

Р 159



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

УДК 530.145

2-87-59

**РАДЮШКИН**  
Анатолий Владимирович

**ФАКТОРИЗАЦИЯ И ФОРМФАКТОРЫ АДРОНОВ  
В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ**

Специальность: 01.04.02 - теоретическая  
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой  
степени доктора физико-математических наук

Дубна 1987

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики  
Объединенного института ядерных исследований

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,  
профессор

Иоффе  
Борис Лазаревич

доктор физико-математических наук,  
профессор

Липатов  
Лев Николаевич

доктор физико-математических наук,  
профессор

Фаустов  
Рудольф Николаевич

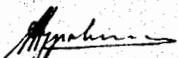
Ведущая организация - Институт математики СОАН СССР  
(Новосибирск).

Защита диссертации состоится " " \_\_\_\_\_ 1987 г.  
на заседании специализированного совета Д047.01.01 Лаборатории  
теоретической физики Объединенного института ядерных иссле-  
дований, г. Дубна Московской области

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке  
Объединенного института ядерных исследований

Автореферат разослан " " \_\_\_\_\_ 1987 г.

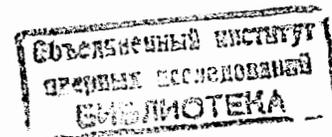
Ученый секретарь  
специализированного совета  
кандидат физико-математических наук

  
В.И. Журавлев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы определяется ведущей ролью квантовой хромодинамики в современной физике элементарных частиц. Квантовая хромодинамика (КХД) - неабелева калибровочная теория взаимодействующих цветных кварков и глюонов - является фундаментом современной теории сильных взаимодействий. КХД обладает замечательным свойством - асимптотической свободой - эффективная константа связи в этой теории убывает с ростом передачи импульса  $Q$ , стремясь к нулю в пределе  $Q \rightarrow \infty$ , что оправдывает использование в области больших передач импульса ("на малых расстояниях") теории возмущений, являющейся одним из основных расчетных методов квантовой теории поля. Однако успешное использование асимптотической свободы для расчета амплитуд и сечений конкретных физических процессов возможно только при условии, что эффекты, обусловленные динамикой на малых расстояниях, играют доминирующую роль и могут быть отделены от эффектов, связанных с динамикой теории в непертурбативной области больших расстояний. Первые успехи КХД были связаны с её приложениями к расчету сечений двух процессов - глубоконеупругого рассеяния и электрон-позитронной аннигиляции в адроны, для которых разделение (факторизация) вкладов малых и больших расстояний устанавливалось с помощью операторных разложений. Подход, основанный на операторных разложениях, оказался, однако, неприменимым к большинству других процессов с большой передачей импульса. Поэтому для дальнейшего развития пертурбативной ветви КХД жизненно важной стала разработка общего подхода, единообразно применимого к анализу процессов с большой передачей импульса и позволяющего, во-первых, устанавливать, возможно ли для данного процесса разделение вкладов малых и больших расстояний, а во-вторых, обеспечивающего алгоритм расчета в рамках теории возмущений характеристик процессов, для которых такое разделение возможно.

Актуальной задачей является также применение КХД к расчету динамических адронных характеристик (например, формфакторов) в непертурбативной области промежуточных и малых передач импульса. Первоначально эта задача казалась безнадежной. Однако после появления метода КХД правил сумм, позволившего в хорошем согласии с экспериментом рассчитывать такие низкоэнергетические адронные характеристики как массы и лептонные ширины, ситуация изменилась, и встал вопрос об обобщении метода КХД - правил сумм на случай адронных формфакторов и о разработке соответствующих расчетных методов.



Целью диссертации является формулировка единого подхода к факторизации вкладов малых и больших расстояний в квантовой хромодинامي-ке, и его последующее применение к разработке методов расчета динамических адронных характеристик – формфакторов – в области асимптотически больших, умеренных и малых передач импульса.

Научная новизна. В диссертации открыто новое направление в теории сильных взаимодействий – развит единый квантово-хромодинамический подход к анализу адронных формфакторов в широкой области передач импульса. Оно базируется на развитом в диссертации применительно к квантовой хромодинامي-ке методе факторизации вкладов, связанных с взаимодействием частиц на малых и больших расстояниях, позволившем существенно расширить область применимости пертурбативной КХД, в частности распространить её на эксклюзивные жесткие процессы.

Для анализа факторизации вкладов в диссертации развит новый метод решения специфической для калибровочных теорий проблемы суммирования по глюонам, участвующим в жестком или мягком подпроцессах, основанный на выделении вкладов, связанных с нефизическими степенями свободы, в  $P$ -экспоненты вида

$$P \exp \left( i g \int_0^{\alpha} A_n(z) dz \right), \quad P \exp \left( i g \int_0^{\infty} dt A_n(x+tp) p^{\mu} \right).$$

Этот метод одинаково эффективен и для абелевых, и для неабелевых теорий. С его помощью впервые удалось последовательно показать, что, как и ожидалось, учет нефизических глюонов и в КХД сводится к простому "удлинению" производных  $\partial_{\mu} \rightarrow \partial_{\mu} - i g A_{\mu}$  в составных операторах.

Важным элементом развитого в диссертации подхода является систематическое использование методики перехода от теоретико-полевого описания в терминах матричных элементов локальных операторов

$\langle \dots | \partial^{\mu} \varphi_1 \dots \partial^{\nu} \varphi_N | \dots \rangle$  к модифицированному партонному описанию в терминах (мульти) партонных функций  $F(x_1, \dots, x_N)$ , моменты которых по  $x_1, \dots, x_N$  пропорциональны вышеупомянутым матричным элементам. В диссертации впервые доказано, что функции  $F(x_1, \dots, x_N)$  обладают необходимыми для партонной интерпретации спектральными свойствами.

С помощью метода выделения зависимости от нефизических степеней свободы в  $P$ -экспоненты доказана факторизация вкладов малых и больших расстояний для асимптотики формфактора пиона в КХД. Введено понятие партонной волновой функции пиона и сформулирована модифицированная картина нового типа, применимая к описанию асимптотики эксклюзивных жестких процессов в КХД.

Исследована эволюция волновой функции пиона в главном логарифмическом приближении КХД. Впервые найдены мультипликативно-пере-

нормируемые комбинации локальных операторов и явный вид асимптотической волновой функции пиона.

Исследованы радиационные поправки к асимптотике формфактора пиона в КХД. Впервые были вычислены однопетлевая коэффициентная функция для формфактора пиона и двухпетлевой вклад в ядро эволюции для волновой функции пиона. Разработан новый метод расчета ядер эволюции в ковариантных калибровках, основанный на разложении по многочастичным функциям партонного типа.

С помощью метода факторизации вкладов малых и больших расстояний, примененного к анализу трехточечных корреляторов, удалось распространить метод правил сумм КХД на новый класс задач – формфакторы адронов. Получено и исследовано правило сумм для формфактора пиона при промежуточных передачах импульса. Выдвинута гипотеза о существовании локальной кварк-адронной дуальности для формфакторов адронов. На её основе проведен расчет электромагнитных формфакторов пиона, протона и нейтрона.

Развит новый метод расчета адронных формфакторов методом КХД-правил сумм в области малых передач импульса, и с его помощью вычислен электромагнитный радиус пиона. Введено новое понятие вакуумных функций распределения и впервые показано, что в методе КХД-правил сумм волновая функция пиона непосредственно связана с этими функциями. На основе модельных выражений для вакуумных функций распределения впервые найден вид волновой функции пиона в рамках КХД-правил сумм, учитывающих ненулевую среднюю виртуальность вакуумных кварков.

Практическая ценность. Результаты исследований, на которых основана диссертация, уже нашли применение в пертурбативной квантовой хромодинامي-ке жестких эксклюзивных и инклюзивных процессов, а также при расчете адронных формфакторов методом КХД-правил сумм. Развитые в диссертации методы могут быть использованы для расчета формфакторов  $\gamma\gamma$ -рассеяния, интенсивно исследуемых в настоящее время экспериментально. Важной задачей на будущее является обобщение развитой в диссертации методики на случай четырехточечных корреляторов с целью изучения процессов упругого адрон-адронного рассеяния методом КХД правил сумм.

НА ЗАЩИТУ ВЫДВИГАЮТСЯ СЛЕДУЮЩИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ:

I. Предложен универсальный теоретико-полевой подход к анализу процессов с большой передачей в квантовой хромодинامي-ке, позволяющий в каждом конкретном случае устанавливать наличие (или отсутствие) факторизации вкладов малых и больших расстояний, – свойства, определяющего, применима ли пертурбативная КХД к вычислению характеристик исследуемого процесса.

2. Доказана факторизация вкладов малых и больших расстояний для асимптотики формфактора пиона в квантовой хромодинамике. Введено понятие партонной волновой функции и показана эквивалентность теоретико-полевого описания асимптотики формфактора пиона в КХД-модифицированной партонной картине нового типа.

3. Разработаны методы расчета радиационных поправок к асимптотике формфактора пиона в КХД. Исследована эволюция волновой функции пиона в одно- и двухпетлевом приближениях.

4. С помощью подхода, основанного на факторизации вкладов малых и больших расстояний, метод КХД-правил сумм обобщен на случай адронных формфакторов. Получены и исследованы КХД-правила сумм для формфактора пиона при промежуточных и малых передачах импульса. Выдвинута гипотеза о локальной кварк-адронной дуальности для формфакторов адронов и на её основе вычислены формфакторы пиона, протона и нейтрона.

5. Введено понятие вакуумных функций распределения и разработан формализм, позволяющий учитывать в КХД-правилах сумм эффекты, обусловленные конечной длиной вакуумных флуктуаций.

Апробация диссертации. Основные результаты диссертации докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований (Дубна), Института ядерных исследований АН СССР (Москва), Института теоретической и экспериментальной физики (Москва), Института физики высоких энергий (Протвино), Международного центра теоретической физики (Триест, Италия, октябрь 1982 г.), Теоретического отдела Хельсинкского университета (Финляндия, 1984 г.), на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР 1977-1986 гг., на конференциях "Проблемы квантовой теории поля" (Алушта, 1979, 1981, 1984 гг.), "Кварки-80" (Сухуми, 1980 г.), "Кварки-84,86" (Тбилиси, 1984, 1986 гг.), "Проблемы физики высоких энергий и теории поля" (Протвино, 1978-1980, 1983-1986 гг.), конференциях по теории элементарных частиц (Ташкент, 1979 г., 1985 г.), Всесоюзном совещании по проблеме нескольких тел (Ленинград, 1983 г.), IX Европейской конференции "Проблема нескольких тел в физике" (Тбилиси, 1984 г.), на школах молодых ученых ОИЯИ (Дубна, 1982 г.); ЕРФИ (Нор-Амбюрд, 1979 г.); ИФВЭ (Протвино, 1979 г.), на международных школах по теоретической физике в Приморско (НРБ, 1980 г.), Закопане (ПНР, 1983 г.), Варне (НРБ, 1986 г.), школе ЦЕРН-ОИЯИ по физике (Урбино, Италия, 1985 г.), на международной конференции по физике элементарных частиц в Вышеграде (ВНР, 1981 г.).

Публикации. По результатам диссертации опубликована 31 работа.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав основного текста, пяти приложений и заключения. Она содержит 354 стра-

ниц машинописного текста, включающего 49 рисунков и библиографический список литературы из 277 названий.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан краткий очерк развития квантовой хромодинамики, обоснована актуальность и важность проведенного в диссертации исследования, а также дано краткое изложение содержания работы.

В первой главе излагается метод исследования асимптотик фейнмановских диаграмм в альфа-представлении, который является исходным пунктом развиваемого в диссертации подхода к анализу факторизации вкладов малых и больших расстояний в квантовой хромодинамике. Обсуждается специфика трех основных режимов интегрирования по альфа-параметрам (режима малых расстояний (RMP), пинчевого и инфракрасного (ИР)), обеспечивающих степенные  $O(Q^{-2N})$  вклады в асимптотику исследуемой амплитуды  $T(Q^2, p^2)$ , зависящей от больших ( $\sim Q^2$ ) и малых ( $\sim p^2$ ) импульсных инвариантов. Получены верхние оценки для вкладов, обусловленных режимами малых расстояний

$$T_V^{(RMP)}(Q) \leq Q^{4 - \sum t_i} \quad (1)$$

и инфракрасным

$$T_S^{(ИР)}(Q) \leq Q^{-\sum t_j} \quad (2)$$

где  $t_i$  ( $t_j$ ) - твист (т.е. размерность в единицах массы минус спин)  $i$ -й ( $j$ -й) внешней линии RMP - подграфа  $V$  (ИР - подграфа  $S$ ). Наличие в калибровочных теориях полей  $A_\mu$  с нулевым твистом ставит, таким образом, задачу суммирования по глюонам, участвующим в жестком и мягком подпроцессах.

Вторая глава посвящена построению алгоритма факторизации вкладов, связанных со взаимодействием на малых расстояниях. В качестве конкретного процесса выбрано глубоконеупругое рассеяние с целью проиллюстрировать взаимосвязь между нашим подходом и более ранними - методом операторных разложений и партонной моделью. Изложение строится таким образом, что сначала (в § 2-6) исследуется упрощенная модель со скалярными глюонами. На её примере излагаются наиболее принципиальные аспекты нашего подхода к факторизации вкладов малых и больших расстояний. Специфика факторизации в КХД обсуждается в § 7. Во вступительном § I кратко обсуждаются теоретико-полевые подходы к исследованию формфакторов глубоконеупругого рассеяния. В § 2 дается анализ структуры ведущих в асимптотике  $Q^2 \rightarrow \infty$  вкладов для модели со скалярными глюонами. Показано, что последовательный учет вкладов всех подграфов, дающих ведущий вклад, с не-

необходимость требует введения процедуры разбиения вкладов малых ( $< 1/\mu$ ) и больших ( $> 1/\mu$ ) расстояний. Эта процедура, в свою очередь, обеспечивает инфракрасную регуляризацию  $\text{Reg}_{\mu^2}^{\text{IR}}$  для вклада малых расстояний и ультрафиолетовую  $\text{Reg}_{\mu^2}^{\text{UV}}$  - для вклада больших расстояний.

Процедура факторизации вкладов малых и больших расстояний описана в § 3. Полезной для дальнейшего применения к калибровочным теориям является введенная в этом параграфе запись вкладов в координатном представлении, существенно упрощающем исследование их факторизационных свойств. Информация о динамике больших расстояний аккумулируется в матричных элементах вида  $\langle P | \text{Reg}_{\mu^2}^{\text{UV}} : \varphi(\xi) \varphi(\eta) : | P \rangle$ , где  $| P \rangle$  - состояние с импульсом  $P$ ,  $\varphi(\xi)$  - некоторое поле в точке  $\xi$ ,  $\text{Reg}_{\mu^2}^{\text{UV}}$  - вычитательная процедура, обеспечивающая конечность матричных элементов  $\langle P | \varphi \partial_{\nu_1} \dots \partial_{\nu_n} \varphi | P \rangle$  локальных операторов  $\varphi \partial_{\nu_1} \dots \partial_{\nu_n} \varphi \in O_{\mu^2}$ , возникающих при разложении исходного объекта в ряд Тейлора. Выделение из локальных операторов бесследовой компоненты дает в конечном итоге факторизованное представление для амплитуды

$$T(\omega, Q^2) = \sum_{q=\varphi, \psi} \sum_n 2^n \frac{\{P_{\mu_1} \dots P_{\mu_n}\} q^{\mu_1} \dots q^{\mu_n}}{Q^{2n}} C_n^q \left( \frac{Q^2}{\mu^2}, q \right) A_n^q(\mu^2), \quad (3)$$

где  $\{ \}$  обозначает бесследовую часть тензора,  $C_n^q$  - коэффициентная функция, определяемая динамикой малых расстояний, а  $A_n^q$  - редуцированный матричный элемент соответствующего локального оператора  $O_{\mu^2}^q$

$$\langle P | O_{\mu_1 \dots \mu_n}^q | P \rangle = 2 \{P_{\mu_1} \dots P_{\mu_n}\} A_n^q. \quad (4)$$

Связь развиваемого в диссертации формализма с операторными разложениями обсуждается в § 4. Подчеркнуто, что наш подход применим независимо от того, имеет ли асимптотика исследуемой амплитуды непосредственную связь с ведущими сингулярностями произведения некоторых токов или нет. Здесь же дан анализ факторизации в терминах импульсного представления. Показано, в частности, что коэффициентная функция  $C_n(Q^2/\mu^2, q)$  для операторов ведущего твиста соответствует регуляризованной амплитуде "партонного" подпроцесса для безмассовых частиц ( $m_q^2=0$ ) на массовой поверхности ( $p_i^2=0$ ).

Связь полученного представления для  $T(\omega, Q^2)$  с партонной моделью обсуждается в § 5. Показано, что партонная картина естественно следует из теоретико-полевого анализа, если отождествить редуцированные матричные элементы локальных операторов  $A_n^q(\mu^2)$  с моментами функций распределения партонов  $f^q(x, \mu^2)$ . В этом же параграфе (и Приложении 3) дан простой вывод формализма  $\xi$  -

скейлинга, позволяющего точно учитывать имеющуюся в факторе  $\{P_{\mu_1} \dots P_{\mu_n}\}$  зависимость от квадрата внешнего импульса  $P^2$  (в данном случае - массы адрона  $P^2 = m_n^2$ ). Учет такой зависимости совершенно необходим в ряде случаев, в частности, при анализе форм-фактора пиона при малых  $Q^2$  в главе V.

В § 6, имеющем обзорный характер, излагаются основные сведения об эволюции партонных распределений с изменением  $\mu^2$  и дается простая физическая интерпретация уравнений эволюции.

В § 7 обсуждается специфика факторизации вкладов в квантовой хромодинамике. Основной проблемой здесь является необходимость суммирования по имеющим нулевой твист глюонам, участвующим в жестком подпроцессе. Подпроцесс, таким образом, происходит не "в пустоте", а как бы в поле этих глюонов. Кварковые пропагаторы  $\mathcal{G}^c(x, y; A)$  во внешнем глюонном поле  $A$  представляются в виде

$$\mathcal{G}^c(x, y; A) = \hat{E}(x, y; A) [S^c(x, y) + R(x, y; G)], \quad (5)$$

где  $\hat{E}(x, y; A)$  -  $P$ -упорядоченная экспонента

$$\hat{E}(x, y; A) = P \exp \left( i g \int_0^1 dt A_\mu(x + t(y-x)) \right), \quad (6)$$

$S^c(x, y)$  - кварковый пропагатор в отсутствие поля, а функция  $R(x, y; G)$  оказывается зависящей от глюонного поля только через тензор  $G_{\mu\nu}$  и его ковариантные производные. Поскольку поле  $G_{\mu\nu}$  имеет ненулевой твист, при исследовании ведущей асимптотики вкладом  $R(x, y; G)$  можно пренебречь. Иными словами, представление (5) позволяет разделить вклады физических ( $G$ ) и нефизических ( $A$ ) глюонных степеней свободы. Аналогичное представление получено и для глюонного пропагатора. Показано также, что объединение  $P$ -экспонент для всех внутренних линий жесткого подпроцесса, с учетом их коммутационных свойств, приводит к появлению калибровочно-инвариантных операторов. Конечное факторизованное представление для  $T(\omega, Q^2)$  в КХД имеет тот же вид (3), что и в модели со скалярными глюонами.

Третья глава диссертации посвящена исследованию асимптотики формфактора пиона в КХД с помощью метода факторизации вкладов малых и больших расстояний. Кинематика в данном случае характеризуется наличием двух существенно различных ( $|(\rho_1 - \rho_2)^2| = Q^2 \rightarrow \infty$ ) импульсов  $\rho_1, \rho_2$  (приходящихся на пион, соответственно, в начальном и конечном состояниях), квадраты которых малы ( $\rho_1^2 = \rho_2^2 = m_n^2$ ). Как следствие, динамика больших расстояний может быть ассоциирована как начальным, так и конечным состоянием, и необходимо доказать факторизацию вклада больших расстояний в два множителя  $\Phi(\rho_1), \Phi(\rho_2)$ .

Это не является тривиальной задачей, поскольку, в принципе, возможен обмен мягкими глюонами между начальным и конечным состоянием, разрушающий факторизацию на множители  $\Phi(p_1)$ ,  $\Phi(p_2)$ . Однако проведенное в главе III исследование показывает, что хотя подобные мягкие вклады в ведущую асимптотику действительно присутствуют в отдельных диаграммах, после суммирования по всем диаграммам данного порядка они сокращаются. Физически этот результат весьма естествен - бесцветное (цветонейтральное) состояние, каковым является пион, не может создавать вокруг себя такое же поле, как и цветной кварк.

Вводный § I начинается с обсуждения двух динамических механизмов, обеспечивающих степенное асимптотическое поведение формфакторов составных частиц, - жесткое перерассеяние и механизм Фейнмана. Затем дан краткий обзор теоретико-полевых подходов к проблеме исследования формфакторов составных систем. Показано, что наличие факторизации для вспомогательной амплитуды  $T(p_1, p_2)$ , описывающей процесс типа  $q\bar{q}\chi^* \rightarrow q\bar{q}$ , означает, что аналогичная факторизация имеет место и для формфакторов связанных  $q\bar{q}$  - состояний.

В § 2 проведен анализ ведущих вкладов в асимптотику амплитуды  $T(p_1, p_2)$ . Особое внимание уделено при этом специфическим для формфакторных задач вкладам, связанным с мягкими глюонами. Установлено, что вся необходимая информация о вкладе мягких глюонов содержится в  $P$ -экспонентах  $E_{p_1}(x, \infty)$ ,  $E_{p_2}(x, \infty)$ :

$$E_p(x, \infty) = P \exp \left( ig \int_0^\infty ds p^\mu \hat{A}_\mu(x+sp) \right), \quad (7)$$

являющихся операторами калибровочных преобразований к аксиальным калибровкам  $p_1^\mu A_\mu = 0$ ,  $p_2^\mu A_\mu = 0$ .

В § 3 получено факторизованное представление для асимптотики формфактора пиона в КХД

$$F_\pi(Q^2) = \int d^4\xi d^4\eta d^4\xi' d^4\eta' \langle P' | \text{Reg}_{\mu^2}^{UV} O_{5\alpha}^*(\xi, \eta') | 0 \rangle \cdot \{ \text{Reg}_{\mu^2}^{IR} \xi_{\alpha\beta}(\xi, \xi', \eta, \eta') \} \cdot \langle 0 | \text{Reg}_{\mu^2}^{UV} O_{5\beta}(\xi, \eta) | P \rangle \{ 1 + o(1/Q^2) \}, \quad (8)$$

где  $O_{5\alpha}$  - калибровочно-инвариантные бислокальные операторы.

$$O_{5\alpha}(\xi, \eta) = \bar{\psi}(\xi) \gamma_5 \gamma_\alpha \hat{E}(\xi, \eta; A) \psi(\eta), \quad (9)$$

а  $\xi(\xi, \xi', \eta, \eta')$  - амплитуда жесткого подпроцесса  $q\bar{q}\chi^* \rightarrow q\bar{q}$ . Существование представления (8) обусловлено сокращением инфракрасночувствительных вкладов в  $P$ -экспонентах  $E_p(\xi, \infty)$  для кварка и  $E_p^{-1}(\eta, \infty)$  для антикварка или, иными словами, бесцветностью  $q\bar{q}$ -системы.

В § 4 показано, что представление (8) эквивалентно модифицированной партонной картине

скейлинга, позволяющего точно учитывать имеющуюся в факторе  $\{P_{\mu_1} \dots P_{\mu_n}\}$  зависимость от квадрата внешнего импульса  $P^2$  (в данном случае - массы адрона  $P^2 = m_n^2$ ). Учет такой зависимости совершенно необходим в ряде случаев, в частности, при анализе формфактора пиона при малых  $Q^2$  в главе V.

В § 6, имея обзорный характер, излагаются основные сведения об эволюции партонных распределений с изменением  $\mu^2$  и дается простая физическая интерпретация уравнений эволюции.

В § 7 обсуждается специфика факторизации вкладов в квантовой хромодинамике. Основной проблемой здесь является необходимость суммирования по имеющим нулевой твист глюонам, участвующим в жестком подпроцессе. Подпроцесс, таким образом, происходит не "в пустоте", а как бы в поле этих глюонов. Кварковые пропагаторы  $\mathcal{G}^c(x, y; A)$  во внешнем глюонном поле  $A$  представляются в виде

$$\mathcal{G}^c(x, y; A) = \hat{E}(x, y; A) [ S^c(x-y) + R(x, y; G) ], \quad (5)$$

где  $\hat{E}(x, y; A)$  -  $P$ -упорядоченная экспонента

$$\hat{E}(x, y; A) = P \exp \left( ig \int_0^1 dt A_\mu(x+t(y-x)) \right), \quad (6)$$

$S^c(x-y)$  - кварковый пропагатор в отсутствие поля, а функция  $R(x, y; G)$  оказывается зависящей от глюонного поля только через тензор  $G_{\mu\nu}$  и его ковариантные производные. Поскольку поле  $G_{\mu\nu}$  имеет ненулевой твист, при исследовании ведущей асимптотики вкладом  $R(x, y; G)$  можно пренебречь. Иными словами, представление (5) позволяет разделить вклады физических ( $G$ ) и нефизических ( $A$ ) глюонных степеней свободы. Аналогичное представление получено и для глюонного пропагатора. Показано также, что объединение  $P$ -экспонент для всех внутренних линий жесткого подпроцесса, с учетом их коммутационных свойств, приводит к появлению калибровочно-инвариантных операторов. Конечное факторизованное представление для  $T(\omega, Q^2)$  в КХД имеет тот же вид (3), что и в модели со скалярными глюонами.

Третья глава диссертации посвящена исследованию асимптотики формфактора пиона в КХД с помощью метода факторизации вкладов малых и больших расстояний. Кинематика в данном случае характеризуется наличием двух существенно различных ( $|p_1 - p_2|^2 = Q^2 \rightarrow \infty$ ) импульсов  $p_1$ ,  $p_2$  (приходящихся на пион, соответственно, в начальном и конечном состояниях), квадраты которых малы ( $p_1^2 = p_2^2 = m_\pi^2$ ). Как следствие, динамика больших расстояний может быть ассоциирована как с начальным, так и конечным состоянием, и необходимо доказать факторизацию вклада больших расстояний в два множителя  $\Phi(p_1)$ ,  $\Phi(p_2)$ .

Это не является тривиальной задачей, поскольку, в принципе, возможен обмен мягкими глюонами между начальным и конечным состоянием, разрушающий факторизацию на множители  $\Phi(p_1)$ ,  $\Phi(p_2)$ . Однако проведенное в главе III исследование показывает, что хотя подобные мягкие вклады в ведущую асимптотику действительно присутствуют в отдельных диаграммах, после суммирования по всем диаграммам данного порядка они сокращаются. Физически этот результат весьма естествен — бесцветное (цветонейтральное) состояние, каковым является пион, не может создавать вокруг себя такое же поле, как и цветной кварк.

Вводный § I начинается с обсуждения двух динамических механизмов, обеспечивающих степенное асимптотическое поведение формфакторов составных частиц, — жесткое перерассеяние и механизм Фейнмана. Затем дан краткий обзор теоретико-полевых подходов к проблеме исследования формфакторов составных систем. Показано, что наличие факторизации для вспомогательной амплитуды  $T(p_1, p_2)$ , описывающей процесс типа  $q\bar{q}\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ , означает, что аналогичная факторизация имеет место и для формфакторов связанных  $q\bar{q}$  — состояний.

В § 2 проведен анализ ведущих вкладов в асимптотику амплитуды  $T(p_1, p_2)$ . Особое внимание уделено при этом специфическим для формфакторных задач вкладам, связанным с мягкими глюонами. Установлено, что вся необходимая информация о вкладе мягких глюонов содержится в  $P$ -экспонентах  $E_{p_1}(x, \infty)$ ,  $E_{p_2}(x, \infty)$ :

$$E_p(x, \infty) = P \exp \left( ig \int_0^{\infty} ds p^{\mu} \hat{A}_{\mu}(x+sp) \right), \quad (7)$$

являющихся операторами калибровочных преобразований к аксиальным калибровкам  $p_1^{\mu} A_{\mu} = 0$ ,  $p_2^{\mu} A_{\mu} = 0$ .

В § 3 получено факторизованное представление для асимптотики формфактора пиона в КХД

$$F_{\pi}(Q^2) = \int d^4\xi d^4\eta d^4\xi' d^4\eta' \langle P' | \text{Reg}_{\mu^2}^{UV} O_{5\alpha}^*(\xi', \eta') | 0 \rangle \cdot \{ \text{Reg}_{\mu^2}^{IR} \xi_{\alpha\beta}(\xi, \xi', \eta, \eta') \} \cdot \langle 0 | \text{Reg}_{\mu^2}^{UV} O_{5\beta}(\xi, \eta) | P \rangle \{ 1 + o(1/Q^2) \}, \quad (8)$$

где  $O_{5\alpha}$  — калибровочно-инвариантные билакальные операторы.

$$O_{5\alpha}(\xi, \eta) = \bar{\psi}(\xi) \gamma_5 \gamma_{\alpha} \hat{E}(\xi, \eta; A) \psi(\eta), \quad (9)$$

а  $\xi(\xi, \xi', \eta, \eta')$  — амплитуда жесткого подпроцесса  $q\bar{q}\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ . Существование представления (8) обусловлено сокращением инфракрасно-чувствительных вкладов в  $P$ -экспонентах  $E_p(\xi, \infty)$  для кварка и  $E_p^{-1}(\eta, \infty)$  для антикварка или, иными словами, бесцветностью  $q\bar{q}$ -системы.

В § 4 показано, что представление (8) эквивалентно модифицированной партонной картине

$$F_{\pi}(Q^2) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \varphi^*(y, \mu^2) \varphi(x, \mu^2) E(x, p_1, \bar{x}, p_2; y, p_2, \bar{y}, p_2; \mu^2) + o(1/Q^2) \quad (10)$$

для асимптотики формфактора пиона, в которой пион описывается партонной волновой функцией  $\varphi(x, \mu^2)$ , характеризующей амплитуду вероятности найти пион в состоянии, когда кварки несут доли  $x$ ,  $\bar{x} \equiv 1-x$  его продольного импульса. Параметр  $\mu^2$  имеет смысл ограничения на поперечный импульс кварков:  $k_{\perp}^2 < \mu^2$ . Переход от теоретико-полевого описания в терминах представления (8) к партонному достигается отождествлением моментов волновой функции  $\varphi(x, \mu^2)$  с редуцированными матричными элементами локальных операторов

$$\{ p_{\alpha} p_{\alpha_1} \dots p_{\alpha_N} \} \int_0^1 \varphi(x, \mu^2) x^N dx = \langle 0 | \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_{\alpha} \vec{D}_{\alpha_1} \dots \vec{D}_{\alpha_N} \psi | P \rangle, \quad (11)$$

где  $|P\rangle$  — однопартонное состояние.

В  $O(d_s)$ -приближении для амплитуды  $E$  получена следующая формула для асимптотики формфактора пиона в терминах волновой функции  $\varphi$ :

$$F_{\pi}(Q^2) = \frac{2\pi C_F \alpha_s(\mu_R)}{N_c Q^2} \left| \int_0^1 \frac{\varphi(x, \mu^2)}{x} dx \right|^2, \quad (12)$$

где  $C_F = 4/3$ ,  $N_c = 3$  — цветовые множители, а  $\mu^2 \sim \mu_R^2 \sim Q^2$ .

Волновые функции  $\varphi(x, \mu^2)$  определяются динамикой больших расстояний, поэтому пертурбативная КХД предсказывает лишь закон их изменения с ростом  $\mu^2$ . Эволюция волновой функции пиона в главном логарифмическом приближении исследуется в § 5. Получен явный вид матрицы аномальных размерностей и описан простой способ её диагонализации. Найдены операторы, мультипликативно-перенормируемые в однопетлевом приближении. Проанализирована асимптотика  $\varphi(x, \mu^2)$  при  $\mu^2 \rightarrow \infty$  и установлено, что асимптотическая волновая функция  $\varphi^{as}(x, \mu^2 \rightarrow \infty)$  имеет вид

$$\varphi^{as}(x) = 6 f_{\pi} x(1-x), \quad (13)$$

где  $f_{\pi} = 133$  МэВ — константа распада  $\pi \rightarrow \mu \nu$ . Отсюда выведено важное следствие, что формфактор пиона при  $Q^2 \rightarrow \infty$  может быть выражен через  $f_{\pi}$  и бегущую КХД константу связи  $\alpha_s$ :

$$F_{\pi}^{as}(Q^2) \Big|_{Q^2 \rightarrow \infty} = \frac{8\pi f_{\pi}^2 \alpha_s(Q^2)}{Q^2}. \quad (14)$$

Затем обсуждается переход от описания эволюции волновой функции пиона в терминах матрицы аномальных размерностей к интегриродифференциальному уравнению эволюции, предложенному Бродским и Лепажем.

Сформулирован метод нахождения ядра эволюции из матрицы аномальных размерностей и приведен результат для однопетлевого ядра  $V(x, y)$  в КХД. Исследована структура вкладов, соответствующих режиму "двойного сжатия" (т.е. ситуации, когда RMP-подграф состоит из двух компонент), разрушающего факторизацию в форме (8), (10) для простых скалярных моделей  $\varphi^3_{(4)}$ ,  $\varphi^3_{(6)}$ . Показано, что для ведущего вклада в формфактор пиона в КХД режим двойного сжатия отсутствует. Рассмотрены неведущие фирцевские проекции (псевдоскалярная  $P$  и тензорная  $T$ ) амплитуды подпроцесса  $q\bar{q}\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$  и показано, что линейные расходимости, возникающие при интегрировании по  $x$  произведений  $E_{PP}(x, y) V_{PT}(x, z)$  и  $E_{PT}(x, y) V_{TT}(x, z)$ , сокращаются друг с другом, и поэтому нет опасности разрушения факторизации вследствие превращения  $P$ - и  $T$ - вкладов из неведущих ( $O(1/Q^2)$ ) в ведущие ( $O(1/Q^2)$ ).

Глава четвертая посвящена исследованию радиационных поправок к асимптотике формфактора пиона в КХД. Необходимость расчета таких поправок, как подчеркнуто во вступном § I, обусловлена тем, что только после их учета предсказания пертурбативной КХД приобретают необходимую жесткость. В частности, в формуле (12) естественно выбрать параметры  $\mu^2$ ,  $\mu_R^2$  пропорциональными передаче импульса  $Q^2$ , но величина коэффициентов пропорциональности ( $a$ , следовательно, и пределы применимости асимптотического КХД-анализа) может быть найдена лишь на основе информации об  $O(\alpha_s^2)$ -поправках.

В § 2 сформулирован рецепт вычисления коэффициентной функции в однопетлевом приближении с помощью размерной регуляризации. Приведен результат однопетлевого расчета и исследована его структура, а также зависимость величины поправки к формфактору от вида волновой функции пиона. Анализ поправок показывает, что при экспериментально достижимых передачах ( $Q^2 \lesssim 4 \text{ ГэВ}^2$ ) полагаться на результаты пертурбативных КХД-расчетов нельзя: при  $\mu^2 \sim 1 \text{ ГэВ}^2$  коэффициент перед  $\alpha_s^2$ -вкладом слишком велик, и его можно сделать достаточно малым лишь взяв  $\mu^2$  вне пертурбативной области.

В § 3 развит новый метод прямого (минуя расчет матрицы аномальных размерностей) вычисления ядра эволюции  $V(x, y)$  в ковариантных калибровках, давший возможность вычислить двухпетлевой вклад в  $V(x, y)$  в фейнмановской калибровке. Метод основан на разложении калибровочно-инвариантного составного оператора  $\bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\nu D^\mu \psi$  и  $(D = \partial - igA)$  по операторам вида  $\bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\nu A^{(n_1)} \dots A^{(n_k)} \psi^{(n_{k+1})}$  (где  $\psi^{(n_k)} \equiv \delta^{n_k} \psi$ ) с последующим введением соответствующих многочастичных квазипартонных волновых функций  $\varphi_k(z_0, z_1, \dots, z_k)$ . Полное двухпетлевое ядро эволюции  $V^{(2)}(x, y)$  в этом подходе дается суммой сверток вида

$$F_\pi(Q^2) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \varphi^*(y, \mu^2) \varphi(x, \mu^2) E(x, P_1; \bar{x}, P_1; y, P_2; \bar{y}, P_2; \mu^2) + O(1/Q^4) \quad (10)$$

для асимптотики формфактора пиона, в которой пион описывается партонной волновой функцией  $\varphi(x, \mu^2)$ , характеризующей амплитуду вероятности найти пион в состоянии, когда кварки несут доли  $x$ ,  $\bar{x} \equiv 1-x$  его продольного импульса. Параметр  $\mu^2$  имеет смысл ограничения на поперечный импульс кварков:  $k_\perp^2 < \mu^2$ . Переход от теоретико-полевого описания в терминах представления (8) к партонному достигается отождествлением моментов волновой функции  $\varphi(x, \mu^2)$  с редуцированными матричными элементами локальных операторов

$$\{P_\alpha P_{\alpha_1} \dots P_{\alpha_N}\} \int_0^1 \varphi(x, \mu^2) x^N dx = \langle 0 | \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\alpha \vec{D}_{\alpha_1} \dots \vec{D}_{\alpha_N} \psi | P \rangle, \quad (11)$$

где  $|P\rangle$  - однопионное состояние.

В  $O(\alpha_s)$ -приближении для амплитуды  $E$  получена следующая формула для асимптотики формфактора пиона в терминах волновой функции  $\varphi$ :

$$F_\pi(Q^2) = \frac{2\pi C_F \alpha_s(\mu_R)}{N_c Q^2} \left| \int_0^1 \frac{\varphi(x, \mu^2)}{x} dx \right|^2, \quad (12)$$

где  $C_F = 4/3$ ,  $N_c = 3$  - цветовые множители, а  $\mu^2 \sim \mu_R^2 \sim Q^2$ .

Волновые функции  $\varphi(x, \mu^2)$  определяются динамикой больших расстояний, поэтому пертурбативная КХД предсказывает лишь закон их изменения с ростом  $\mu^2$ . Эволюция волновой функции пиона в главном логарифмическом приближении исследуется в § 5. Получен явный вид матрицы аномальных размерностей и описан простой способ её диагонализации. Найдены операторы, мультипликативно-перенормируемые в однопетлевом приближении. Проанализирована асимптотика  $\varphi(x, \mu^2)$  при  $\mu^2 \rightarrow \infty$  и установлено, что асимптотическая волновая функция  $\varphi^{as}(x, \mu^2 \rightarrow \infty)$  имеет вид

$$\varphi^{as}(x) = 6 f_\pi x(1-x), \quad (13)$$

где  $f_\pi = 133 \text{ МэВ}$  - константа распада  $\pi \rightarrow \mu \nu$ . Отсюда выведено важное следствие, что формфактор пиона при  $Q^2 \rightarrow \infty$  может быть выражен через  $f_\pi$  и бегущую КХД константу связи  $\alpha_s$ :

$$F_\pi^{as}(Q^2) \Big|_{Q^2 \rightarrow \infty} = \frac{8\pi f_\pi^2 \alpha_s(Q^2)}{Q^2} \quad (14)$$

Затем обсуждается переход от описания эволюции волновой функции пиона в терминах матрицы аномальных размерностей к интегродифференциальному уравнению эволюции, предложенному Бродским и Лепажем.

Сформулирован метод нахождения ядра эволюции из матрицы аномальных размерностей и приведен результат для однопетлевого ядра  $V(x, y)$  в КХД. Исследована структура вкладов, соответствующих режиму "двойного сжатия" (т.е. ситуации, когда ГМР-подграф состоит из двух компонент), разрушающего факторизацию в форме (8), (10) для простых скалярных моделей  $\varphi^3_{(4)}$ ,  $\varphi^3_{(6)}$ . Показано, что для ведущего вклада в формфактор пиона в КХД режим двойного сжатия отсутствует. Рассмотрены неведущие фирцевские проекции (псевдоскалярная  $P$  и тензорная  $T$ ) амплитуды подпроцесса  $q\bar{q}\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$  и показано, что линейные расходимости, возникающие при интегрировании по  $x$  произведений  $F_{PP}(x, y)V_{PT}(z, z)$  и  $F_{PT}(x, y)V_{PP}(z, z)$ , сокращаются друг с другом, и поэтому нет опасности разрушения факторизации вследствие превращения  $P$ - и  $T$ - вкладов из неведущих ( $O(\sqrt{Q^4})$ ) в ведущие ( $O(1/Q^2)$ ).

Глава четвертая посвящена исследованию радиационных поправок к асимптотике формфактора пиона в КХД. Необходимость расчета таких поправок, как подчеркнуто во вводимом § I, обусловлена тем, что только после их учета предсказания пертурбативной КХД приобретают необходимую жесткость. В частности, в формуле (12) естественно выбрать параметры  $\mu^2$ ,  $\mu_k^2$  пропорциональными передаче импульса  $Q^2$ , но величина коэффициентов пропорциональности (а, следовательно, и пределы применимости асимптотического КХД-анализа) может быть найдена лишь на основе информации об  $O(\alpha_s^2)$ -поправках.

В § 2 сформулирован рецепт вычисления коэффициентной функции в однопетлевом приближении с помощью размерной регуляризации. Приведен результат однопетлевого расчета и исследована его структура, а также зависимость величины поправки к формфактору от вида волновой функции пиона. Анализ поправок показывает, что при экспериментально достижимых передачах ( $Q^2 \leq 4 \text{ ГэВ}^2$ ) полагаться на результаты пертурбативных КХД-расчетов нельзя: при  $\mu^2 \sim 1 \text{ ГэВ}^2$  коэффициент перед  $\alpha_s^2$ -вкладом слишком велик, и его можно сделать достаточно малым лишь взяв  $\mu^2$  вне пертурбативной области.

В § 3 развит новый метод прямого (минуя расчет матрицы аномальных размерностей) вычисления ядра эволюции  $V(x, y)$  в ковариантных калибровках, давший возможность вычислить двухпетлевой вклад в  $V(x, y)$  в фейнмановской калибровке. Метод основан на разложении калибровочно-инвариантного составного оператора  $\bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\nu D^\nu \psi$  и  $(D = \partial - igA)$  по операторам вида  $\bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\nu A^{(n_1)} \dots A^{(n_k)} \psi^{(n_{k+1})}$  (где  $\varphi^{(n_k)} \equiv \partial^{n_k} \varphi$ ) с последующим введением соответствующих многочастичных квазипартонных волновых функций  $\varphi_k(z_0, z_1, \dots, z_k)$ . Полное двухпетлевое ядро эволюции  $V^{(2)}(x, y)$  в этом подходе дается суммой сверток вида

$$V^{(2)}(x, y) = \sum_{j=0}^2 \beta_j(x\{z\}_{j+1}) V_{j0}(\{z\}_{j+1}|y) [dz]_{j+1}, \quad (15)$$

где  $\beta_j$  - некоторые универсальные ядра, а  $V_{j0}$  - ядра, описывающие смешивание функций  $\psi_j, \varphi_0$  при перенормировке. Для проверки результатов расчетов оказываются полезными формулы, связывающие ядро  $V(x, y)$  с ядром  $P(z)$ , описывающим эволюцию функций распределения партоннов. Окончательные выражения для  $V^{(2)}(x, y)$ , найденные в фейнмановской и светоподобной аксиальной калибровках, совпали.

В § 4 сначала исследуется структура двухпетлевого ядра эволюции и излагается метод решения уравнения эволюции для волновой функции пиона в двухпетлевом приближении. Затем полученное решение этого уравнения используется для вычисления двухпетлевых поправок к эволюции волновой функции пиона и соответствующих поправок к асимптотике формфактора пиона. Показано, что  $O(\alpha_s^2)$ -поправки к  $F_\pi(Q^2)$ , обусловленные эволюцией волновых функций, оказываются существенно меньшими  $O(\alpha_s^2)$ -поправок, которые дает однопетлевая коэффициентная функция, и поэтому основные выводы из анализа поправок, приведенного в § 2, остаются в силе, - асимптотические формулы пертурбативной КХД неприменимы в экспериментально достигнутой области ( $Q^2 \leq 4 \text{ ГэВ}^2$ ).

Глава пятая посвящена разработке КХД-подхода, позволяющего рассчитывать адронные формфакторы в "непертурбативной" области умеренных и малых передач импульса. В основу подхода положен метод КХД-правил сумм. Для предпринятого в диссертации расширения сферы его применимости на динамические характеристики (формфакторы) оказалось необходимым обобщить стандартный анализ на случай трехточечных функций Грина  $T(p_1^2, p_2^2, q^2)$ . Суть подхода заключается в том, что сначала анализируется поведение  $T(p_1^2, p_2^2, q^2)$  в области, где некоторые (или все) из импульсных инвариантов  $p_1^2, p_2^2, q^2$  велики и отрицательны, а затем информация о поведении в этой (нефизической) области используется для нахождения параметров, характеризующих поведение  $T$  в физической области, где  $p_1^2 \sim p_2^2 \sim m_{\text{hadr}}^2$ . Поведение  $T(p_1^2, p_2^2, q^2)$  в нефизической области находится с помощью теории возмущений на основе факторизации вкладов малых и больших расстояний. Здесь мы вновь прибегаем к общей методике, изложенной в первых двух главах.

Во вводимом § I показана несостоятельность попыток описания формфактора пиона  $F_\pi(Q^2)$  при  $Q^2 \leq 4 \text{ ГэВ}^2$  с помощью асимптотических КХД-формул для диаграммы одноглюнного обмена и поставлена задача расчета доминирующего в этой области непертурбативного

вклада, соответствующего треугольной диаграмме, т.е. механизму Фейнмана.

В § 2, имея в значительной мере обзорный характер, изложены основные положения метода КХД-правил сумм. Обсуждены техника исследования двухточечных корреляторов, кварк-адронная дуальность и конечноэнергетические правила сумм (для коррелятора аксиальных токов, а также для точно решаемой задачи о двумерном квантовомеханическом осцилляторе), анализ адронного спектра с помощью борелевских правил сумм.

В § 3 разработан метод анализа трехточечных корреляторов. На основе двойного дисперсионного соотношения для  $T(p_1^2, p_2^2, q^2)$  введено понятие двойного борелевского образа  $\Phi(M_1^2, M_2^2, Q^2)$ . Обсуждена специфика различных кинематических ситуаций:  $p_1^2 \sim p_2^2 \sim q^2$  (промежуточные передачи),  $|q^2| \ll |p_1^2|, |p_2^2|$  (малые передачи),  $|q^2| \gg |p_1^2|, |p_2^2|$  (большие передачи). Подробно исследована структура пертурбативного вклада низшего порядка: найдены его двойной борелевский образ и соответствующая спектральная плотность, получены разложения в области малых и больших  $Q^2$ , и дана интерпретация этих разложений в терминах факторизации вкладов малых и больших расстояний.

В § 4 вычислено поведение формфактора пиона при промежуточных передачах импульса как на основе гипотезы о локальной кварк-адронной дуальности, так и с помощью борелевских правил сумм. На примере двумерного осциллятора показано, что локальная дуальность эквивалентна использованию модельной волновой функции  $\psi(k_1) \sim \theta(k_1^2/2m < \omega)$ , имеющей ту же ширину, что и истинная волновая функция  $\psi(k_1) \sim \exp(-k_1^2/2m\omega)$ . Проанализирована связь между локальной кварк-адронной дуальностью для формфакторов адронов и выбором модельной формы мягкой адронной волновой функции. Показано, что результат расчета  $F_\pi(Q^2)$  на основе гипотезы о локальной кварк-адронной дуальности хорошо согласуется с предсказаниями борелевских правил сумм, а также и с экспериментальными данными.

В § 5 локальная кварк-адронная дуальность используется для расчета поведения нуклонных формфакторов при передачах импульса  $I \sim 30 \text{ ГэВ}^2$ . Результаты расчетов находятся в удовлетворительном (а для магнитного формфактора протона, в случае которого имеются наиболее точные данные, - и в хорошем) согласии с экспериментальными данными.

В § 6 метод КХД-правил сумм применен к расчету формфактора пиона при малых  $Q^2$ . В кинематике  $Q^2 \ll |p_1^2|, |p_2^2|$  требуется дополнительная факторизация вкладов малых и больших расстояний. При этом появляются дополнительные члены, имеющие структуру двухточечного

коррелятора. Полученное из КХД-правил сумм значение электромагнитного радиуса пиона

$$\langle r_\pi^2 \rangle^{1/2} |_{\text{КХД пс}} = 0,66 \pm 0,03 \text{ фм} \quad (16)$$

хорошо согласуется с экспериментальными данными.

В § 7 исследуются КХД правила сумм для моментов волновой функции пиона  $\varphi_\pi(x)$ . Показано, что такие правила сумм весьма чувствительны к форме координатной зависимости "нелокальных конденсатов"

$$M(z^2) \equiv \langle \bar{q}(0) \hat{E}(0, z; A) q(z) \rangle = \langle \bar{q}q \rangle \int_0^\infty dv e^{z^2 v/4} \Phi(v), \quad (17)$$

$\langle \bar{q}(0) \gamma_\mu \hat{E}(0, z; A) q(z) \rangle$  (где  $\hat{E}$  - P-экспонента (6), а  $z^2 < 0$ ), и т.п.; а именно: в борелевских КХД правилах сумм волновая функция  $\varphi_\pi(x)$  непосредственно выражается через вакуумные функции распределения  $\Phi(x M^2)$  ( $M^2$  - борелевский параметр). Для распределений  $M(z^2)$ , имеющих ширину, диктуемую стандартным значением  $\lambda^2 \approx 0,4 \text{ ГэВ}^2$  отношения  $\lambda^2 \approx \langle \bar{q} \not{D}^2 q \rangle / \langle \bar{q}q \rangle$ , найдены удовлетворяющие модифицированным (учетом нелокальности) правилам сумм модельные волновые функции  $\varphi_\pi^{(1)}(x) = \delta f_\pi \sqrt{x\bar{x}} / \pi$ ,  $\varphi_\pi^{(2)}(x) = G f_\pi x \bar{x} \{1 + (\delta/g)(1-5x\bar{x})\}$ , довольно близкие к асимптотической волновой функции  $\varphi_\pi^{as}(x) = 6 f_\pi x \bar{x}$ .

В заключении дана сводка основных результатов диссертации, указаны уже имеющиеся приложения этих результатов, намечены задачи для будущих исследований.

В Приложении I даны основные определения, используемые при анализе фейнмановских диаграмм в альфа-представлении.

В Приложении 2 выведена оценка для вклада инфракрасного режима.

В Приложении 3 дан простой вывод формализма  $\xi$  - скейлинга и переменной Нахтманна.

В Приложении 4 с помощью техники альфа-представления доказано, что функции  $\varphi(x_1, \dots, x_N)$ ,  $F(x_1, \dots, x_N)$ , обобщенные моменты которых равны редуцированным матричным элементам  $\langle 0 | O | P \rangle$ ,  $\langle P | O | P \rangle$  локальных операторов O вида  $(\partial^{\nu_1} \varphi_1) \dots (\partial^{\nu_N} \varphi_N)$ , обладают спектральными свойствами, необходимыми для их партонной интерпретации.

В Приложении 5 сформулирован простой и эффективный метод расчета спектральных плотностей для обобщенно-треугольных диаграмм.

РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В РАБОТАХ:

- I. Radyushkin A.V. Massive lepton-pair production and asymptotically free gauge theories. - Phys. Lett. B, 1977, v. 69, No 3,

- pp. 245-248 (Препринт ОИЯИ P2-10564, Дубна, 1977, 9с) (Рождение массивных лептонных пар и асимптотически свободные калибровочные теории).
2. Радюшкин А.В. Глубокоупругое рассеяние составных частиц в теории поля и асимптотическая свобода.- Препринт ОИЯИ, P2-10717, Дубна, 1977, 9с.
  3. Радюшкин А.В. Анализ жестких инклюзивных процессов в квантовой хромодинамике.- ЭЧАЯ, 1983, т. 14, сс 58-123.
  4. Радюшкин А.В. Правила сумм и эксклюзивные процессы в квантовой хромодинамике. В кн.: Труды международного семинара по физике высоких энергий и квантовой теории поля, ИФВЭ, Протвино, 1983, т. 1, сс 69-86; Acta Physica Polonica, В, 1984, в. 15, № 5, pp. 403-418.
  5. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Процессы с большой передачей импульса в квантовой хромодинамике.- В кн.: Проблемы физики высоких энергий и квантовая теория поля. Труды Международного семинара ИФВЭ, Протвино, 1978, т. 2, сс 185-211. (JINR preprint E2-II535, Dubna, 1978, p. 28.).
  6. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Теоретико-полевой подход к процессам с большой передачей импульса. I. Глубокоупругое рассеяние.- ТМФ, 1980, т. 44, № 1, сс 17-33 ( JINR preprint E2-II725, Dubna, 1978, p. 26).
  7. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Теоретико-полевой подход к процессам с большой передачей импульса. II. Рождение массивных лептонных пар- ТМФ, 1980, т. 44, № 2, сс 157-171 (JINR preprint E2-II726, Dubna, 1978, p. 24).
  8. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Теоретико-полевой подход к процессам с большой передачей импульса. III. Калибровочные теории.- ТМФ, 1980, т. 44, № 3, сс. 327-341 (JINR preprint E2-II849, Dubna, 1978, p. 27).
  9. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Партоны, жесткие процессы и квантовая хромодинамика. ОИЯИ P2- 12763, Дубна, 1979, тл. III, сс.58-93; Rivista del Nuovo Cimento, 1980, v. 3, No 2, Chapt.III, pp80-76.
  10. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Асимптотика формфактора пиона в квантовой хромодинамике.- ТМФ, 1980, т. 42, № 2, сс.147-166 (JINR preprint E2-II983, Dubna, 1978, p.30).
  11. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Факторизация и формфактор пиона в квантовой хромодинамике.- В кн.: Труды II международного семинара "Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля", ИФВЭ, Протвино, 1979, сс. 546-577. (JINR preprint E2-12384, Dubna, 1979, p.27).
  12. Efremov A.V., Radyushkin A.V. Factorization and asymptotic behaviour of pion formfactor in QCD.- Phys. Lett., B, 1980, v.94, No 2, pp. 245-250. (Препринт ОИЯИ P2-12900, Дубна, 1979, с. 10). (Факторизация и асимптотическое поведение формфактора пиона в квантовой хромодинамике).
  13. Nikolaev S.N., Radyushkin A.V.- Vacuum corrections to QCD charmonium sum rules: basic formalism and  $O(\epsilon^3)$  results.- Nucl. Phys. B., 1983, v. 213, No 2, pp. 285-304, ( JINR preprint E2-82-521, Dubna, 1982, p. 22). (Вакуумные поправки к КХД-правилам сумм для чармония. Основы метода и  $O(\epsilon^3)$  результаты).
  14. Диттес Ф.-М., Радюшкин А.В. Радиационные поправки к формфактору пиона в квантовой хромодинамике.- ЯФ, 1981, т. 34, вып. 2, сс 529-540. ( JINR preprint E2-80-688, Dubna, 1980, p. 17).
  15. Радюшкин А.В., Халмурадов Р.С. Однопетлевые поправки к формфактору пиона в КХД в светоподобной калибровке.- ЯФ, 1985, т. 42, вып. 2, сс 458-466. (JINR, preprint E2-84-606, Dubna, 1984, p. 11.).
  16. Dittes F.-M., Radyushkin A.V. Two-loop contribution to the evolution of the pion wave function.- Phys. Lett., B, 1984, v. 134, No 5, pp. 359-362. (JINR preprint E2-83-666, Dubna, 1983, p. 7); (Двухпетлевой вклад в ядро эволюции волновой функции пиона).
  17. Mikhailov S.V., Radyushkin A.V. Evolution kernels in QCD: Two loop calculation in Feynman gauge.- Nucl. Phys. B., 1985, v.254, No 1, pp. 89-126 ( Препринт ОИЯИ P2-84-534, Дубна, 1984, 32с.). (Ядра эволюции в КХД: двухпетлевой расчет в фейнмановской калибровке).
  18. Mikhailov S.V., Radyushkin A.V. Structure of two-loop evolution kernels and evolution of the pion wave function in  $\varphi_{(6)}^3$  and QCD.- Nucl. Phys. B., 1986, v. 273, No 2, pp. 297-319. (Препринт ОИЯИ P2-85-906. Дубна, 1985, с. 24). (Структура двухпетлевых ядер эволюции и эволюция волновой функции пиона в модели  $\varphi_{(6)}^3$  и КХД).
  19. Каданцева Е.П., Михайлов С.В., Радюшкин А.В. Полные  $\alpha_s$  - поправки в пертурбативной КХД.- ЯФ, 1986, т. 44, вып. 2, сс. 507-516. (JINR preprint E2-85-763, Dubna, 1985, p. 15).
  20. Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Формфактор пиона и квантово-хромодинамические правила сумм.- Письма в ЖЭТФ, 1982, т. 35, вып. 9, сс.395-398. (JINR preprint E2-82-126, Dubna, 1982, p.6).

21. Nesterenko V.A., Radyushkin A.V. Sum rules and pion form factor in QCD.- *Phys. Lett.*, B, 1982, v. 115, No 5, pp.410-414. (JINR preprint E2-82-206, Dubna, 1982, p. 9)  
(Правила сумм и формфактор пиона в КХД).
22. Nesterenko V.A., Radyushkin A.V.- Sum rules and pion form factor in QCD.- In.: Proc XXI International Conference on High Energy Physics, Paris, France (26-31 July, 1982); *Journal de Physique Suppl.* 1982, No 12, pp. C-242-C245.
23. Nesterenko V.A., Radyushkin A.V.- Local quark-hadron duality and nucleon form factor in QCD.- *Phys. Lett.*, B, 1983, v. 128, No 6, pp. 439-444. (Препринт ОИЯИ P2-83-251, Дубна 1983, с.11).  
Локальная кварк-адронная дуальность и формфакторы нуклонов в КХД).
24. Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Кварк-адронная дуальность и формфакторы нуклонов в КХД.- ЯФ, 1984, т. 39, вып. 5, сс.1287-1296, (JINR preprint E2-83-464, Dubna, 1983, p. 15).
25. Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Анализ поведения формфактора пиона при малых  $Q^2$  методом КХД правил сумм.- Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 39, вып. 12, сс. 576-578. (JINR preprint E2-84-230, Dubna, 1984, p. 5).
26. Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Формфактор пиона при малых  $Q^2$ .  
В кн.: Материалы Международного семинара "Кварки-84", ИЯИ АН СССР, Москва, 1985, т. 2, сс. 64-68.
27. Радюшкин А.В. Формфакторы адронов в КХД.: факторизация и метод КХД правил сумм. В кн.: Труды УИ Международного семинара по проблемам физики высоких энергий, ОИЯИ, Д1,2-84-599, Дубна, 1984, сс. 9-17.
28. Михайлов С.В., Радюшкин А.В. Нелокальные конденсаты и КХД правила сумм для волновой функции пиона.- Письма в ЖЭТФ, 1986, т. 43, вып. 12, сс.551-554. (JINR preprint E2-86-259, Dubna, 1986, p. 4).
29. Радюшкин А.В. Альфа-представление и спектральные свойства мультипартонных функций.- ТМФ, 1984, т. 61, № 2, сс. 284-292.
30. Радюшкин А.В., Халимурадов Р.С. Однопетлевые поправки к формфактору пиона в КХД. Псевдоскалярный вклад.- Препринт ОИЯИ P2-85-389, Дубна, 1985, с. 14.
31. Efremov A.V., Nesterenko V.A., Radyushkin A.V. Pion form factor in a scalar model.- *Nuovo Cimento*, A., 1983, v. 76, No 1, pp. 122-142. (Препринт ОИЯИ P2-82-672, Дубна, 1982, с. 22). (Формфактор пиона в скалярной модели.).

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 февраля 1987 года.