

Б413

**2-87-412**

**БЕЙЛИН**  
**Виталий Александрович**

**ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ  
ХАРАКТЕРИСТИК МЕЗОНОВ С S- И C-КВАРКАМИ  
МЕТОДОМ КХД ПРАВИЛ СУММ**

**Специальность: 01.04.02 — теоретическая  
и математическая физика**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

Дубна 1987

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

**Научный руководитель:**

кандидат физико-математических наук  
старший научный сотрудник

А.В. РАДИШКИН

**Официальные оппоненты:**

доктор физико-математических наук  
старший научный сотрудник

М.А. ШИФМАН

доктор физико-математических наук  
старший научный сотрудник

Е.М. ЛЕВИН

Ведущее научно-исследовательское учреждение:  
Физический институт им. П.Н. Лебедева АН СССР, Москва.

Автореферат разослан " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1987 г.

Защита диссертации состоится " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1987 г. на заседании Специализированного совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, Дурна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета  
кандидат физико-математических наук

А.Е. ДОРОХОВ

**ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

Актуальность темы. Теоретической основой современной физики сильных взаимодействий элементарных частиц является квантовая хромодинамика (КХД). Описание локальных взаимодействий цветных кварков и глюонов в рамках неабелевой калибровочной теории адекватно объясняет весьма широкий круг физических явлений, в частности так называемые жесткие процессы - взаимодействия частиц с большой передачей импульса. Основой успеха КХД во многих приложениях является возможность использования хорошо разработанных в квантовой теории поля методов теории возмущений. Обоснование применимости этих методов (для жестких процессов) следует из наличия в КХД асимптотической свободы, т.е. логарифмического убывания эффективной константы связи на малых расстояниях (при больших передачах  $Q^2$ ). Однако по теории возмущений может быть найдена лишь некоторая часть амплитуды физического процесса, а именно, та, которая соответствует обменам большим 4-импульсом между частицами. Полная же амплитуда зависит не только от больших, но и от малых импульсных инвариантов и поэтому существенно определяется динамикой процессов, протекающих на больших расстояниях. Соответствующие низкоэнергетические свойства физических амплитуд не могут быть исследованы методами теории возмущений, определяющей роль в процессах, происходящих на масштабах  $R_{\text{конф}} \gg 1 \text{ ГэВ}^{-1}$ , играют эффекты, имеющие непертурбативную природу.

Анализ явлений в области малых и предасимптотических передач импульса привел к формулировке подхода, основой которого является гипотеза о нарушении асимптотической свободы во взаимодействиях жестких партонов с вакуумными флуктуациями кварковых и глюонных полей. Возможность количественного описания такого взаимодействия связана с введением в амплитуды физических процессов степенных поправок  $\sim Q^{-2n}$ , содержащих ненулевые вакуумные средние кварковых и глюонных полей  $\langle \bar{q} q \rangle$ ,  $\langle G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle$  и т.д. Эти конденсаты на феноменологическом уровне отражают существование у физического вакуума КХД сложной непертурбативной структуры.

Формулировка метода квантово-хромодинамических правил сумм (ПС) (А.И. Вайнштейн, В.И. Захаров, М.А. Шифман) позволила, начиная движе-

ние из области малых расстояний и задавая в качестве начальных условий существование конфайнмента и учет непертурбативной природы вакуума на уровне его универсальных характеристик – конденсатов, проследить за выходом на режим сильной связи контролируемым образом. Таким образом, учет эффектов больших расстояний на границе области асимптотической свободы дает возможность исследования и определения различных адронных характеристик.

На первом этапе своего существования метод КХД правил сумм в форме степенных моментов амплитуд был эффективно применен для исследования двухтоковых корреляторов с целью получения информации о статических параметрах (массах, константах связи) адронов, построенных из массивных кварков. Позднее использование правил сумм для борелевских моментов позволило успешно определить многие характеристики легких мезонов и барионов. Логика дальнейшего развития метода привела на втором этапе к необходимости анализа трехтоковых амплитуд. В этом случае имеется возможность изучения как статических (ширины двухчастичных распадов и пр.), так и динамических (формфакторы) свойств адронов. Одной из важных задач здесь является разработка методов определения адронных характеристик, в которых явно учитывались бы эффекты ненулевых масс кварков. Необходимость такого учета связана с тем, что в реальном мире кварков приближение  $m_q = 0$  плохо работает уже для  $S$  – кварков, для мезонов же с  $S$ -кварками роль  $m_c$  вообще очень существенна.

Актуальность исследования статических и динамических характеристик адронов с учетом масс составляющих кварков и разработки методов такого исследования определяется, помимо внутренней потребности развития и обобщения метода КХД правил сумм, еще и необходимостью анализа всевозрастающего потока экспериментальной информации, а также возможностью использования получаемых результатов для верификации различных гипотез и приближений в КХД.

Цель работы – исследование ряда статических и динамических характеристик мезонов, содержащих  $S$ -и  $C$  – кварки, в рамках метода правил сумм КХД; разработка способов учета и анализа эффектов ненулевых масс кварков на примере трехтоковых корреляционных функций.

#### Научная новизна работы

В диссертации разработан метод анализа КХД правил сумм для трехтоковых амплитуд с учетом масс составляющих кварков. Предложен способ построения ПС для отношения трехтокового коррелятора к двухтоковым с последующим разложением отношения по параметрам  $\alpha_s$  и  $m_q^{-2}$ . Анализ таких ПС показывает стабильность результатов по отношению

к вариациям массы тяжелого кварка. Показано, что использование таких правил сумм дает возможность эффективно отделить информацию об интересующей величине от вкладов в ПС, связанных с вычетами в соответствующие токи. Показано, что в таком подходе значительно расширяется рабочая область ПС, мала роль пертурбативных поправок.

Разработана техника расчета и проведен качественный анализ спектральных плотностей для пертурбативных и непертурбативных вкладов. Найденны ширины радиационных переходов чармония  $\Gamma(\gamma/\psi \rightarrow \eta_c \gamma)$  и  $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2\gamma)$  в рамках предложенного подхода с учетом вкладов  $O(\alpha_s)$  и  $O(\langle G^2 \rangle)$ , практически не зависящие от величины  $m_c$ .

Предложено обобщение метода борелевских правил сумм для исследования 3-токовых амплитуд, содержащих массивные кварки, в сочетании с ранее описанным подходом. Это позволяет повысить точность определения ширины радиационных распадов чармония, зафиксировать ширины распадов возбужденных состояний  $\Gamma(\psi' \rightarrow \eta_c' \gamma)$ ,  $\Gamma(\eta_c' \rightarrow 2\gamma)$ . Получены также оценки ширины  $\Gamma(\eta_c \rightarrow h)$ ,  $\Gamma(\chi^0 \rightarrow 2\gamma)$ .

Метод КХД ПС впервые использован для исследования формфактора мезона с учетом ненулевой массы  $S$  – кварка ( $K^+$ ;  $K^0$ -мезоны). Получены ПС для формфактора  $F_K(Q^2)$  в области промежуточных ( $m_q^2 \leq Q^2 \leq 4-5 \text{ ГэВ}^2$ ) передач импульса. Найдена модификация ПС в области  $Q^2 \sim 0$ . Вычислены электромагнитные радиусы  $K^+$ ;  $K^0$ -мезонов. Рассчитана методом ПС КХД величина, характеризующая нарушение киральной  $SU(3)$ -симметрии:  $\langle r_\pi^2 \rangle - \langle r_K^2 \rangle$ . С целью апробации метода проанализирована модель квантово-механического осциллятора, для которого найден среднеквадратичный радиус основного уровня, описано поведение формфактора основного состояния в приближении локальной дуальности.

Практическая ценность работы. Развитый и апробированный в диссертации подход к исследованию правил сумм для трехточечных корреляционных функций как в форме степенных моментов при  $Q^2 = 0$  или  $Q^2 \neq 0$ , так и для борелевских моментов может использоваться для определения статических и динамических характеристик тяжелых систем, т.е. там, где нельзя пренебречь массами кварков и существенна точность их определения. В частности, такой метод будет полезен при изучении распадов чармония и боттония, позволит предсказывать ширины распадов возбужденных уровней, находить мягкие волновые функции тяжелых мезонов.

Полученные в диссертации результаты для формфактора и зарядового радиуса  $K$ -мезона могут быть обобщены для изучения формфакторов  $D$ -,  $F$ -,  $B$  – мезонов и соответствующих зарядовых радиусов, для анализа эффектов нарушения киральной симметрии, изучения  $K_{L3}$  – формфакторов.

Результаты могут использоваться для анализа данных по  $Ke^-$ -рассеянию, стимулируют дальнейшие эксперименты для чармонии.

Разработанный подход и результаты его использования являются необходимым этапом на пути к созданию полной теоретической картины структуры и динамики адронов с учетом масс составляющих их кварков, а также важны при распространении метода ПС КХД на процессы, связанные с четырехтоковыми корреляторами.

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 6 работ.

**Апробация работы.** Результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на семинарах Лаборатории теоретической физики ОИЯИ, на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР (1983-1985 гг.), на научных семинарах отдела теоретической физики НИИ физики Ростовского университета.

**Объем работы.** Диссертация состоит из введения, 3 глав основного текста, заключения и 3 приложений. Текст диссертации изложен на 146 страницах, включая 19 рисунков и 2 таблицы. Библиографический список литературы содержит 139 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** дается краткий очерк развития теории элементарных частиц, приводится обзор литературы, касающейся рассматриваемых в диссертации вопросов. Обсуждается актуальность темы и выбор объектов исследований, кратко излагаются содержание работы и полученные результаты.

В **первой главе** метод КХД правил сумм (ПС) используется для анализа радиационных переходов MI-типа в чармонии.

В § 1 дается краткое изложение метода КХД правил сумм, рассматриваемого в плане применения его для тяжелых мезонов. На примере двухтокового коррелятора изучается метод степенных моментов при  $Q^2 = 0$  и  $Q^2 \neq 0$ ; обсуждается выбор параметров правил сумм, в частности величины  $m_c$ , возможность выделения области стабильности (плато) по номерам моментов.

В § 2 вначале обсуждается история вопроса об исследованиях радиационных переходов в чармонии. Выводятся ПС, из которых можно извлечь значения ширины  $\Gamma(\psi \rightarrow \eta_c \gamma)$  и  $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2\gamma)$ . Для этого рассматривается трехточечный коррелятор двух векторных и псевдоскалярного токов, вычисляются вклады однопетлевой (борновской) диаграммы и степенных поправок, связанных с глюонным конденсатом  $\langle G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle$  (вклад вакуумных средних  $\langle \bar{c}c \rangle$  подавлен большой величиной  $\sim 1/m_c$ ).

Рассчитывается пертурбативная спектральная плотность  $\rho^{TB}(s, t)$ . После перехода к моментам в точке  $Q^2 = 0$ ,  $Q_1^2 = 0$  вклад степенных поправок в амплитуду имеет вид

$$M_{nk}^{cc} = -\frac{3}{2\pi^2} \frac{\Phi}{m_c^{2(n+k)+1}} \cdot \frac{(n+k)!(n+k+1)!}{(2n+2k+3)!} \times \\ \times \left[ (n+k)(n+k+2)^2 - 2(n+k+1)(n-k) - (n-k)^2 \right], \\ \Phi = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{1}{(4m_c^2)^2} \langle \frac{d_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle.$$

В § 3 описан метод расчета поправок  $O(d_s)$  к полученным правилам сумм, обсуждается выбор расчетной схемы вычитаний ультрафиолетовых расходимостей. Ввиду сложности получения точного аналитического ответа находятся численные коэффициенты при  $d_s/\pi$ , приведенные в таблице I. Корректность разложения по  $d_s (\mu_{\overline{MS}} = m_c)$  обеспечивается малостью найденных коэффициентов.

§ 4 посвящен качественному анализу процесса радиационных переходов в чармонии на основе изучения формирования физической спектральной плотности. Выделяются характерные энергетические масштабы для этапов перехода от пертурбативной спектральной плотности к физической, найдена спектральная плотность степенных вкладов, содержащая члены  $\delta^1(s-t)$  и  $\delta^2(s-t)$ , которые генерируют "уход" спектральной плотности с диагонали  $S = t$ .

В § 5 выписаны КХД правила сумм для радиационных переходов, имеющие форму

$$g_\psi h_{\eta_c} F_{\eta_c} + g_{\psi'} h_{\eta_c'} \left(\frac{M_\psi}{M_{\psi'}}\right)^{2k} \left(\frac{M_{\eta_c}}{M_{\eta_c'}}\right)^{2n+1} F_{\psi'\eta_c'} + \\ + g_{\psi'} h_{\eta_c} \left(\frac{M_\psi}{M_{\psi'}}\right)^{2k} F_{\psi'\eta_c} + g_\psi h_{\eta_c'} \left(\frac{M_{\eta_c}}{M_{\eta_c'}}\right)^{2n+1} F_{\eta_c'\psi} + \text{континуум} = \\ = \left(\frac{M_\psi}{m_c}\right)^{2k} \left(\frac{M_{\eta_c}}{m_c}\right)^{2n+1} \left[ \tilde{M}_{nk}^0 + \tilde{M}_{nk}^{d_s} + \tilde{M}_{nk}^{cc} \right],$$

где  $\tilde{M}_{nk}^0 = \frac{3}{2\pi^2} \frac{[(n+k)!]^2}{(2n+2k+3)!}$ , а  $g_{\psi, \psi'}, h_{\eta_c, \eta_c'}$  - вычеты резонансов в соответствующие токи. Для перехода к анализу процесса  $\eta_c \rightarrow 2\gamma$  нужно положить  $K = 0$  и заменить  $e e_2$  на  $e^2 e_2^2$ . Подробно рассматривается вклад континуума в ПС в зависимости от параметра порога континуума

$S_0$  и  $N = n+k$ . Из полученных ПС определяется ширина  $\Gamma(\psi \rightarrow \eta_c \gamma)$ , при этом величины матричных элементов переходов между возбужденными состояниями фиксируются из эксперимента. Обсуждается роль  $d_s$  - поправок и величины  $\langle G^2 \rangle$  в ПС. Подробно анализируется вопрос о влиянии величины  $m_c$  на конечный результат.

В § 6 предлагается метод анализа правил сумм для тяжелых кварковых систем, позволяющий получать результаты, стабильные относительно вариаций массы кварка, в частности надежно определить ширины  $\Gamma(\psi \rightarrow \eta_c \gamma)$  и  $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2\gamma)$ . Для этого рассматривается симметризованное отношение

$$R_N = \frac{M_{N/2, N/2}^A}{(M_N^V \cdot M_N^P)^{1/2}},$$

где  $M_N^V$ ,  $M_N^P$  — моменты, связанные с корреляторами двух векторных или псевдоскалярных токов. Раскладывая  $R_N$  по  $\alpha_s$  и  $1/m_c^2$ , находим ПС с широким плато, при этом зависимость от  $m_c$  оказывается весьма слабой ( $\sim 1/m_c$ ). Показано, что снижается и роль  $\alpha_s$  — поправок. Для ширины  $\psi \rightarrow \eta_c \gamma$  получено значение

$$\Gamma(\psi \rightarrow \eta_c \gamma) = 2,6 \pm 0,5 \text{ кэВ.}$$

Аналогично определяется ширина распада  $\eta_c \rightarrow 2\gamma$ :

$$\Gamma(\eta_c \rightarrow 2\gamma) = 3,8 \pm 0,4 \text{ кэВ,}$$

что указывает на значительные релятивистские поправки к этому процессу. Кратко обсуждается вариант ПС для степенных моментов при  $Q^2 \neq 0$ ,  $Q_1^2 \neq 0$ , а также степень согласованности результатов различных подходов между собой и с экспериментом.

Вторая глава посвящена обобщению метода борелевских правил сумм КХД для трехтоковых амплитуд, содержащих массивные кварки, на примере радиационных переходов в чармонии.

В § 1 кратко обсуждаются возможности и особенности метода борелевских моментов в применении к легким и тяжелым мезонам, рассматривается зависимость результатов от величины  $m_c$ .

В § 2 выписаны борелевские ПС для корреляторов, определяющих вычеты  $\mathcal{G}_\psi$  и  $h_{\eta_c}$ , получены борелевские ПС для процесса  $\eta_c \rightarrow 2\gamma$ . С использованием дифференцирования по параметру  $M^2$  и метода, описанного в первой главе, находятся ПС, откуда с точностью  $\leq 10\%$  определяется

$$\Gamma(\eta_c \rightarrow 2\gamma) = 3,3 \pm 0,4 \text{ кэВ.}$$

Это значение используется для уточнения ширины  $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2\gamma)$ . Результат для последней величины близок к найденной в первой главе и практически не зависит от выбора  $m_c$ . Вклад матричного элемента  $F_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}$  в соответствующие ПС оказывается значительным.

В § 3 анализируются борелевские ПС, описывающие процесс  $\psi \rightarrow \eta_c \gamma$ . Аналогично процессу  $\eta_c \rightarrow 2\gamma$  находятся ПС, из которых фиксируется матричный элемент перехода  $\psi \rightarrow \eta_c \gamma$ . При этом

$$\Gamma(\psi \rightarrow \eta_c \gamma) = 0,7 \pm 0,2 \text{ кэВ.}$$

Используя найденное значение  $F_{\psi \rightarrow \eta_c \gamma}$ , получаем

$$\Gamma(\psi \rightarrow \eta_c \gamma) = 2,6 \pm 0,4 \text{ кэВ.}$$

Все полученные результаты устойчивы по отношению к изменениям параметров ПС.

§ 4 посвящен обсуждению результатов. Подробно анализируется подход Аппельквиста-Политцера, откуда находится

$$\Gamma(\eta_c \rightarrow h)_{\text{ПС}} = 9 \pm 1 \text{ МэВ.}$$

Получена также оценка ширины

$$\Gamma(\chi^0 \rightarrow 2\gamma) = 4,6 \pm 0,9 \text{ кэВ.}$$

Отмечается значительное расхождение волновых функций  $1^1S_0$  и  $1^3S_1$  состояний чармония в нуле. Обсуждается корреляция результатов КХД ПС и потенциальных подходов, а также расхождение  $\Gamma(\psi \rightarrow \eta_c \gamma)$  с экспериментом.

В главе 3 метод КХД правил сумм используется для анализа поведения формфактора К-мезона в области малых  $0 \leq Q^2 \leq m_p^2$  передач импульса.

В § 1 выводится ПС для формфактора  $K^+(K^0)$ -мезона в области умеренных  $Q^2 (m_p^2 \leq Q^2 \leq 4-5 \text{ ГэВ}^2)$ . Исходным объектом является коррелятор двух аксиальных и векторного токов. Вычисляются вклады однопетлевой диаграммы и степенных поправок  $\sim \langle \bar{q} q \rangle$ ,  $\langle \bar{q} q \rangle^2$ ,  $\langle G^2 \rangle$ . Для перехода к реальным физическим состояниям используется двойное спектральное представление. Найдена пертурбативная спектральная плотность  $\rho^{T^0}(s_1, s_2, t, m_s^2)$ . Анализируются ПС для коррелятора двух аксиальных токов, откуда определяются масса и вычет возбужденного состояния К-мезона. После применения борелевского преобразования по параметру  $S \equiv -p_1^2 = -p_2^2$ , где  $p_1, p_2$  — импульсы начального и конечного состояний К-мезона, получаем в области умеренных  $Q^2$

$$\left[ \frac{f_K^2}{M^2} F_K(t) + C_K(t) \right] e^{-M_K^2/M^2} + \left[ \frac{f_{K'}^2}{M^2} F_{K'}(t) + C_{K'}(t) \right] e^{-M_{K'}^2/M^2} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{3}{2\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \cdot x\bar{x} e^{-\frac{t}{M^2} \frac{x}{y}} y\bar{y} \left[ e_u e^{-m_s^2/M^2 x} - e_s e^{-m_s^2/M^2 \bar{x}} \right] + \\
&+ e_u \frac{m_s \langle \bar{s}s \rangle}{M^4} + \frac{16}{81} \frac{\pi d_s}{M^6} \left[ e_u \langle \bar{s}s \rangle^2 - e_s \langle \bar{u}u \rangle^2 e^{-m_s^2/M^2} \right] + \\
&+ \frac{16}{9} \frac{\pi d_s \langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{u}u \rangle}{M^6} \left[ 2 \int_0^1 dx \cdot x e^{-m_s^2/M^2 x} e_u - 3 \int_0^1 dx \cdot x^2 e^{-m_s^2/M^2 x} \right. \\
&\left. \times e_s \right] + \frac{8}{243} \frac{t \pi d_s}{M^8} \left[ e_u \langle \bar{s}s \rangle^2 - e_s \langle \bar{u}u \rangle^2 e^{-m_s^2/M^2} \right] + \frac{t}{18} \frac{e_u}{M^8} x \\
&\times \left[ m_s^3 \langle \bar{s}s \rangle - \frac{1}{2} m_s \langle ig \bar{s} \sigma_{\mu\nu} \lambda^a \epsilon_{\mu\nu s}^a \rangle \right] - \frac{32}{81} \frac{e_u}{t M^4} \pi d_s \langle \bar{u}u \rangle^2 e^{-m_s^2/M^2} + \\
&+ \frac{32}{81} \frac{e_s}{(t+m_s^2) M^4} \pi d_s \langle \bar{s}s \rangle^2 + \frac{2}{3} \frac{e_s}{(t+m_s^2) M^4} \left[ m_s^3 \langle \bar{s}s \rangle - \frac{1}{2} m_s \times \right. \\
&\left. \times \langle ig \bar{s} \sigma_{\mu\nu} \lambda^a \epsilon_{\mu\nu s}^a \rangle \right] + \frac{\langle d_s \pi \epsilon^2 \rangle}{12 M^4} \left\{ e_u \int_0^1 dx \int_0^1 dy e^{-\frac{t}{M^2} x\bar{x} \frac{y}{y}} - \frac{m_s^2}{M^2 y} \right. \\
&\left[ 1 + \frac{t^2}{2M^4} (x\bar{x})^2 \frac{y}{y^3} - \frac{t}{M^2} x\bar{x} \frac{y}{y^2} \right] - e_s \int_0^1 dx \int_0^1 dy e^{-\frac{t}{M^2} x\bar{x} \frac{y}{y}} - \frac{m_s^2}{M^2 y} x \\
&\left. \times \left[ 1 + \frac{t^2}{2M^4} (x\bar{x})^2 \frac{y}{y^3} - \frac{t}{M^2} x\bar{x} \frac{y}{y^2} + 2 \frac{m_s^2 t}{M^4} (x\bar{x})^2 \frac{y}{y^3} - \frac{m_s^2}{M^2} \frac{y}{y^2} \right] \right\} + \\
&+ \frac{1}{3} e_u \cdot m_s^3 \langle \bar{s}s \rangle / M^6 + O(d_s); \quad t \equiv Q^2.
\end{aligned}$$

Обсуждается возможность перехода в область  $Q^2 \sim 0$ .

§ 2. Здесь подробно описывается процедура расчета вкладов, дополнительных к пертурбативной амплитуде и непертурбативным поправкам. Результат операторного разложения для таких вкладов сводится к появлению некоторых корреляторов двух локальных операторов. Их вычисление производится либо с помощью правил сумм, которые для этих корреляторов находятся и обрабатываются стандартным образом, либо с использованием уравнений движения.

После получения окончательного вида ПС для  $F_K(Q^2)$  при  $Q^2 \sim 0$ , где уже не содержатся расходимости  $\sim \ln Q^2$ ,  $1/Q^2$ , используется методика обработки ПС, позволяющая вычислить электромагнитные радиусы  $K^+$ - и  $K^0$ -мезонов:

$$\begin{aligned}
\langle r_{K^+}^2 \rangle &= (0,26 \pm 0,06) \text{ фм}^2, \\
\langle r_{K^0}^2 \rangle &= -(0,044 \pm 0,010) \text{ фм}^2.
\end{aligned}$$

Поведение  $F_K(Q^2)$  при  $Q^2 \leq 0,1 \text{ ГэВ}^2$  неплохо согласуется с имеющимися экспериментальными данными.

В § 3 метод КХД ПС применяется для нахождения разности зарядовых радиусов  $\Pi$ - и  $K$ - мезонов. Используя ПС для  $F_\Pi(Q^2)$  и  $F_K(Q^2)$  при  $Q^2 \sim 0$  и равенство  $M_{\Lambda^+}^2 = M_{K^+}^2 - M_K^2$ , удается после обработки ПС зафиксировать значение

$$\Delta(r^2) \equiv \langle r_\Pi^2 \rangle - \langle r_K^2 \rangle = (0,13 \pm 0,04) \text{ фм}^2.$$

В § 4 анализируется методика определения среднеквадратичного радиуса основного состояния на примере квантово-механического осциллятора. Для этого изучаются ПС

$$\begin{aligned}
&\left( \frac{m\omega}{\pi} \right)^{N/2} e^{-\frac{N}{2} \left( \frac{\omega}{\epsilon_1} + \frac{\omega}{\epsilon_2} \right)} \cdot \left\{ F_{00}(q^2) + F_{01} e^{-\frac{2\omega}{\epsilon_1}} + \right. \\
&+ F_{10} e^{-\frac{2\omega}{\epsilon_2}} + F_{11} e^{-2 \left( \frac{\omega}{\epsilon_1} + \frac{\omega}{\epsilon_2} \right)} + \dots \left. \right\} = \left[ \frac{m\omega}{2\pi \left( \frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \right)} \right]^{N/2} x \\
&\times \left[ 1 - \frac{\omega^2}{6} \left( \frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \right)^2 + \frac{\omega^4}{180} \left( \frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \right)^4 + \dots \right] \exp \left\{ -\frac{q^2}{2m(\epsilon_1 + \epsilon_2)} \left( 1 - \frac{\omega^2}{3\epsilon_1 \epsilon_2} + \dots \right) \right\}.
\end{aligned}$$

Показано, что найденное в приближении локальной дуальности выражение

$$F_{00}(q^2)_{\text{Гор}} = \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos \sqrt{\frac{q^2}{8m\omega}} - \sqrt{\frac{q^2}{8m\omega} \left( 1 - \frac{q^2}{8m\omega} \right)} \right\}$$

хорошо описывает поведение  $F_{00}(q^2)$  в области  $q^2 = (1+3)m\omega$ . На основе моделирования формфакторов высших состояний эффективными формфакторами находятся ПС для определения  $\langle r_{00}^2 \rangle$ . Из этих ПС получается

$$\langle r_{00}^2 \rangle_{\text{ПС}} = (0,23 \pm 0,2) / m\omega.$$

При этом точное значение равно

$$\langle \gamma_{00}^2 \rangle_{\text{точн}} = 0,25/m\omega.$$

§ 5 посвящен обсуждению результатов, полученных для К-мезона. Рассматривается вопрос о согласованности полученных результатов с данными модели векторной доминантности, определяются величины  $g_{\rho\pi\pi}/g_{\rho\pi\pi}$ ,  $g_{\rho\pi\pi}/g_{\rho\pi\pi}$ .

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

В приложении А описывается метод расчета двойной спектральной плотности трехтокового коррелятора. Кратко отмечена специфика расчета  $\rho^{\text{ТБ}}(s, t)$  для К-мезона и гармонического осциллятора. Приложение Б содержит полные выражения для членов  $O(\alpha_s)$  в амплитуде, описывающей радиационные распады чармония. В приложении В приводится ряд формул, необходимых при расчетах степенных поправок порядка  $\langle G^2 \rangle$  и  $\langle \bar{q}q \rangle^2$ .

#### Основные результаты, полученные в диссертации

1. Разработан метод анализа правил сумм для характеристик мезонов с учетом масс составляющих кварков, позволяющий получать результаты, устойчивые по отношению к вариациям массы тяжелого кварка. Установлено, что этот метод позволяет значительно расширить рабочую область правил сумм и снизить роль  $\alpha_s$  - поправок.

2. С использованием этого метода получены правила сумм для радиационных распадов чармония с учетом пертурбативных и непертурбативных поправок. Вычислены ширины  $\Gamma(\psi \rightarrow \eta_c \gamma)$  и  $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2\gamma)$ . Результаты практически не зависят от величины  $m_c$ . Найдены и проанализированы спектральные плотности борновского и  $O(\langle G^2 \rangle)$ -вкладов.

3. Метод борелевских ПС обобщен на случай трехтоковых корреляторов с массивными кварками в рамках вышеупомянутого подхода (см. пункт 1). Найдены ширины распадов возбужденных состояний чармония  $\Gamma(\psi' \rightarrow \eta_c' \gamma)$ ,  $\Gamma(\eta_c' \rightarrow 2\gamma)$ , повышена точность определения  $\Gamma(\psi \rightarrow \eta_c \gamma)$  и  $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2\gamma)$ , получены оценки для ширины  $\Gamma(\eta_c \rightarrow h)$ ,  $\Gamma(\chi^0 \rightarrow 2\gamma)$ .

4. Получены борелевские правила сумм КХД, описывающие поведение формфактора К-мезона в области промежуточных передач  $m_q^2 \leq Q^2 \leq 4 - 5 \text{ ГэВ}^2$ , найдена модификация правил сумм для  $F_K(Q^2)$  при  $Q^2 \sim 0$ . Вычислена пертурбативная спектральная плотность для соответствующей амплитуды, рассчитано поведение  $F_K(Q^2)$  при  $Q^2 \leq 0,1 \text{ ГэВ}^2$ .

5. Из анализа соответствующих ПС найдены величины электромагнитных радиусов  $K^+$ -и  $K_0$ -мезонов. Согласно с экспериментом  $\sim 10-15\%$ . Методом ПС КХД вычислена величина параметра  $\Delta(\tau^2) = \langle \tau_{\eta}^2 \rangle - \langle \tau_K^2 \rangle$ , получены оценки отношений констант трехчастичных распадов.

6. Метод определения зарядовых радиусов мезонов исследован в точно решаемой модели квантово-механического осциллятора, показано, что метод позволяет найти среднеквадратичный радиус основного состояния с точностью  $\leq 10-15\%$ .

#### Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Бейлин В.А., Радюшкин А.В. Анализ распада  $\psi/\psi \rightarrow \eta_c \gamma$  методом КХД правил сумм. - ЯФ, 1984, т. 39, в. 5, с. 1270-1274. (Preprint JINR E2-83-553, Dubna, 1983).
2. Beilin V.A., Radyushkin A.V. Quantum Chromodynamics Sum Rules and  $\psi/\psi \rightarrow \eta_c \gamma$  Decay. - Nucl. Phys.B, 1985, v. 260, No. 1, p. 61-78. (Квантово-хромодинамические правила сумм и  $\psi/\psi \rightarrow \eta_c \gamma$  распад. - Препринт ОИЯИ P2-84-557, Дубна, 1984).
3. Бейлин В.А., Радюшкин А.В. Борелевские правила сумм для радиационных распадов чармония в КХД. - ЯФ, 1987, т. 45, в. 2, с. 546-557. (Препринт ОИЯИ P2-85-974, Дубна, 1985).
4. Бейлин В.А., Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Электромагнитный радиус К-мезона. - Препринт ОИЯИ P2-87-134, Дубна, 1987.
5. Бейлин В.А., Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Формфактор К-мезона при малых  $Q^2$ . - Препринт ОИЯИ P2-87-217, Дубна, 1987.
6. Бейлин В.А., Радюшкин А.В. Формфакторы осцилляторных состояний из правил сумм КХД. - Сообщение ОИЯИ P2-87-216, Дубна, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 июня 1987 года.