

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

УДК 539.12.01

2-89-524

**ХВЕДЕЛИДZE**  
**Арсений Морисович**

**РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ФОРМФАКТОРЫ  
В ТЕРМИНАХ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ  
ПОКОЯЩИХСЯ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ**

**Специальность: 01.04.02 - теоретическая  
и математическая физика**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики  
Объединенного института ядерных исследований.

#### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Научный руководитель:  
кандидат физ.-мат. наук  
старший научный сотрудник А.Н.Квинихидзе

Официальные оппоненты:  
доктор физ.-мат. наук Р.М.Мир-Каимов

кандидат физ.-мат. наук  
старший научный сотрудник В.Г.Картлолишвили

Ведущая организация:

Научно-исследовательский институт ядерной физики  
Московского государственного университета.

Автореферат разослан " " \_\_\_\_\_ 1989 г.

Защита диссертации состоится " " \_\_\_\_\_ 1989 г.  
на заседании специализированного совета К 047.01.01 Лаборато-  
рии теоретической физики Объединенного института ядерных исследо-  
ваний, Дубна Московской области.

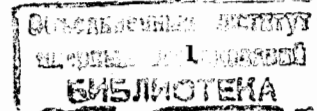
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь совета  
кандидат физ.-мат. наук А.Е.Дорохов

Актуальность проблемы. Проблема релятивистского описания состав-  
ных частиц в квантовой теории поля привлекает к себе внимание как с  
чисто теоретической точки зрения, так и практического применения в  
различных областях релятивистской физики. Наряду с традиционным ин-  
тересом к этой проблеме в теории сильно взаимодействующих частиц (на-  
чиная с первых кварковых моделей до квантовой хромодинамики (КХД)) в  
настоящее время она актуальна и в связи с задачами релятивистской  
ядерной физики (например, кумулятивный и EMC - эффекты).

Существующие подходы к исследованию процессов взаимодействия  
составных частиц в зависимости от характера описания делятся на  
четырёхмерные и трёхмерные, квазипотенциальные. Первые, обладая все-  
ми преимуществами ковариантного четырёхмерного описания, как известно,  
не свободны от трудностей с физической интерпретацией и сложны в ма-  
тематическом отношении. С другой стороны, квазипотенциальный подход  
в результате перехода к трёхмерному описанию получил преимущество  
в ясности физического смысла волновых функций и в относительной про-  
стоте расчетов в приложениях.

Есть еще одно важное обстоятельство, которое необходимо учиты-  
вать при описании процессов рассеяния с участием составных частиц.  
Единственным регулярным методом вычислений в квантовой теории поля  
является теория возмущений. Однако многие задачи рассчитываются с  
ее помощью лишь частично и для их полного решения необходимо привле-  
чение так называемых непertурбативных методов. Это относится, в  
частности, и к проблеме описания процессов рассеяния составных час-  
тиц. Учет составной структуры частицы приводит к необходимости ис-  
пользования функций, соответствующих переходу физической частицы в  
составляющие ( волновые функции связанного состояния), определение  
которых, как известно, выходит за рамки теории возмущений. Поэтому  
желательно иметь формализм, в котором часть, рассчитываемая непert-  
турбативными методами, максимально упрощена. По этой причине пред-  
ставляется важным формулировка процесса рассеяния составных реляти-  
вистских частиц в терминах, более привычных с точки зрения нереля-  
тивистской квантовой механики, волновых функций связанного состояния  
в системе покоя. Ясно, что одним выбором системы отсчета добиться  
такого, вообще говоря, невозможно. Необходим метод, позволяющий учи-  
тывать полный импульс составной системы. Заметим, что в нерелятивист-  
ской квантовой механике благодаря галилеевской инвариантности такой



проблемы не существует, вопрос решается кинематически, выделением центра инерции системы. В случае же релятивистской теории не только относительное движение составляющих, но и движение составной системы как целого определяется динамикой взаимодействия.

Цель работы - разработка релятивистского подхода к описанию взаимодействия составных частиц, в котором амплитуда рассеяния представлена в терминах вращательно-инвариантных волновых функций связанного состояния в системе покоя.

Научная новизна работы. Предложен новый подход к описанию процессов рассеяния с участием составных частиц, в котором определяющую роль играет ковариантный оператор эволюции состояния между двумя пространственноподобными гиперплоскостями. С его помощью получено разложение оператора лоренц-преобразования векторов состояния (оператора буста) по степеням константы связи. Это разложение позволяет выразить амплитуду рассеяния через волновые функции покоящихся составных систем, а движение связанного состояния как целого учитывать по теории возмущений.

Предложено новое, "смешанное" представление для формфактора составной частицы, удобное для применения в задачах с большими передачами импульса, в котором одновременно используются волновые функции связанного состояния обычной теории и теории поля на нуль-плоскости.

Сформулирован новый вариант разложения структурных функций глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния по степеням константы связи, каждый член которого обладает свойством спектральности. Изучен вопрос о справедливости импульсного приближения для сечения глубоконеупругого процесса в зависимости от выбора системы отсчета. Такая зависимость характерна для подходов, в которых выделяются нековариантные "непертурбативные блоки", в нашем случае - волновые функции связанного состояния.

Обращено внимание на значение отношения сечений глубоконеупругого электрон-нуклонного рассеяния нейтрона и протона,  $F_2^{en}/F_2^{ep}$ , как на показатель релятивистского характера относительного движения кварков в нуклоне.

Найден способ построения операторов произвольных непрерывных преобразований группы пространственной симметрии взаимодействующей квантово-полевой системы в виде разложения по степеням константы связи.

Практическая ценность работы. Предложенная формулировка описания амплитуды рассеяния заметно упрощает часть расчетов, не связанных с методами теории возмущений.

Развитый в диссертации подход к описанию взаимодействия состав-

ных систем окажется, по-видимому, важным при исследовании поляризационных явлений в процессах глубоконеупругих и адрон-адронных столкновений. В рамках традиционно применяемого формализма  $P_z \rightarrow \infty$ , как известно, изучение подобных процессов сталкивается с определенными трудностями из-за сложности описания спиновых степеней свободы. Применение трехмерных вращательно-инвариантных волновых функций составных частиц в системе покоя, обладающих простой спин-унитарной структурой, дает возможность провести последовательный анализ спиновых явлений в процессах рассеяния. Эффективность формализма с волновыми функциями связанного состояния в системе покоя при описании процессов, в которых важен корректный учет спиновых степеней свободы, продемонстрирована в диссертационной работе на примере изучения отношения сечений рассеяния нейтрона и протона с электроном на границе упругой области.

Помимо этого полученные представления для формфакторов составных частиц могут быть использованы и в релятивистской ядерной физике, где существует большая информация именно о волновых функциях покоящихся ядер.

Апобация работы. Результаты, полученные в диссертации, докладывались на Международных семинарах "Кварки-86" (Тбилиси, 1986), "Кварки-88" (Тбилиси, 1988), УШ Международном совещании по проблемам квантовой теории поля (Алушта, 1987), Всесоюзном семинаре "Современные проблемы математической физики (Тбилиси, 1987), сессии ОМФ АН ГрССР, а также на научных семинарах ОМФ Математического института АН ГрССР и Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано 9 статей.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав основного текста, заключения, четырех приложений, содержит 131 страницу машинописного текста, 14 рисунков. Библиографический список литературы содержит 112 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении отмечена актуальность вопросов, связанных с исследованием проблемы описания связанных состояний в квантовой теории поля; дан обзор основных подходов и результатов, полученных в этой области. Сформулирована задача диссертационной работы, дан краткий обзор ее содержания.

Первая глава начинается с вводного параграфа, в котором анализируется понятие эволюции релятивистской квантовой системы, так

как излагаемый в диссертации подход к описанию взаимодействия составных систем основан на применении ковариантного оператора эволюции  $U(b_2, b_1)$  между двумя пространственноподобными гиперплоскостями  $b_1$  и  $b_2$ . Обсуждается специфика понятия эволюции в релятивистской системе, приводящая к различным формам динамики, которые определяются той или иной поверхностью фиксации физических условий. В мгновенной форме динамики при ковариантной формулировке уравнений квантовой теории поля исходят из представления, в котором состояние системы задается на плоской пространственноподобной поверхности  $\lambda \cdot x = \tau$ , ( $\lambda^2 = 1, \lambda^0 > 0$ ). В соответствии с этим вектор состояния  $\Phi$  является (в представлении Шредингера) функцией параметров  $\lambda$  и  $\tau$ , а эволюция понимается как изменение амплитуды состояния  $\Phi$ , вызванное действием генераторов группы Пуанкаре  $\hat{P}_0$  и  $\hat{M}_{0k}$  ( $k = 1, 2, 3$ ):

$$\Phi \Big|_{\lambda \cdot x = \tau} = \exp(-i\tau \hat{P}_0) \exp(-i\hat{M}_{0k} \omega^k) \Phi \Big|_{x_0 = 0}$$

$$\omega^k = \frac{\lambda^k}{|\vec{\lambda}|} \operatorname{arcsinh} |\vec{\lambda}|.$$

Для оператора  $\exp(-i\tau \hat{P}_0)$ , описывающего эволюцию квантовой системы, связанную с временными трансляциями, существует хорошо известное представление в виде хронологически упорядоченной экспоненты Дайсона:

$$\exp(-i\tau \hat{P}_0) = \exp(-i\tau \hat{P}_0^0) T \exp\left(-i \int_0^\tau dt H_I(t)\right) \quad (1)$$

( $\hat{P}_0^0$  - оператор энергии не взаимодействующей системы,  $H_I(t)$  - гамильтониан взаимодействия в представлении взаимодействия).

Как показано во втором параграфе, и для оператора  $U_\lambda \equiv \exp(-i\omega^k \hat{M}_{0k})$ , связывающего векторы состояния, заданные на поверхностях  $x_0 = 0$  и  $\lambda \cdot x = 0$ , имеет место аналогичное представление:

$$\exp(-i\omega^k \hat{M}_{0k}) = \exp(-i\hat{M}_{0k} \omega^k) \times \left\{ T \exp\left(-i \int_{\Omega} d^4x \mathcal{H}_I(x)\right) \right\} \left\{ T \exp\left(-i \int_{\Omega^*} d^4x \mathcal{H}_I(x)\right) \right\}^+ \quad (2)$$

где  $\Omega$  ( $\Omega^*$ ) - область пространства - времени, ограниченная плоскостями  $x_0 = 0$  и  $\lambda \cdot x = 0$  с  $x^0 > 0$  ( $x^0 < 0$ ). Помимо представления (2) во втором параграфе получены и другие варианты разложения оператора  $\exp(-i\hat{M}_{0k} \omega^k)$  по степеням константы взаимодействия. Заметим, что для оставшихся преобразований группы Пуанкаре соответствующие генераторы при учете взаимодействия не отличаются от свободных в мгновенной форме динамики, и поэтому представления (1) и (2) исчерпывают всю группу Пуанкаре. Являются ли представления (1) и (2) характерными лишь для группы Пуанкаре? Этот вопрос обсуждается в третьем параграфе. В нем показано, что представление типа (1), (2) справедливо для операторов конечных преобразований, соответствующих произвольной параметрической группе симметрии пространства - времени взаимодействующей системы.

Вторая глава посвящена применению полученных представлений для оператора эволюции  $A(\lambda) = U_\lambda \hat{U}_\lambda$  в представлении взаимодействия в теории упругих релятивистских формфакторов. На примере формфактора показано, как можно выразить амплитуду рассеяния составных частиц через волновые функции связанного состояния в системе покоя. На основе свойств лоренц-инвариантности в первом параграфе получено представление для электромагнитного формфактора связанного состояния:

$$F_\mu(P, Q) \equiv \langle P | J_\mu(0) | Q \rangle = (\Lambda_{\lambda_1}^{-1})_\mu^\nu \langle \vec{0} | \hat{U}_{\lambda_2}^0 \hat{U}_{\lambda_1}^{0+} A(\lambda) J_\nu(0) | \vec{0} \rangle, \quad (3)$$

где  $(\Lambda^{\lambda k})_\mu^\nu$ ,  $k = 1, 2$ , - матрицы преобразования буста  $\Lambda^{\lambda k} \lambda_k = (1, \vec{0})$ , параметризованные единичными 4-векторами  $\lambda_1 = Q/M$  и  $\lambda_2 = P/M$ ,  $|\vec{0}\rangle$  - вектор состояния покоящейся составной системы.  $\hat{U}_{\lambda k}$  - унитарный оператор, представляющий преобразование буста  $\Lambda^{\lambda k}$  в пространстве Фока. Соотношение (3) сводит задачу построения формфактора составной частицы к изучению волновых функций покоящегося связанного состояния

$$\langle P_1, \dots, P_n | \vec{0} \rangle = \delta^{(3)}\left(\sum_{i=1}^n \vec{P}_i\right) \Psi_{\vec{0}}(P_1, \dots, P_n)$$

и к вычислению матричных элементов оператора эволюции  $A(\lambda)$  между векторами состояний свободных частиц:

$$\Gamma_\mu \equiv \langle P_1, \dots, P_n | \hat{U}_{\lambda_2}^0 \hat{U}_{\lambda_1}^{0+} A(\lambda) J_\nu(0) | q_1, \dots, q_m \rangle (\Lambda_{\lambda_1}^{-1})_\mu^\nu,$$

то есть

$$F_n(P, Q) = \sum_{n, m} \int (d\vec{p})_n \Psi_{\vec{p}}^*(\vec{p}) \Gamma_{\mu} \Psi_{\vec{q}}(\vec{q}) (d\vec{q})_m,$$

где  $(2\pi)^{3n} (d\vec{p})_n = \delta\left(\sum_1^n \vec{p}_i\right) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{2p_{i0}}.$

Заметим, что часто употребляемое приближение для волновой функции движущегося составного объекта

$$\langle p_1 \dots p_n | P \rangle \approx \langle \Lambda^{\lambda} p_1, \dots, \Lambda^{\lambda} p_n | \vec{0} \rangle, \quad \lambda = P/M,$$

является нулевым приближением в представлении (3).

В качестве проверки эффективности развиваемого подхода во втором параграфе этой главы рассматривается формфактор составной системы при больших передачах импульса в КХД. Поведение формфактора при  $t \rightarrow -\infty$  в нулевом порядке по константе связи  $U_{\lambda} \approx \tilde{U}_{\lambda}$  полностью определяется асимптотикой волновой функции связанного состояния в системе покоя в области, где все импульсы составляющих велики. Проведенный анализ этой асимптотики на основе уравнений на связанные состояния в КХД дал более сильное падение формфактора, чем это предсказывается "правилами кваркового счета". Этот факт связан с тем, что проблема учета импульса составной системы является динамической проблемой; ведущая асимптотика формфактора содержится в последующих порядках разложения оператора эволюции по степеням константы взаимодействия. В третьем параграфе показано, что расчет во втором порядке теории возмущений КХД приводит к монополюсному падению мезонного формфактора при больших передачах импульса, что подтверждает корректность предложенного нами способа учета полного импульса составной системы.

В связи с задачами описания взаимодействия составных систем с большими импульсами в последнем параграфе этой главы предложен отличный от (2) способ разложения оператора буста по степеням константы взаимодействия. С его помощью получено представление для формфактора, в котором одновременно используются волновые функции связанного состояния в теории поля с мгновенной и фронтовой формами динамики.

Третья глава посвящена изучению глубоконеупругого лептон-нуклонного рассеяния. В этом случае проблема учета полного импульса составной системы решается выбором системы отсчета. Как при пос-

троении упругих формфакторов, так и в этом случае традиционно применяется формализм системы "бесконечного импульса". В отличие от этого третья глава посвящена формулировке глубоконеупругого процесса рассеяния в системе покоя составной частицы.

В первом параграфе получено представление для адронного тензора глубоконеупругого рассеяния

$$W_{\mu\nu} = (2\pi)^3 \sum_n \delta^{(n)}(P+q-P_{(n)}) T_{\mu} T_{\nu}^+$$

( $P_{(n)}$  - суммарный 4-импульс  $n$  свободных частиц), в котором амплитуда рассеяния

$$T_{\mu} \equiv \langle P | J_{\mu}(0) \{ I + [z - H_0 + i\epsilon]^{-1} \hat{T}(z) \} | n \rangle$$

определяется через  $\hat{T}(z)$  матрицу согласно разложению

$$\hat{T}(z) = H_I \sum_{n=0}^{\infty} \{ [z - H_0 + i\epsilon]^{-1} H_I \}^n.$$

При этом наличие в (4) четырехмерной  $\delta$ -функции в любом порядке предложенного варианта теории возмущений обеспечивает сохранение свойства спектральности;  $W_{\mu\nu} = 0$  ниже порога реакции  $X_{Bj} = -q^2/2Pq > 1$ . Во втором параграфе в импульсном приближении анализируется скейлинговое поведение сечения рассеяния. Изучается асимптотика структурных функций на границе упругой области, обсуждается вопрос о справедливости импульсного приближения в зависимости от системы отсчета. Показано, что в отличие от импульсного приближения в системе  $P_z \rightarrow \infty$  в системе покоя связанного состояния для получения ведущей асимптотики при  $X_{Bj} \rightarrow 1$  необходим учет взаимодействия в конечном состоянии. В третьем и четвертом параграфах подробно рассматривается асимптотика структурных функций мезона и нуклона в КХД при  $X_{Bj} \rightarrow 1$ . Полученные асимптотические выражения находятся в согласии с расчетами импульсного приближения в теории поля на нуль-плюсности с точностью до постоянного коэффициента.

В последнем параграфе исследуется отношение структурных функций нейтрона и протона на границе упругой области. Экспериментальные данные свидетельствуют о доминирующей роли  $u$ -кварка в области  $X_{Bj} \rightarrow 1$ ; отношение оказывается ниже величины, предсказываемой и наивной кварковой моделью (2/3), и кварк-глюонной моделью (3/7).



В нашем подходе в результате корректного учета спин-унитарной структуры волновой функции нуклона это отношение оказывается зависящим от явного вида пространственной части волновой функции. Причем, при предположении о нерелятивистском относительном движении кварков в нуклоне эта зависимость становится несущественной и получаем известный результат  $3/7$ . То есть отличие экспериментального значения отношения  $F_2^{en}/F_2^{ep}$  от  $3/7$  может быть объяснено как проявление релятивизма относительного движения кварков.

В заключении сформулированы основные результаты, представленные в диссертации.

В приложениях дан подробный вывод формул, приведенных в I и II главах.

Для защиты выдвигаются следующие результаты, полученные в диссертации:

1. Предложен подход к описанию релятивистских составных систем, основанный на применении ковариантного оператора эволюции между двумя пространственноподобными гиперплоскостями. С его помощью получено разложение оператора лоренц-преобразования векторов состояния по степеням константы связи. Это разложение позволяет выразить амплитуду рассеяния составных систем через волновые функции связанного состояния в системе покоя, а движение составной системы как целого учитывать по теории возмущений.

2. Получено представление для оператора произвольных непрерывных преобразований группы симметрии взаимодействующей квантово-полевой системы в виде хронологически упорядоченной экспоненты, аналогичное представлению Дайсона. Показатель экспоненты задается интегралом от плотности гамильтониана взаимодействия в картине Дирака по области, определяемой рассматриваемым преобразованием.

3. Упругий формфактор релятивистской составной системы записан в терминах волновых функций связанного состояния в системе покоя, а зависимость от передачи импульса содержится в операторе эволюции.

4. Получено представление для формфактора составной системы, в котором одновременно используются волновые функции связанного состояния в теории поля с мгновенной и фронтовой формами динамики.

5. Сформулирован новый вариант разложения структурных функций глубокоупругого лептон-адронного рассеяния по степеням константы взаимодействия, каждый член которого обладает свойством спектральности.

6. Показано, что в системе покоя связанного состояния импульсное приближение недостаточно для корректного описания упругого предела, в отличие от системы  $P_2 \rightarrow \infty$ , и необходим учет взаимодействия составляющих в конечном состоянии.

7. Отклонение экспериментального значения отношения структурных функций нейтрона и протона от предсказания  $3/7$  объяснено на основе использования вращательно-инвариантных волновых функций нуклона как проявление релятивизма относительного движения кварков в нуклоне.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Квинихидзе А.Н., Матвеев В.А., Хведелидзе А.М.  
Ковариантный оператор эволюции в составных моделях квантовой теории поля // ТМФ, 1987, т.72, с.45-57.
2. Джорджадзе Г.П., Квинихидзе А.Н., Хведелидзе А.М.  
О представлении операторов преобразований группы симметрии в картине взаимодействия // ТМФ, 1987, т.73, с.311-315.
3. Квинихидзе А.Н., Матвеев В.А., Хведелидзе А.М.  
Ковариантный оператор эволюции в составных моделях квантовой теории поля // Материалы семинара "Кварки-86". Тбилиси, 1986. ИЯИ, Москва, с.271-278.
4. Квинихидзе А.Н., Маградзе Б.А., Хведелидзе А.М.  
Релятивистский формфактор в терминах волновых функций покоящихся составных систем // ТМФ, 1989, т.78, с.227-233.
5. Квинихидзе А.Н., Хведелидзе А.М.  
О разложении оператора буста по степеням константы связи. ТМФ, т.78, с.357-367, 1989.
6. Квинихидзе А.Н., Сисакян А.Н., Хведелидзе А.М.  
Описание глубоконеупругих процессов в терминах волновых функций покоящихся составных систем // ЯФ, 1988, т.47, с.1475-1483.
7. Квинихидзе А.Н., Сисакян А.Н., Хведелидзе А.М.  
Глубоконеупругое рассеяние в формализме с волновыми функциями покоящихся составных систем // Материалы семинара "Проблемы квантовой теории поля". Алушта, 1987. ОИЯИ, Дубна, 1988.
8. Khvedelidze A.M., Kvinikhidze A.N., Sisakian A.N.  
Deep inelastic scattering in the formalism with the wave functions of composite systems at rest // JINR Preprint E2-87-543, Dubna, 1987.
9. Khvedelidze A.M., Kvinikhidze A.N. Deep inelastic form factors and a wave function of nucleon at rest // Proceedings of International Seminar "Quarks-88", Tbilisi, 1988, World Scientific, 1989, p.248-255.

Рукопись поступила в издательский отдел  
10 июля 1989 года.