ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 8804

МОГИЛЕВСКИЙ

Олег Арнольдович

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ НЕЛОКАЛЬНОЙ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ЧАСТИЦ ПРОИЗВОЛЬНОГО СПИНА

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1975

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук Г.В.ЕФИМОВ

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук П.И.ФОМИН,

кандидат физико-математических наук Р.М.МИР-КАСИМОВ

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Институт физики высоких энергий, Серпухов

Автореферат разослан "   "   1975 г. Защита диссертации состоится "   "   1975 г. на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А.АСАНОВ

2 - 8804

МОГИЛЕВСКИЙ

Олег Арнольдович

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ НЕЛОКАЛЬНОЙ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ЧАСТИЦ ПРОИЗВОЛЬНОГО СПИНА

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

За последнее время в изучении неренормируемых (НР) теорий достигнут определенный прогресс. Исследования ведутся в двух основных направлениях. С одной стороны, предпринимаются попытки построения ренормируемых вариантов теории (см. например[I]). С другой стороны, разрабатываются математические методы, позволяющие корректно обращаться с лагранжианами НР-типа. К числу последних относится рассмотрение НР-взаимодействий в рамках нелокальной теории поля, предложенной в работах Г.В.Ефимова[2].

Настоящая диссертация посвящена применению методов нелокальной теории при построении квантовой электродинамики частиц высших спинов.

Как известно, теория электромагнитных взаимодействий частиц высших спинов ($S \geqslant I$) испытывает серьезные трудности. Во-первых, волновые уравнения для частиц во внешнем электромагнитном поле допускают движение со сверхсветовыми скоростями[3]. Во-вторых, квантовая электродинамика частиц со спином $S > I/2$ относится к классу НР-теорий.

Исследование волновых уравнений во внешнем поле показывает, что трудность со сверхсветовыми скоростями может быть устранена при учете физических эффектов, которые обычно выпадают из рассмотрения при традиционном подходе к этой проблеме. В частности, в работах[4] показано, что классическое излучение частицы во внешнем электромагнитном поле делает невозможным достижение сверхсветовых скоростей. Что касается радиационных поправок, учет которых также может изменить ситуацию, то приходится констатировать, что в настоящее время квантово-полевое описание взаимодействия частиц высших спинов с электромагнитным полем отсутствует. Причина этого – в неперенормируемости такого взаимодействия.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Во введении дается краткий обзор развития теории частиц высших спинов и отмечены успехи в исследовании НР-взаимодействий методами нелокальной теории.

В первой главе рассматривается процедура получения релятивистского волнового уравнения для частицы произвольного спина в форме, допускающей построение лагранжиана. Использование техники проекционных операторов позволяет перейти от уравнения Баргмана-Вигнера, описывающего частицу с заданным спином и массой и представляющего собой систему уравнений в частных производных, к уравнению вида/5/

$$(i\beta_\mu\partial_\mu - m)\Psi(x) = 0, \qquad (I)$$

где матрицы β_μ выражаются через прямое произведение γ-матриц Дирака.

На основе нелокального обобщения группы градиентных преобразований

$$\begin{cases} A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu f(x), \\ \Psi(x) \to \Psi(x)\exp\{-ie\int dy\, K(\frac{x-y}{\ell}) f(y)\}, \\ \bar\Psi(x) \to \bar\Psi(x)\exp\{ie\int dy\, K(\frac{x-y}{\ell}) f(y)\}, \end{cases} \qquad (2)$$

где $K(\frac{x-y}{\ell})$ – нелокальная обобщенная функция, нормированная условием $\int dx\, K(\frac{x}{\ell}) = 1$,

а ℓ – параметр, имеющий смысл элементарной длины и характеризующий размеры области нелокального взаимодействия, строится нелокальный лагранжиан

$$\mathcal{L}_{int}(x) = e\bar\Psi(x)\, \mathcal{A}_\mu(\ell,x)\beta_\mu\Psi(x). \qquad (3)$$

Здесь

$$\mathcal{A}_\mu(\ell,x) = \int dy\, K(\frac{x-y}{\ell}) A_\mu(y). \qquad (4)$$

Группа преобразований (3) гарантирует сохранение электромагнитного тока заряженных частиц.

Во второй главе изучается ряд теории возмущений для S-матрицы, построенной по лагранжиану (4). Введение нелокальности эффективно приводит к модификации фотонного пропагатора

$$\mathcal{D}_{\mu\nu}(x-y) = \frac{\delta_{\mu\nu}}{(2\pi)^4 i}\int dk\, \frac{|\tilde K(\ell^2k^2)|^2}{-k^2 - i\varepsilon}\, e^{-ik(x-y)}, \qquad (5)$$

где $$\tilde K(\ell^2k^2) = \int dx\, e^{ikx} K(\frac{x}{\ell}).$$

Предполагается, что функция $V(-\ell^2k^2) = |\tilde K(\ell^2k^2)|^2$ удовлетворяет условиям (A):

I) $V(-\ell^2k^2)$ – целая функция в комплексной k^2-плоскости конечного порядка роста $\rho \geqslant \frac{1}{2}$, т.е.

$$|V(-\ell^2k^2)| \leqslant C\cdot e^{|k^2\ell^2|^\rho} \quad \text{при} \quad |k^2| \to \infty;$$

2) $[V(-\ell^2k^2)]^* = V((-\ell^2k^2)^*)$;

3) $V(0) = 1$;

4) $V(-\ell^2k^2)$ при $k^2 \to -\infty$ убывает быстрее любого полинома.

Пропагатор заряженной частицы определяется выражением

$$S(x-y)=\frac{1}{(2\pi)^4 i}\int dp\, e^{-ip(x-y)}\frac{d(p)}{m^2-p^2-i\varepsilon}\ , \qquad (6)$$

где

$$d(p)=m+\beta_\mu p_\mu+\frac{(\beta_\mu p_\mu)^2-p^2}{m}\left[1+\frac{\beta_\mu p_\mu}{m}+\ldots+\frac{(\beta_\mu p_\mu)^{2s-2}}{m^{2s-2}}\right]. \qquad (7)$$

Введение нелокальности в пропагатор фотона существенно упрощает исследование сходимости диаграмм Фейнмана. Действительно, любая связная диаграмма представляет собой совокупность разомкнутых линий и циклов, образованных пропагаторами заряженных частиц и фотонов. При достаточно быстром убывании формфактора $V(-\ell^2 k^2)$ в евклидовом пространстве интегралы, связанные с наличием хотя бы одной фотонной линии в цикле, сходятся. Поэтому, если в теории возможен переход к евклидовой метрике, то при исследовании сходимости достаточно ограничиться рассмотрением заряженных циклов.

Для построения конечной S-матрицы необходимо сформулировать регуляризационную процедуру, допускающую виковский поворот и параметризующую расходимости, содержащиеся в заряженных циклах. Такая регуляризация строится в § 3. В ряду теории возмущений подлежат регуляризации, во-первых, нелокальные пропагаторы фотона и, во-вторых, замкнутые циклы, образованные пропагаторами заряженных частиц.

Пропагатор фотона регуляризуется следующим образом

$$\mathcal{D}^{\delta}(k^2)=\frac{\ell^2}{2i}\int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty}d\xi\ \frac{v(\xi)\,e^{\delta\xi^2}\left(\ell^2(-k^2-i\varepsilon)\right)^{\xi-1}}{\sin\pi\xi},\ \beta>0\ , \qquad (8)$$

где

$$v(\xi)=-\frac{\sin\pi\xi}{\pi}\int_0^\infty dt\,\frac{V(t)}{t^{1+\xi}}\ .$$

Функция $\mathcal{D}^{\delta}(k^2)$ при $\delta>0$ удовлетворяет условиям (В) :

I) определена во всей комплексной k^2 -плоскости и регулярна везде, кроме разреза вдоль луча $[0,+\infty)$;

2) убывает при $|k^2|\to\infty$ быстрее любого полинома;

3) $\lim\limits_{\delta\to 0}\mathcal{D}^{\delta}(k^2)=\mathcal{D}(k^2)=\dfrac{V(-\ell^2k^2)}{-k^2-i\varepsilon}$.

Интегралы, соответствующие циклическим диаграммам Фейнмана, составленным из пропагаторов заряженных частиц, регуляризуются с помощью модифицированной процедуры Паули-Вилларса

$$\mathrm{reg}\,\Pi_n(m;x_1-x_2,\ldots)=e^n\sum_{j=0}^{3n(s-1)+8}C_j\Lambda^{n(2s-1)}\,\Pi_n(\Lambda_j m;\ldots)\ . \qquad (9)$$

Здесь берется сумма циклов, полученных из цикла n -го порядка $\Pi_n(m;\ldots)$ согласно замене

$$\begin{cases} m\to\Lambda_j m\\ e\to e\Lambda_j^{n(2s-1)}. \end{cases}$$

Коэффициенты $C_0=\Lambda_0=1$, C_j $(j=1,2,\ldots 3n(s-1)+8)$ удовлетворяют системе линейных уравнений

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{j=0}^{3n(s-1)+8}C_j\Lambda_j^{k}=0, \quad k=0,1,2,\ldots 2n(s-1)+4\ , & (10а)\\ \displaystyle\sum_{j=0}^{3n(s-1)+8}C_j\Lambda_j^{m}\log\Lambda_j=a_m,\quad m=0,2,4,\ldots 2n(s-1)+4\ , & (10б)\end{cases}$$

где a_m - некоторые постоянные.

Процедура (9) регулярна в том смысле, что, будучи применена к циклу n -го порядка, она обеспечивает сходимость всех циклов меньшего порядка $k<n$, причем все циклы параметризуются единым набором постоянных a_m.

Описанная регуляризация позволяет построить интегрируемые коэффициентные функции в разложении S-матрицы по нормальным произведениям полей. В §§ 4, 5, 6 показывается, что при снятии регуляризации предельная S-матрица не содержит ультрафиолетовых расходимостей и удовлетворяет условиям унитарности, причинности и градиентной инвариантности в каждом порядке теории возмущений.

Третья глава посвящена рассмотрению нелокальной электродинамики частиц со спином 3/2 в формализме Рариты-Швингера[6] (RS -формализм). Выбор свободного лагранжиана RS - поля в форме

$$\mathcal{L}_0(x)=\overline{\Psi}_\sigma(x)(i\Gamma_{\mu,\sigma\rho}\partial_\mu-\beta_{\sigma\rho}m)\Psi_\rho(x) , \tag{II}$$

где

$$\Gamma_{\mu\sigma\rho}=\gamma_\mu g_{\sigma\rho}-(\gamma_\sigma g_{\mu\rho}+\gamma_\rho g_{\mu\sigma})+\gamma_\sigma\gamma_\mu\gamma_\rho ,$$

$$\beta_{\sigma\rho}=g_{\sigma\rho}-\gamma_\sigma\gamma_\rho ,$$

приводит к автоматическому исключению из теории частиц со спином I/2.

В § I подробно рассматривается задача о непричинном поведении RS -частиц во внешнем электромагнитном поле и обсуждаются пути решения этой проблемы.

В §§ 2, 3 регуляризационная процедура (8)-(9) применяется при построении ряда теории возмущений для S-матрицы и при исследовании условий сходимости произвольной диаграммы Фейнмана. При этом оказывается, что матричные элементы S-матрицы содержат зависимость от трех констант a_0, a_2, a_4.

В § 4 проведено вычисление диаграмм поляризации вакуума и собственной энергии во втором порядке теории возмущений. Ввиду того,

что функция Грина RS-частицы имеет достаточно сложную матричную структуру, вопрос о перенормировке массы RS -частицы за счет оператора собственной энергии $\Sigma_{\mu\nu}(p)$ требует подробного рассмотрения. Этому вопросу посвящен § 5. На основе уравнения

$$(\Gamma_{\mu,\sigma\rho}p_\mu-\beta_{\sigma\rho}m-\Sigma_{\sigma\rho}(p))G^c_{\rho\lambda}(p)=-g_{\sigma\lambda}$$

получено выражение для функции Грина $G^c_{\mu\nu}(p)$ с учетом оператора $\Sigma_{\mu\nu}(p)$:

$$G^c_{\mu\nu}(p)=\{g_{\mu\nu}-\tfrac{1}{3}\gamma_\mu\gamma_\nu+\tfrac{1}{3}(\gamma_\mu p_\nu-\gamma_\nu p_\mu)(m+\Sigma_1(p))^{-1}- \tag{I2}$$

$$-\tfrac{2}{3}p_\mu p_\nu(m+\Sigma_1(p))^{-1}\}(m-\hat{p}+\Sigma_1(p))^{-1} ,$$

где $\Sigma_1(p)$ связано с $\Sigma_{\mu\nu}(p)$ соотношением

$$\Sigma_{\mu\nu}(p)=g_{\mu\nu}\Sigma_1(p)+\gamma_\mu\gamma_\nu\Sigma_2(p)+\gamma_\mu p_\nu\Sigma_3(p)+p_\mu\gamma_\nu\Sigma_4(p)+p_\mu p_\nu\Sigma_5(p).$$

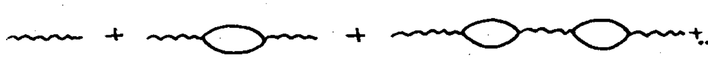
Таким образом, перенормировка массы RS- частицы является самосогласованной процедурой.

Далее вычисляется электромагнитная поправка к массе RS - частицы, обусловленная оператором собственной энергии второго порядка.

Показано, что в случае, когда комптоновская длина волны частицы много меньше ее электромагнитного радиуса (что, по всей видимости, соответствует переходу к классическому пределу), электромагнитная поправка не зависит от затравочной массы и определяется выражением, равным электростатической энергии классической частицы радиуса ℓ. Показывается справедливость этого результата для частиц произвольного спина.

В § 6 обсуждается вопрос о выборе констант a_0, a_2, a_4, связанных с регуляризацией заряженных циклов. Эти константы имеют смысл констант связи, характеризующих нелинейное самодействие поля $A_\mu(x)$, которое, как показывает рассмотрение простой модели[7], относится к классу нелокализуемых взаимодействий. Это означает, что для самосогласованного построения квантовой электродинамики RS – частиц электромагнитное поле $A_\mu(x)$ должно рассматриваться как нелокальное поле.

В четвертой главе предлагается вариант нелокальной теории, основанный на использовании асимптотического характера ряда теории возмущений. Мы исходим из совокупности обычных (расходящихся) диаграмм Фейнмана. Нелокальная функция Грина фотона $\mathcal{D}(k^2)$ получается в результате суммирования определенного набора диаграмм с помощью метода, аналогичного методу Редмонда-Боголюбова-Логунова-Ширкова[8]. В качестве такого набора выбираются диаграммы вида

 (I3)

Наша основная идея состоит в том, что функция $\mathcal{D}(k^2)$ неаналитична по константе связи α, а совокупность диаграмм (I3) является ее асимптотическим разложением.

В такой постановке задача построения конечной теории разбивается на два этапа:

(I) устранение расходимостей из интегралов, соответствующих замкнутым циклам заряженных полей. Это можно сделать с помощью регуляризации (9);

(2) получение фотонной функции Грина $\mathcal{D}(k^2)$, достаточно быстро убывающей при $k^2 \to -\infty$, и использование ее в диаграммах Фейнмана вместо свободного пропагатора фотона, что соответствует перегруппировке ряда теории возмущений.

Для функции $\mathcal{D}(k^2)$ предполагается следующее (условия C):

I. $\mathcal{D}(k^2)$ – нелокальна. Это означает, что при $|k^2| \to \infty$ справедливо соотношение

$$|\mathcal{D}(k^2)| < C e^{|k^2 \ell^2|^\rho}, \quad \rho \geq \frac{1}{2}.$$

II. В комплексной k^2 – плоскости $\mathcal{D}(k^2)$ имеет полюс в точке $k^2 = 0$ и разрез, начинающийся в точке $k^2 = 4m^2$.

III. Скачок на разрезе тот же, что и в локальной теории

$$\mathcal{D}_+(k^2) - \mathcal{D}_-(k^2) = 2\pi i \sigma(k^2) = \frac{1}{-k^2} \cdot \frac{2i\, \mathrm{Im}\, \Pi(k^2)}{(1 - \mathrm{Re}\, \Pi(k^2))^2 + \mathrm{Im}^2 \Pi(k^2)},$$

где $\Pi(k^2)$ – оператор поляризации вакуума второго порядка.

Тогда $\mathcal{D}(k^2)$ представляется в виде

$$\mathcal{D}(k^2) = \frac{V_1(-\ell^2 k^2)}{-k^2 - i\varepsilon} + V_1(-\ell^2 k^2) \int_{4m^2}^{\infty} du \, \frac{\sigma(u)}{(u - k^2 - i\varepsilon) V_2(\ell^2 u)}, \tag{I4}$$

где $V_1(-\ell^2 k^2)$ и $V_2(-\ell^2 k^2)$ удовлетворяют условиям (A).

В § 3 показано, что в случае частиц, имеющих спин $s \leqslant 1$, фотонная функция Грина $\mathcal{D}(k^2)$, удовлетворяющая условиям (C), может быть представлена в виде

$$\mathcal{D}(k^2) = \frac{1}{-k^2 - i\varepsilon} \cdot \frac{1}{1 - \Pi(k^2)} - \frac{W(\ell^2 k^2)}{k^2 - k_0^2}, \tag{I5}$$

где k_0^2 является решением уравнения $1 - \Pi(k^2) = 0$, а целая функция $W(\ell^2 K^2)$, связанная с $V_1(-\ell^2 K^2)$ и $V_2(-\ell^2 K^2)$ некоторым соотношением, имеет заданное асимптотическое поведение. Далее рассматривается задача о построении целой функции по ее асимптотическому поведению и исследуются вопросы единственности в выборе нелокального формфактора.

В §§ 4, 5 подробно рассматривается построение фотонной функции Грина $\mathcal{D}(K^2)$ в спинорной и векторной электродинамике. При этом в обоих случаях удается найти величину элементарной длины ℓ. Поскольку функция $\mathcal{D}(K^2)$ получается в результате асимптотического суммирования ряда (I3), зависимость ℓ от физических параметров теории должна иметь вид

$$\ell = \frac{1}{m} f(\alpha) \quad ; \tag{I6}$$

где $f(\alpha)$ – функция константы связи, неаналитичная в точке $\alpha = 0$. Действительно, в случае спинорной электродинамики получается решение "сверхпроводящего" типа /9/

$$\ell = \frac{1}{2m} e^{-\frac{3\pi}{2\alpha}} . \tag{I7}$$

В случае векторной электродинамики решение также неаналитично по константе связи, однако зависимость от α практически подавлена /I0/:

$$\ell \sim \frac{1}{M} . \tag{I8}$$

Сравнение (I7) и (I8) позволяет сделать вывод о качественно различном поведении перенормируемых и неперенормируемых взаимодействий на малых расстояниях.

Пятая глава посвящена рассмотрению электромагнитных свойств нейтрино /II/. Целью этой главы является феноменологический анализ

нейтринных экспериментов, проведенных в последнее время, в предположении, что нейтрино имеет отличный от нуля электромагнитный формфактор. Предположение о наличии у нейтрино внутренней структуры не противоречит современным экспериментальным данным. Получение оценок на величины, характеризующие внутреннюю структуру (в частности, на зарядовый радиус) становится особенно важным в связи с планированием на крупнейших ускорителях серии нейтринных экспериментов, в которых, наряду с другими, необходимо учитывать электромагнитные свойства нейтрино.

В § I рассмотрены процессы $\nu e\,(\bar{\nu} e)$ – рассеяния в предположении, что они обусловлены слабым $V\text{-}A$ взаимодействием и зарядовым радиусом нейтрино. Для зарядового радиуса электронного нейтрино получены оценки сверху:

$$\begin{cases} \langle r^2_{\nu_e} \rangle \leqslant 0{,}67 \cdot 10^{-31}\ \text{см}^2 \ \text{при}\ G_F > 0 , \\ \langle r^2_{\nu_e} \rangle \leqslant 1{,}0 \cdot 10^{-31}\ \text{см}^2 \ \text{при}\ G_F < 0 , \end{cases} \tag{I9}$$

где G_F – константа Ферми.

Для мюонного нейтрино получена следующая оценка:

$$0{,}5 \cdot 10^{-31}\ \text{см}^2 \leqslant \langle r^2_{\nu_\mu} \rangle \leqslant 1{,}4 \cdot 10^{-31}\ \text{см}^2 . \tag{20}$$

Эти результаты на один-два порядка улучшают имеющиеся до сих пор ограничения на $\langle r^2_\nu \rangle$.

В § 2 проанализирована возможность объяснения процесса ($\nu_\mu + N \longrightarrow \nu_\mu +$ адроны) за счет зарядового радиуса нейтрино. Для $\langle r^2_{\nu_\mu} \rangle$ получено значение

$$\langle r^2_{\nu_\mu} \rangle = 2 \cdot 10^{-31}\ \text{см}^2 . \tag{21}$$

Отметим, что такое же значение $\langle r^2_{\nu_\mu} \rangle$ было получено в работе[12] в рамках квантовой теории поля.

Значение зарядового радиуса (21), необходимое для объяснения реакции ($\nu_\mu + N \longrightarrow \nu_\mu$ + адроны), превышает верхнюю границу (20), полученную из анализа νe – рассеяния. Таким образом, показано, что для объяснения эксперимента по глубоконеупругому рассеянию нейтрино на нуклоне необходимо привлекать другие механизмы, например, гипотезу нейтральных токов[13] или тяжелых лептонов[14].

В заключении кратко обсуждаются полученные в диссертации результаты.

Работы автора докладывались на Международном совещании по функциональным методам в квантовой теории поля (Москва, 1971 г.), на III Международном совещании по нелокальной теории поля (Алушта, 1973 г.), на семинарах ЛТФ ОИЯИ, ИТФ АН УССР и опубликованы в [6,7,9-11].

Литература

1. S.Weinberg. Phys. Rev. Lett., 19, 1264 (1967).
2. Г.В.Ефимов. Препринт ИТФ-68-52 (1968), 68-54 (1968). Проблемы физики ЭЧАЯ, 1, вып. 1, 256, Атомиздат, 1970.
3. G.Velo, D.Zwanziger. Phys. Rev., 186, 1337 (1969).
4. P.C.Aichelburg, G.Ecker, R.U.Sexl. Nuovo Cim., 2B, 63 (1971); И.Б.Хриплович. ЯФ, 16, 823 (1972).
5. T.S.Santhanam, A.R.Tekumala. Forschr. der Phys., 22, 431 (1974).
6. О.А.Могилевский. Препринт ИТФ-74-39Р, Киев (1974).
7. О.А.Могилевский, М.Л.Рутенберг. Препринт ИТФ-74-38Р, Киев (1974).
8. R.J.Redmond. Phys. Rev., 112, 1404 (1958). Н.Н.Боголюбов, А.А.Логунов, Д.В.Ширков. ЖЭТФ 37, 805 (1959).
9. G.V.Efimov, O.A.Mogilevsky. Nucl. Phys., 44B, 541 (1972).
10. О.А.Могилевский. Препринт ИТФ-72-130Р, Киев (1972).
11. Д.Ю.Бардин, О.А.Могилевский. ОИЯИ, Р2-7528, Дубна (1973); Lett. Nuovo Cim., 9, 549 (1974).
12. B.A.Arbuzov. Preprint IHEP-74-98, Serpukhov (1974).
13. F.J.Hassert et al. Phys. Lett., 46B, 138 (1973).
14. J.J.Sakurai. Preprint UCLA/73/TEP/88 (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел
18 апреля 1975 года.