ($G \ll 1$) и сильной связи ($G \gg 1$) реализуются симметричные фазы с разными массами.
4. Получены и исследованы уравнения, описывающие различные представления четырехмерной φ^4-модели в терминах ренормгрупповых функций β и γ_m.
5. Систематически исследована роль УФ-расходимостей в формировании фаз (неэквивалентных представлений) теории φ^4 при произвольных константе связи и температуре.
6. Получены гамильтонианы, описывающие квантовые модели (1–3) в пределе сильной связи ($G \gg 1$).

Практическая ценность результатов.

Механизмы перестройки основного состояния, исследованные в работе, могут найти применение при анализе реалистических квантовополевых теорий (модели великого обьединения, стандартная теория электромагнитных и слабых взаимодействий), т.к. скалярные поля играют фундаментальную роль в таких теориях.

Предложенная модификация метода канонических преобразований легко обобщается на теории векторных и спинорных полей и может использоваться для изучения режима сильной связи и фазовой структуры таких теорий.

Способ определения в явном виде зависимости массы, эффективной константы связи и параметра порядка от температуры и константы связи может применяться при исследовании реальных систем в физике конденсированных состояний.

Гамильтонианы, описывающие системы (1-3) в режиме сильной связи $G \gg 1$, допускают пертурбативные разложения по эффективной константе связи $G_{eff}(G,\theta) \ll 1$, что представляет практический интерес.

Апробация работы

Результаты неоднократно докладывались на теоретических семинарах ЛТФ ОИЯИ и Математического отделения Международного Центра Теоретической Физики (Триест, Италия), на 4-й Международной Конференции *"Функциональный интеграл от meV до MeV"* (Тутцинг, Германия, 18-21 мая 1992 г.).

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в 5 печатных работах.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, приложения и заключения общим объемом 118 страниц, включая 26 рисунков, одну таблицу и список цитированной литературы из 68 названий.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении очерчен круг исследуемых проблем, сделан обзор непертурбативных методов изучения вакуумной структуры полевых систем, кратко сформулированы используемый метод и результаты, полученные в диссертации. Приведено содержание по главам.

В **первой главе** обоснован и последовательно сформулирован метод канонических преобразований в КТП.

В **§1.1** кратко излагаются метод канонического квантования и процедура построения S-матрицы в пределе слабой связи, являющиеся отправной точкой исследования.

§1.2 посвящен ренормгруппе, на формализм которой существенно опирается используемый в работе метод.

В **§1.3** обсуждается взаимосвязь проблемы структуры вакуума квантовополевой системы и унитарно неэквивалентных представлений канонических коммутационных соотношений, рассмотрены наиболее характерные примеры неэквивалентных представлений (сдвиг поля на c-число, переход к новой массе, масштабное преобразование).

В **§1.4** различные аспекты квантования, неэквивалентных представлений, канонических преобразований и ренормгруппы, мотивирующие метод канонических преобразований в КТП, объединены в последовательной формулировке этого метода. Суть подхода состоит в комбинации двух методов: канонических преобразований и ренормгруппы (РГ). Идея такой комбинации исходит из фундаментальных свойств локальной КТП: неэквивалентных представлений канонических коммутационных соотношений и УФ-расходимостей. С физической точки зрения существование неэквивалентных представлений означает, что вакуумное состояние не единственно. В то же время, динамическая нестабильность вакуума связана с радиационными поправками к физическим параметрам системы. Перенормировка (R) соответствует учету лидирующих радиационных поправок. Можно ожидать, что R-структура модели содержит основную (по крайней мере качественную) информацию о ее вакуумной структуре.

Согласно этой интуитивной мотивации за исходную точку принимается следующее:

- фазы проявляются в КТП как неэквивалентные представления,
- основная информация о фазовой структуре теории заложена в структуре перенормировки.

Если перенормированная константа связи G мала и температура равна нулю, то для квантования моделей (1-3) можно применить каноническую процедуру в представлении Фока для частиц с перенормированной массой m. Построение S-матрицы предполагает фиксацию схемы перенормировки. Имея это в виду, мы хотим знать, что представляет собой полевая система при других значениях G и θ при фиксированной схеме перенормировки. Сформулируем проблему следующим образом:

какое представление ККС является подходящим для различных значений G и θ и какая физическая картина соответствует этому представлению?

При этом будем понимать под различными фазами системы неэквивалентные представления, имеющиеся в теории для данных G и θ.

Алгоритмическая сторона нашего подхода сводится к следующему.

1. Каноническое квантование теории выполняется в представлении, имеющем разумную физическую интерпретацию при $G \ll 1$ и $\theta = 0$. Схема перенормировки фиксирована.

2. С помощью канонических преобразований (сдвиг поля на с-число, масштабное преобразование, переход к новой массе M) вводится набор неэквивалентных представлений ККС так, что гамильтониан имеет "корректную" форму в каждом из этих представлений. Это значит, что

$$H = H_0 + H_I + H_{ct} + VE.$$

Здесь H_0 – стандартный свободный гамильтониан. Гамильтониан взаимодействия H_I содержит операторы поля в степени больше второй. Оператор H_{ct} содержит контрчлены, которые определяются H_0 и H_I и соответствуют эквивалентным R-схемам во всех представлениях (требование эквивалентности R-схем вытекает из самой постановки задачи и позволяет учесть динамику системы посредством ренормгрупповых уравнений). Величина E связана с плотностью свободной энергии F согласно формуле $F = E - TS$, где S - плотность энтропии.

3. Выбирается представление с минимальной плотностью свободной энергии и наименьшей эффективной константой связи $G_{eff}(G, \theta)$. При $d < 4$ эта величина определяется равенством

$$G_{eff} = \frac{g}{2\pi M^{4-d}}.$$

В четырехмерном случае определение несколько сложнее и мы его дадим позже.

G_{eff} используется для контроля точности аппроксимации и пертурбативных вычислений в пределе сильной связи $G \gg 1$ (в этом режиме всегда имеется представление с $G_{eff} \ll 1$, причем ему соответствует наименьшая свободная энергия).

В остальных главах исследуется фазовая структура конкретных моделей.

Во __второй главе__ рассмотрены модели (1)-(3) в трехмерном пространстве-времени при нулевой температуре. Трехмерные модели (1)-(3) интересны прежде всего тем, что, являясь суперперенормируемыми, они содержат двух-, трех- и четырехпетлевые расходимости. Это обстоятельство делает проблематичным использование вариационных методов (R. Tarrach, *On the $\lambda\phi^4$ triviality issue in a Robertson-Walker spacetime*, Class. Quantum Grav., 1986, **vol.3**, No.6, p. 1207-1219; U. Ritschel, *Renormalization of the post-Gaussian effective potential*, Z.Phys, 1991, **C51**, No.3, p. 469-477) и приводит к различию результатов разных подходов.

В **§2.1** фазовая структура моделей однокомпонентного поля (1)-(2) исследуется в рамках схемы перенормировки при нулевом внешнем импульсе.

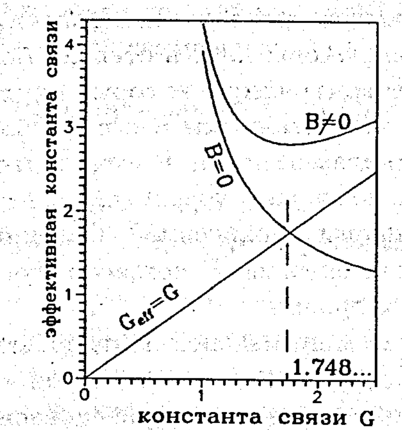

Рис.1: *Эффективные константы связи в модели (1) в* R^3.

Система (1) – симметрична при любых G, хотя при $G_c = 1.74...$ в ней происходит фазовый переход без изменения симметрии. При $G < G_c$ и $G > G_c$ реализуются симметричные фазы с различными массами (см. **рис.1,2**).

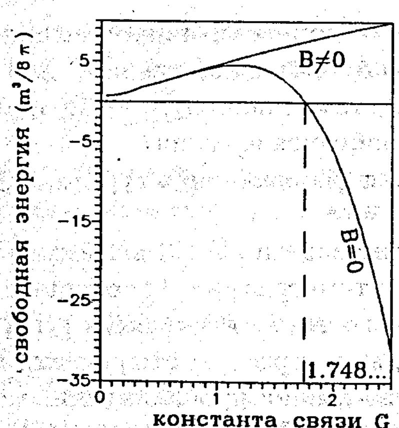

Рис.2: *Плотность свободной энергии в модели (1) в* R^3.

В пределе сильной связи $G \gg 1$ масса, эффективная константа связи и плотность энергии ведут себя следующим образом:

$$M(G) = m \cdot G\sqrt{\frac{3}{2}\ln G}\left[1 + O\left(\frac{1}{\ln G}\right)\right] ,$$

$$G_{eff}(G) \longrightarrow \sqrt{\frac{2}{3\ln G}} \ll 1 , \qquad (5)$$

$$F(G) = -\frac{m^3}{8\pi}\cdot\frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}G^2\ln G\right)^{3/2}\left[1 + O\left(\frac{1}{\ln G}\right)\right] .$$

Из асимптотики (5) видно, что второе симметричное представление достаточно точно описывает систему в пределе сильной связи. В то же время при $G \sim O(1)$ ни одно из представлений не является приемлемым, т.к. $G_{eff} \sim O(1)$ (рис.1). В режиме сильной связи можно производить вычисления по теории возмущений с эффективной константой связи.

В модели (2) симметрия восстанавливается при $G > G_c = 1.81...$, что следует из сравнения и плотностей свободных энергий, и эффективных констант связи. Это согласуется с результатами Чанга и Магрудера (S.F. Magruder, *Existance of a phase transition in the* $(\phi^4)_3$ *quantum field theory*, Phys.Rev., 1976, **D14**, No.6, p.1602-1606; S.-J.Chang, *Existence of a second-order phase transition in a two-dimensional* ϕ^4 *field theory*, Phys.Rev., 1976, **D13**, No.10, p.2778-2788).

Фазовая структура $O(N)$-инвариантной теории (3) рассмотрена в §**2.2**. Как при $G \ll 1$, так и при $G \gg 1$ основное состояние системы (3) $O(N)$ инвариантно. В этих режимах по константе связи осуществляются симметричные фазы с разными массами. Сравнение плотностей свободной энергии показывает, что при $G \sim O(1)$ возможны фазовые переходы со следующей перестройкой симметрии

$$O(N) \longrightarrow O(N-1) \longrightarrow O(N).$$

В §**2.3** прямым вычислением в разных R-схемах показана стабильность полученных результатов относительно выбора схемы перенормировки в исходном представлении.

В третьей главе исследуется фазовая структура модели (1) в четырехмерном пространстве-времени при нулевой температуре.

В §**3.1** найден общий вид уравнений, описывающих фазовую структуру $(\varphi^4)_4$ теории в произвольной (как независящей, так и зависящей от массы) схеме перенормировки. Уравнения имеют вид:

$$\bar{m}^2(t) + 3\bar{g}(t)B^2 - M^2 = 0 ,$$

$$B\left[\bar{m}^2(t)+\bar{g}(t)B^2\right]=0\ , \tag{6}$$

где B и $t=\frac{M}{m}$ – параметры канонического преобразования, M и m – перенормированные массы в разных фазах. Величины $\bar{m}(t)$ и $\bar{g}(t)$ связаны с перенормированными массой m и константой связи g в исходном представлении РГ-уравнениями с граничными условиями:

$$\bar{g}(t)=g \text{ при } t=1\ ,\quad \bar{m}(t)=m \text{ при } t=1\ .$$

Уравнения (6) сводят проблему фазовой структуры к свойствам РГ-функций γ_m и β.

В §§**3.2 и 3.3** различные фазы рассмотрены в рамках канонической μ-схемы перенормировки. Получающиеся при этом массы в различных фазах по построению являются физическими (полюсными). Уравнения на массу в симметричных представлениях имеют вид:

$$\ln t=\int\limits_g^{G_{eff}}\frac{dx}{\beta(x)}\ ,$$

$$\int\limits_g^{G_{eff}}dx\frac{2+\gamma_m(x)}{\beta(x)}=0\ , \tag{7}$$

$$M=m_{ph}t\ ,$$

где $G_{eff}(g)=\bar{g}(t(g))$,

$$\gamma_m(x)\equiv\gamma_m(x,1)\ ,\quad \beta(x)\equiv\beta(x,1)\ ,$$

а $\gamma_m\left(\bar{g}(t),\frac{\bar{m}(t)}{t\cdot m_{ph}}\right)$ и $\beta\left(\bar{g}(t),\frac{\bar{m}(t)}{t\cdot m_{ph}}\right)$ вычислены в рамках канонической μ–схемы.

Из (7) следует, что в системе (1) в R^4 имеется фазовый переход без изменения симметрии, если существует такое критическое значение перенормированной константы связи $g_c<g^*$ (где g^* – УФ-стабильная точка), при котором аномальная размерность оператора φ^2 компенсирует его каноническую размерность и

$$2+\gamma_m(g)\leq 0 \quad \text{при} \quad g\geq g_c.$$

В §**3.4** рассмотрен пример асимптотически свободной теории. Этот пример (φ_4^4 с "отрицательной" константой связи) иллюстрирует механизм конфайнмента, возможный в реалистических асимптотически свободных теориях.

В §**3.5** обсуждается корреляция УФ-расходимостей теории и ее фазовой структуры. Сравним фазовую структуру моделей (1)-(3) в R^4, R^3 и R^2. Из **Таблицы 1** хорошо видно, что поведение систем при разных d совершенно различно. Независимо от симметрии исходного лагранжиана при $G\gg 1$ в R^2 реализуется BS-фаза, в то время как в R^3 имеем S-фазу. Можно заключить, что разное УФ-поведение ведет к разной фазовой структуре.

Таблица 1

	$G\ll 1$	$G\gg 1$
R^2	$\frac{1}{2}m^2\varphi^2+\frac{1}{4}g\varphi^4$	$\frac{1}{2}M^2\Phi^2+\frac{1}{4}g\Phi^4+gB(g)\Phi^3$ (BS)
R^3		$\frac{1}{2}M^2\Phi^2+\frac{1}{4}g\Phi^4$ (S)
R^2	$\frac{1}{2}m^2\varphi^2+\frac{1}{4}g\varphi^4$	$\frac{1}{2}M^2\Phi^2+\frac{1}{4}g\Phi^4+gB(g)\Phi^3$ (BS)
R^3	$+m\sqrt{\frac{g}{2}}\varphi^3$	$\frac{1}{2}M^2\Phi^2+\frac{1}{4}g\Phi^4$ (S)
R^2	$\frac{1}{2}m^2\sum_i^N\varphi_i^2$ $+\frac{1}{4}g\left[\sum_i^N\varphi_i^2\right]^2$	$\frac{1}{2}M^2\Phi^2+\frac{1}{2}M_0^2\sum_i^{N-1}\Phi_i^2$ (BS) $+\frac{1}{4}g\left[\sum_i^{N-1}\Phi_i^2+\Phi^2\right]$ $+gB(g)\Phi\left[\sum_i^{N-1}\Phi_i^2+\Phi^2\right]$
R^3		$\frac{1}{2}M^2\sum_i^N\Phi_i^2+\frac{1}{4}g\left[\sum_i^N\Phi_i^2\right]^2$ (S)
R^4	$\frac{1}{2}m^2\varphi^2+\frac{1}{4}g\varphi^4$	$\frac{1}{2}M^2\Phi^2+\frac{1}{4}G_{eff}\Phi^4$, (S) если $\exists g_c\in(0,g^*)$: $2+\gamma_m(g_c)=0$
		·?, если $\forall g\in(0,g^*)$ $2+\gamma_m(g)>0$

Интуитивно ясная причина нарушения симметрии в $(\varphi^4)_2$ состоит в нормальном упорядочении гамильтониана. Другими словами, нарушение симметрии в этом случае обьясняется вкладом в перенормировку массы диаграммы $O(G)$, который в режиме сильной связи меняет знак затравочной массы m_B. Противоположная ситуация имеет место в $(\varphi^4)_3$, поскольку диаграммы $O(G)$ и $O(G^2)$ дают вклад в m_B с разными знаками. Затравочная масса оказывается положительной при больших g, и нарушение симметрии отсутствует. В $(\varphi^4)_4$ картина гораздо сложнее, т.к.

затравочная масса представлена знакопеременным рядом. Этот ряд может быть положительным для любых g, так что причины для появления фазы с нарушенной симметрией будут вообще отсутствовать.

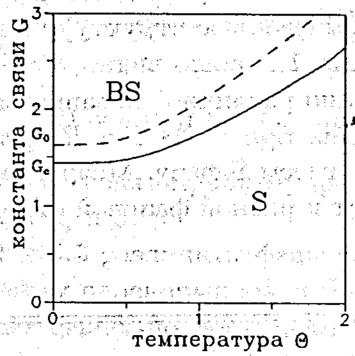

Рис.3: *Фазовая диаграмма для симметричной модели (1) в* R^2.

В **четвертой главе** изучаются температурные эффекты в формировании вакуума систем (1)-(2) в R^2 (**§4.1**) и R^3 (**§4.2**).

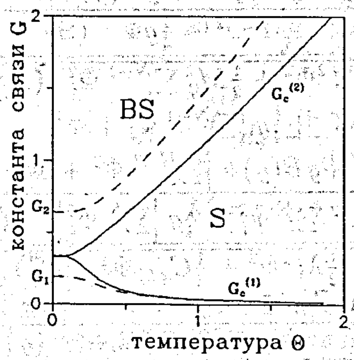

Рис.4: *Фазовая диаграмма для модели с исходно нарушенной симметрией (2) в* R^2.

Известно несколько способов введения температуры в структуру КТП (N.P.Landsman, Ch.G. van Weert, *Real- and imaginary-time field theory at finite temperature and density*, Phys.Rep., 1987, **vol.145**, No.3&4, p.141-249). С точки зрения канонического квантования наиболее естественным является формализм термополевой динамики (TFD) (H.Matsumoto, I.Ojima, H.Umezawa, *Perturbation and renormalization in thermo field dinamics*, Ann.Phys., 1984, **vol.152**, No.2, p.348-376). В рамках TFD операторный аппарат КТП прямо обобщается на системы при конечной температуре.

Поэтому структура метода канонических преобразований остается той же, что и при нулевой температуре. Получены фазовые диаграммы в (G,θ)-плоскости для теорий (1,2) в R^2 (**рис.3, 4**) и R^3 (**рис.5, 6**). Напомним, что $G = g/2\pi m^{4-d}$ и $\theta = T/m$ – безразмерные параметры теории. Если по переменной G поведение систем в R^2 и R^3 совершенно различно (см. **Таблицу 1**), то зависимость от температуры, напротив, качественно одна и та же в обоих случаях: независимо от исходной симметрии, система находится в симметричной фазе, если температура достаточно велика. Это наиболее общий вывод из вида фазовых диаграмм.

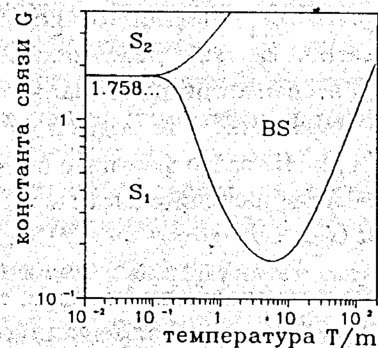

Рис.5: *Фазовая диаграмма для симметричной модели (1) в* R^3.

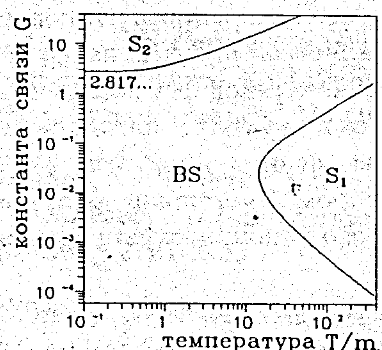

Рис.6: *Фазовая диаграмма для модели с исходно нарушенной симметрией (2) в* R^3.

В **заключении** перечислены основные результаты работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Сформулирован метод исследования фазовой структуры $(\varphi^4)_d$ теории, основанный на канонических преобразованиях и уравнениях ренормгруппы.

2. Показано, что при $G < G_c \approx 1.74...$ и $G > G_c$ система (1) в R^3 находится в симметричных фазах с разными массами. В модели (2) симметрия восстанавливается при $G > G_c \sim 1.81...$. Найдена зависимость массы и свободной энергии от G при $G > G_c$.

3. Как при $G \ll 1$, так и при $G \gg 1$ основное состояние системы (3) $O(N)$-инвариантно. В этих режимах по константе связи осуществляются симметричные фазы с разными массами. Сравнение плотностей свободной энергии показывает, что при $G \sim O(1)$ возможны фазовые переходы с перестройкой симметрии. Найдена зависимость массы и свободной энергии от G при $G > G_c$.

4. Найден общий вид уравнений, описывающих фазовую структуру $(\varphi^4)_4$ теории в произвольной схеме перенормировки. Эти уравнения позволяют переформулировать проблему фазовой структуры в терминах свойств ренормгрупповых функций γ_m и β. В рамках канонической μ-схемы показано, что в системе (1) имеется фазовый переход без изменения симметрии, если существует такое критическое значение перенормированной константы связи $g_c < g^*$ (где g^* – УФ-стабильная точка), при котором аномальная размерность оператора φ^2 компенсирует его каноническую размерность и
$$2 + \gamma_m(g) \leq 0 \quad \text{при} \quad g \geq g_c.$$

5. Для двумерных моделей (1) и (2) получены фазовые диаграммы в плоскости (G, θ) (**рис.3,4**). Для любых значений θ существует критическая константа связи $G_c(\theta)$, при которой в модели (1) происходит фазовый переход с изменением симметрии. В системе (2) для любых θ имеется два фазовых перехода по константе связи с перестройкой симметрии. Обе системы симметричны, если температура достаточно велика. Напротив, в режиме сильной связи симметрия нарушена. Найдена зависимость массы, параметра порядка и свободной энергии от G и θ.

6. Получены фазовые диаграммы φ_3^4-теории в плоскости (G, θ) (рис.5,6). В моделях (1) и (2) имеются две симметричные фазы и одна – с нарушенной симметрией. При $G \ll 1$ теория (1) – симметрична для любых θ, а в (2) симметрия восстанавливается при большой температуре. При больших G фазовая структура моделей – более сложная, но в любом случае обе системы (1,2) – симметричны, если температура или константа связи достаточно велики. Найдена зависимость массы, параметра порядка и свободной энергии от G и θ. Сравнение с двумерным случаем показывает решающее влияние перенормировки в высших порядках на фазовую структуру моделей.

Результаты диссертации опубликованы в работах:

1. G.V.Efimov, S.N.Nedelko, *Phase structure of the three-dimensional $g(\vec{\Phi}^2)^2$ field theory*, Int.J.Mod.Phys., 1992, **A7**, p.987

2. G.V.Efimov, S.N.Nedelko, *Phase structure and nonequivalent representations: three-dimensional $(\vec{\Phi}^2)^2$ field theory*, 1991, Heidelberg university preprint No.693

3. G.V.Efimov, S.N.Nedelko, *Phase structure of the two-dimensional ϕ^4 field theory within thermofield dynamics*, J.Phys., 1992, **A25**, No.6, p.2721-2735

4. G.V.Efimov, S.N.Nedelko, *Phase structure of three- and four-dimensional ϕ^4 field theory*, Int.J.Mod.Phys., 1992, **A7**, No.19, p.4539-4558

5. G.V.Efimov, S.N.Nedelko,*Phase structure of $(\varphi^4)_3$ field theory at finite temperature*, 1992, JINR preprint E2-92-287

Рукопись поступила в издательский отдел
16 ноября 1992 года.