

Л-36

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-90-262

ЛЕВИАНТ
Владимир Маркович

УДК 532.12.01

**РАСШИРЕННЫЕ СУПЕРКОНФОРМНЫЕ ТЕОРИИ
В ПРОСТРАНСТВАХ РАЗМЕРНОСТИ $d=1,2$**

**Специальность: 01.04.02 - теоретическая
и математическая физика**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

Дубна 1990

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
ведущий научный сотрудник

Е.А.Иванов

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук

В.П.Акулов

доктор физико-математических наук

М.А.Ольшанецкий

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт физики высоких энергий, г.Протвино.

Защита диссертации состоится " _____ 199 г.
на заседании Специализированного совета К 047.01.01
Лаборатории теоретической физики Объединенного института
ядерных исследований, г.Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан " _____ 199 г.

Ученый секретарь Совета


А.Е.Дорохов

Актуальность проблемы. Конформные теории поля, активное исследование которых началось с работы Белавина, Полякова и Замолодчикова 1984 года, привлекают всеобщее внимание - как теории, интегрируемые на классическом и квантовом уровнях.

Свойства конформной инвариантности играют важную роль в широком классе двумерных систем. Модели статистической механики, например, описывающие фазовые переходы второго рода (корреляционная длина много больше размеров системы), обладают конформной симметрией. Применение методов конформной теории поля при исследовании этих систем позволило установить связь критических индексов и конформных весов первичных полей. Интенсивное развитие теорий струн и суперструн привело к пониманию того, что в их основе также лежат двумерные конформные и суперконформные теории поля. В различных вариантах компактификаций суперструн часть координат принимает значения в групповых многообразиях и описывается сигма-моделями типа Весса-Зумино-Новикова-Виттена (ВЗНВ). При фиксированном отношении констант взаимодействия эти модели обладают одновременно (супер)конформной и (супер)Кац-Мули (KM) инвариантностями и дают теоретико-полевую реализацию конструкции Сугавары. Есть веские основания считать, что все рациональные конформные теории поля могут быть получены из ВЗНВ модели методом проекций, предложенным Годдардом, Кентом и Оливом.

Для изучения свойств конформных и суперконформных теорий в $d=2$ на классическом уровне (явно суперполевые формулировки суперконформных моделей, полевой состав, построение общего решения и т.д.) ранее был развит метод ковариантной редукции (КР), основанный на нелинейных реализациях соответствующих суперконформных групп. Этим методом были построены уравнение Лиувилля и его $N=1, 2, 4(SU(2))$ суперсимметричные расширения.



Надо отметить, что в $N=4(SU(2))$ модели этого типа в бозонном секторе впервые возникла сигма-модель ВЗНВ на группе внутренних автоморфизмов спинорных зарядов $N=4(SU(2))$ суперконформной алгебры.

Представляется важным построение новых суперконформных моделей двумерной теории поля, содержащих в качестве подсектора ВЗНВ сигма-модели.

Многие характерные черты теорий в высших измерениях проявляются уже на уровне $d=1$. Так, например, в последние годы интенсивно изучались теории точечной частицы и суперчастицы ввиду их сходства со струнными и суперструнными теориями. Большое внимание уделялось также и суперсимметричной квантовой механике, которая сама по себе является интересным объектом исследований. Именно в рамках квантовой механики Виттеном был сформулирован ряд важных теорем о спонтанном нарушении суперсимметрии. Стоит также сказать, что различные версии суперсимметричных квантовых механик описывают нетривиальные редукции некоторых четырехмерных теорий, таких, например, как суперсимметричная теория Янга-Миллса и супергравитация.

Являясь прототипом двумерных суперконформных теорий, суперконформные механики представляют собой подходящую "лабораторию" для изучения общих свойств, характерных для конформно-инвариантных моделей.

Цель работы - построение и исследование N -расширенных суперконформных моделей в пространствах малых размерностей ($d=1,2$) на основе суперполевого подхода.

Научная новизна работы. Прояснен геометрический смысл метода КР на примере конформной механики. В рамках этого метода воспроизведены суперполевые уравнения $N=2$ суперконформной механики и получено не известное ранее общее суперполевое решение этих уравнений.

Построены две формулировки $N=4$ суперконформной механики в терминах вещественного суперполя и комплексного кирального суперполя, причем первая из них получена впервые. Найдены преобразования дуальности, связывающие эти две формулировки и

обнаружен эффект динамической генерации центрального заряда в $d=1$ $N=4$ суперконформной алгебре.

Дана ранее не известная явно инвариантная суперполевая формулировка N -расширенных ($N \geq 4$) суперконформных механик.

Построен новый класс ВЗНВ сигма-моделей, характеризующийся наличием N расширенной суперконформной симметрии; методом КР получены динамические уравнения и условия неприводимости для произвольного N . В бозонном секторе этих моделей с необходимостью присутствует $d=2$ дилатон, который может подчиняться либо свободному уравнению, либо уравнению Лиувилля. Во втором случае построенные модели могут рассматриваться и как N -суперрасширения уравнения Лиувилля.

Приведены решения условий неприводимости при $N=3,4$ и написаны компонентные действия $N=3,4$ суперконформных ВЗНВ сигма-моделей вне массовой оболочки.

В случае $N=4$ найдена альтернативная формулировка модели через два кватернионных суперполя. Установлена связь двух описаний.

В рамках построенных $N=3,4$ суперконформных ВЗНВ сигма-моделей изучены квантовые реализации $N=3,4$ суперконформных алгебр. Рассмотрены минимальные мультиплеты (фиксированный центральный заряд), которые соответствуют различным типам фермионизации исходных сигма-моделей.

Дано явно инвариантное суперполевое описание $N=3,4$ суперконформных ВЗНВ сигма-моделей в квантовой области. Выявлена новая $U(1)$ -расширенная $N=4$ суперконформная алгебра, в рамках которой введено определение первичных $N=4$ суперполей, более общее, чем принятое ранее. Найдены выражения для супертоков через первичные суперполя, согласованные с этой $U(1)$ -расширенной $N=4$ суперконформной алгеброй. Приведены супероператорные разложения произведений супертоков и произведений супертоков и первичных суперполей. Сформулированы суперполевые правила фермионизации.

Практическая ценность работы. Развиваемый в диссертации метод построения суперполевых формулировок суперконформных моделей в $d=1,2$ может быть применен и к другим системам при

подходящем выборе соответствующих групп инвариантности.

Из общего суперполевого решения N=2 суперконформной механики видно, что исходная N=2 суперсимметрия нарушена до N=1. Построенные N-расширенные суперконформные механики являются хорошей основой для изучения спонтанного нарушения суперсимметрий при квантовании этих систем.

Описанный в диссертации класс суперконформных ВЗНВ сигма-моделей интересен по многим причинам. Прежде всего, кроме ВЗНВ сигма-моделей в бозонном секторе, они содержат уравнение Лиувилля, что является указанием на связь с двумерной гравитацией. Как уже говорилось выше, компактификации суперструнных теорий приводят к подобного рода моделям, поэтому ответ на вопрос, - Какие суперструнные модели при компактификации соответствуют построенным в диссертации?, - очень важен. Возможно, что рассмотренные в диссертации модели являются результатом закрепления калибровки в определенных суперструнных теориях.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 5 работ.

Апробация работы. Результаты, полученные в диссертации, докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики ОИЯИ, на Международном семинаре по теоретико-групповым методам в физике в г.Юрмала, 1986г., на семинаре Лаборатории теоретической физики ХФТИ, на Рабочем совещании по физике высоких энергий в Дарэме (Великобритания, 1989).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Диссертация состоит из введения, четырех глав основного содержания, заключения, двух приложений и списка литературы, содержащего 83 наименования. Каждая глава снабжена аннотацией. Общий объем диссертации - 121 страница.

Во введении обсуждаются мотивировки проводимых в диссертации исследований, кратко излагаются содержание работы и основные результаты.

Первая глава носит иллюстративно-методический характер.

Конечномерность группового пространства конформной группы SO(1,2) в d=1 позволяет прояснить (§1) эквивалентность условий КР

$$g^{-1}d g \equiv i\omega_n L_n^{KP} = g_R^{-1}d g_R = i\omega_{-1}R_0 \quad (R_0 = L_{-1} + m^2L_{+1})$$

$$g(x^1, x^2, x^3) \in SO(1,2)$$

уравнениям геодезических в пространстве параметров группы SO(1,2).

$$ds^2 = - \text{tr} \left[\left[g^{-1}d g \right] \left[g^{-1}d g \right] \right] = 2 \omega_{-1}\omega_{+1} - \frac{1}{2} \omega_0\omega_0 =$$

$$= 2dx^1dx^2 - \frac{1}{2} (dx^3)^2 + x^2dx^1dx^3 \equiv g_{ij}(x)dx^i dx^j$$

$$\begin{cases} \dot{x}^i + \Gamma_{jk}^i \dot{x}^j \dot{x}^k = 0; & x^i = x^i(s) \\ \dot{x}^i = \frac{dx^i}{ds}; & |g_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j| = 1 \end{cases}$$

Далее (§2), методом КР воспроизведены суперполевые уравнения N=2 суперконформной механики

$$\begin{cases} [D, \bar{D}]Y = 2mY^{-1} \\ Y \equiv e^{1/2u} \end{cases}$$

и (§3) найдено их общее суперполевое решение

$$e^{u(t, \theta, \bar{\theta})} = aa^+ \left(1 - i \frac{b}{a} \tilde{t}_L \right) \left(1 + i \frac{b}{a^+} \tilde{t}_R \right)$$

$$\tilde{t}_L = t + i\theta\bar{\theta} - 2i\theta\bar{\mu}; \quad \tilde{t}_R = (\tilde{t}_L)^+$$

$$b(a + a^+) - 2b^2\bar{\mu}\bar{\mu} = 2m; \quad a = e^{\frac{1}{2}c^3} + im(c^1 - i\bar{\mu}\bar{\mu})e^{\frac{1}{2}c^3}; \quad b = me^{-\frac{1}{2}c^3}$$

Во второй главе техника КР применена к N-расширенным суперконформным алгебрам в d=1. Построены две суперполевые формулировки N=4 суперконформной механики: в терминах вещественного ограниченного N=4 суперполя (§1) (ранее не известная).

$$\left. \begin{aligned} (D)^2 e^u &= 4mf \\ (\bar{D})^2 e^u &= 4m\bar{f} \end{aligned} \right\}$$

$$[D, \bar{D}]e^u = 8mc$$

$$[D_{(a}, D_{b)}]u = 0$$

и комплексного кирального суперполя (§2)

$$\bar{D}^a v = 0 \Rightarrow v \equiv v(t_L, \theta)$$

$$D^a \bar{v} = 0 \Rightarrow \bar{v} \equiv \bar{v}(t_R, \bar{\theta})$$

$$D^2 Y = 4mf(\bar{Y})^{-1}, \quad \bar{D}^2 \bar{Y} = 4m\bar{f}(Y)^{-1}$$

$$Y = e^{V-1/2}, \quad \bar{Y} = e^{\bar{V}-1/2}$$

и найдены преобразования дуальности, связывающие эти формулировки.

В §3 дано явно инвариантное суперполе описание N-расширенных суперконформных механик (N>4) на фактор-пространствах SU(1,1|N/2)/SU(N/2)×U(1). Уравнения движения для этих механик записаны в компактном едином виде через вещественное ограниченное суперполе u(t, θ, θ̄)

$$D_a D_b e^u = 0, \quad \bar{D}^a \bar{D}^b e^u = 0$$

$$[D_a, \bar{D}^b]e^u - 2e^{-u} D_a e^u \bar{D}^b e^u + \delta_a^b e^{-u} D_c e^u \bar{D}^c e^u = 4m\delta_a^b.$$

Для всех моделей, построенных в этой главе, изучен компонентный состав и написаны соответствующие действия.

Третья глава посвящена суперсимметричным, конформно-инвариантным сигма-моделям ВЗНВ типа (§§ 1-3) и квантовой реализации N=3,4 суперконформных алгебр на языке компонент (§4).

Первый параграф содержит краткое введение в метод нелинейных реализаций суперконформных групп C_N и технику КР в d=2, с помощью которой для N-расширенных суперконформных ВЗНВ сигма моделей, записанных через матричное суперполе

$$q^{ij}(z) = \left\{ \exp \left[-u(z)I - 2i\phi^{kl}(z)\tau^{kl} \right] \right\}^{ij},$$

где $(\tau^{kl})^{ij}$ - генераторы группы O(N) в векторном представлении, найдены суперполевые уравнения движения

$$D_-^i (q^{-1} D_+^j q)^{kl} = im(\delta^{jl} q^{ik} + \delta^{kl} q^{ij} - \delta^{jk} q^{il})$$

и условия неприводимости

$$D_+^i q^{mj} + D_+^j q^{mi} = \frac{2}{N} \delta^{ij} D_+^k q^{mk}$$

$$D_-^i q^{jm} + D_-^j q^{im} = \frac{2}{N} \delta^{ij} D_-^k q^{km}.$$

В качестве примеров (§2) рассмотрены модели с N=1,2. Случай N=3 разобран особо, так как для N=3 впервые среди бозонных полей возникает главное киральное поле, которое описывается ВЗНВ сигма-моделью. Здесь найдено решение условий неприводимости и построено действие, инвариантное относительно суперконформных преобразований вне массовой оболочки.

§3 содержит детальный анализ N=4 суперконформной ВЗНВ сигма-модели, описание которой возможно:

- в терминах матричного суперполя, аналогично общему случаю (векторное представление),
- через два кватернионных суперполя, подчиненных условиям неприводимости

$$D^{\alpha\alpha} q_{1\alpha}^{\beta} + D^{\beta\alpha} q_{1\alpha}^{\alpha} = 0, \quad D_{-\alpha}^{\alpha} q_{1\beta}^{\alpha} + D_{-\beta}^{\alpha} q_{1\alpha}^{\alpha} = 0;$$

$$D^{\alpha\alpha} q_{2\alpha}^b + D^{ab} q_{2\alpha}^a = 0, \quad D_{-\alpha}^{\alpha} q_{2b}^a + D_{-b}^{\alpha} q_{2\alpha}^a = 0;$$

и уравнениям движения

$$D_{-\alpha}^{\alpha} (q_1^{-1} D^{\alpha\alpha} q_1)^{\beta\gamma} = -im(1+2\alpha) (\varepsilon^{\beta\alpha} q_1^{\alpha\gamma} - \varepsilon^{\beta\gamma} q_1^{\alpha\alpha}) q_2^{\alpha\alpha}$$

$$D_{-\alpha}^{\alpha} (q_2^{-1} D^{\alpha\alpha} q_2)^{bc} = -im(1-2\alpha) (\varepsilon^{ba} q_2^{ac} - \varepsilon^{bc} q_2^{aa}) q_1^{\alpha\alpha}.$$

В обоих случаях найден компонентный состав и действие вне массовой оболочки. Дана связь этих формулировок как на компонентах, так и в суперполях. Исследована редукция к N=4 SU(2) суперрасширению уравнения Лиувилля.

В §4 найдены квантовые реализации N=3,4 суперконформных

алгебр. Рассмотрены частные случаи (фиксированный центральный заряд), соответствующие фермионизации построенных моделей.

В четвертой главе содержится описание квантовой структуры $N=3,4$ суперконформных ВЗНВ сигма-моделей в суперпространстве.

В §1 изложен общий подход к квантованию N -расширенных суперконформных теорий в $d=2$. Особое внимание обращено на случаи $N=3,4$, поскольку соответствующие суперконформные алгебры включают в себя неабелевы алгебры Каца-Мури ($so(3)$ и $so(4)$) и еще допускают ненулевые центральные заряды (для $N \geq 5$ такие заряды отсутствуют). Обнаружена новая $U(1)$ -расширенная $N=4$ суперконформная алгебра и дано определение первичных суперполей, являющихся представлениями этой алгебры.

Во втором и третьем параграфах подробно рассмотрены случаи $N=3$ и $N=4$.

В §4 дано суперполеное описание фермионизации исследуемых $N=3,4$ суперконформных ВЗНВ сигма-моделей.

Заключение содержит перечень результатов, полученных в диссертации.

В приложении I показано, что уравнения конформной механики и $N=2$ суперконформной механики могут быть получены как результат частичного интегрирования свободных уравнений для $d=1$ комплексного поля (конформная механика) и для $d=1$ комплексного кирального суперполя (суперконформная механика).

В приложении II приведена общая структура N -суперконформных алгебр и выписаны частные случаи $N=3$ и $U(1)$ -расширенной $N=4$ суперконформных алгебр.

Основные результаты, полученные в диссертации:

1. Разработана $d=1$ версия метода ковариантной редукции (КР) и с ее помощью построены не известные ранее явно инвариантные суперполеные формулировки расширенных суперконформных механик с $N \geq 4$.

2. Обнаружен эффект динамической генерации центрального заряда в $N=4$ $d=1$ суперконформной механике посредством дуального преобразования.

3. Исходя из нелинейных реализаций бесконечномерных N -расширенных суперконформных симметрий в $d=2$, найден новый

класс суперконформных сигма-моделей типа Весса-Зумино-Новикова-Виттена (ВЗНВ). Показано, что эти модели одновременно являются и N -суперсимметризацией уравнения Лиувилля. Дано их суперполеное описание.

4. Для моделей с $N=3$ и $N=4$ суперсимметрией найден неприводимый полевой состав и получены компонентные действия вне массовой оболочки.

5. Исследована квантовая структура $N=3$ и $N=4$ моделей, найдены квантовые реализации $N=3$ и $N=4$ суперконформных алгебр в этих моделях, как в компонентном, так и в суперполеном подходе, вычислены соответствующие центральные заряды.

6. Открыта новая $U(1)$ расширенная $N=4$ суперконформная алгебра, которая является алгеброй полной симметрии предложенных $N=3$ и $N=4$ ВЗНВ сигма-моделей.

7. Сформулированы суперполеные правила фермионизации для супертоков $N=3$ и $N=4$ ВЗНВ сигма-моделей.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

E.A.Ivanov, S.O.Krivosos and V.M.Leviant. A new class of superconformal sigma models with the Wess-Zumino action.- Nucl.Phys. 1988, v.B304, N.4, pp.601-627; preprint JINR, 1987, E2-87-357, Dubna.

E.A.Ivanov, S.O.Krivosos and V.M.Leviant. Geometry of conformal mechanics.- J. Phys. A: Math.Gen. 1989, v.22 N.4 pp.345-355; preprint JINR, 1988, E2-88-370, Dubna.

E.A.Ivanov, S.O.Krivosos and V.M.Leviant. Superfield geometric approach to superconformal mechanics. J. Phys. A: Math. Gen. 1989, v.22 N.19 pp.4201-4223; preprint JINR, 1989, E2-89-30, Dubna.

E.A.Ivanov, S.O.Krivosos and V.M.Leviant. Quantum $N=3,4$ superconformal WZW sigma models.- Phys.Lett. 1989, v.215B N.4 pp.689-694; preprint JINR, 1988, E2-88-541, Dubna.

E.A.Ivanov, S.O.Krivosos and V.M.Leviant. $N=3$ and $N=4$ superconformal WZNW sigma models in superspace. I.General formalism and $N=3$ case.- Preprint JINR, 1989, E2-89-849 Dubna.

Рукопись поступила в издательский отдел

10 апреля 1990 года.