ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-86-769

ГОРИШНИЙ
Сергей Григорьевич

ОПЕРАТОРНЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ В МИНИМАЛЬНОЙ ВЫЧИТАТЕЛЬНОЙ СХЕМЕ

Специальность: 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1986

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:

член-корреспондент АН СССР — А.Н. Тавхелидзе

кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник — К.Г. Четыркин

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
профессор — Д.А.Славнов

кандидат физико-математических наук
младший научный сотрудник — В.А.Смирнов

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт физики высоких энергий, Серпухов.

Автореферат разослан "23" января 1987 года.

Защита диссертации состоится "4" марта 1987 года на заседании Специализированного совета К047.01.01. Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических
наук — А.Е. Дорохов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Оставаясь основным инструментом изучения реалистичных квантовополевых моделей, метод теории возмущений (ТВ) позволяет получать количественные оценки лишь при условии малости параметра разложения. Так, в квантовой хромодинамике (КХД), являющейся основным кандидатом на роль теории сильных взаимодействий, последовательная ТВ была построена лишь после открытия "асимптотической свободы", т.е. малости эффективной константы связи $\alpha_s(Q^2)$ при больших импульсах передачи Q (Д.Политцер, Д.Гросс, Ф.Вильчек). Таким образом, методы ренормализационной группы (РГ) позволяют в этом случае применять ТВ при отсутствии в задаче малых импульсных масштабов.

В большинстве же приложений наряду с большими приходится иметь дело и с малыми (и умеренными) энергиями и массами порядка характерных адронных масштабов. Такова ситуация в глубоконеупругом рассеянии (ГНР) фотонов и лептонов на адронах, в e^+e^--аннигиляции в адроны, при построении эффективных низкоэнергетических теорий и т.д. Прямое применение здесь РГ и ТВ неправомерно.

Один из наиболее широко используемых практически путей решения этой проблемы - факторизация в функциях Грина (ФГ) зависимости от больших и малых импульсных масштабов (малых и больших расстояний) с помощью техники операторных разложений (ОР) (К.Вильсон). Тогда коэффициентные функции (КФ) таких разложений содержат всю информацию о больших импульсных масштабах и поэтому вычислимы с помощью РГ и ТВ. Матричные же элементы операторов определяются динамикой больших расстояний, в ТВ не вычисляются и вводятся, как правило, феноменологически. На этом пути, например, показано, что в ГНР режим автомодельности (В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе) получает логарифмические поправки (Д.Джорджи, Д.Политцер; Д.Гросс, Ф.Вильчек). Помимо задач, упомянутых выше, такой подход лежит также в основе методов дисперсионных (дуальных) (А.А.Логунов, Л.Д.Соловьев, А.Н.Тавхелидзе; Н.В.Красников, А.Н.Тавхелидзе, К.Г.Четыркин) и КХД (А.И.Вайнштейн, В.И.Захаров, М.А.Шифман) правил сумм, в рамках которых в последнее время вычислены многие основные характеристики адронов. Таким образом, ОР в настоящее время является эффективным аппаратом описания адронной феноменологии.

При построении практической вычислительной схемы приходится сталкиваться с двумя трудностями. Во-первых, желательно, чтобы КФ полностью не зависели от динамики больших расстояний, что позволило бы использовать для их вычисления простой вариант РГ. Во-вторых, из-за относительно большой величины $\bar{\alpha}_S(Q^2)$ ($\bar{\alpha}_S$(I Гэв^2)$\sim$0,2), а также из-за необходимости фиксировать универсальный параметр $\Lambda_{КХД}$, определяющий аргумент $\bar{\alpha}_S$, требуется учет высших (по крайней мере $O(\alpha_S^2)$) приближений КФ, т.е. нужен алгоритм расчета КФ, позволяющий, например, использовать существующие эффективные методы многопетлевых вычислений (А.А.Владимиров; Ф.В.Ткачев, К.Г.Четыркин; Д.И.Казаков). Таким образом, процедура факторизации больших и малых расстояний должна приводить к простым РГ-уравнениям и удобным алгоритмам для КФ. Учитывая широкий спектр задач, решаемых с помощью ОР, трудно переоценить важность поиска такой процедуры. В диссертации проводится последовательное построение и использование такой факторизационной схемы.

Цель работы. Целью настоящей работы являлось построение асимптотических ОР по любому числу больших (евклидовых) импульсов и масс в минимальной вычитательной (МВ) схеме, анализ существенных упрощений структуры КФ, связанных с использованием размерной регуляризации и МВ-схемы, а также разработка на этой основе эффективных вычислительных алгоритмов для КФ и их применение для вычисления О(α_S^2)-поправок к партонным правилам сумм для структурных функций ГНР фотонов и нейтрино на нуклонах.

Научная новизна. В работе дано обобщение стандартной процедуры построения ОР произведения двух токов на малых расстояниях, использовавшей R-операцию Боголюбова-Парасюка в схеме импульсных вычитаний, на случай получения ОР произвольной МВ-перенормированной ФГ по любому числу больших евклидовых импульсов и масс с произвольной асимптотической точностью. При этом, если факторизационная схема задается вычитающими операторами, разлагающими в ряд Тейлора по малым импульсам и массам, то КФ разложения не содержат инфракрасных (ИК) сингулярностей, что свидетельствует о полной факторизации больших и малых расстояний (для ОР двух токов на малых расстояниях это впервые найдено в одной из работ диссертации; в общем случае выведенное в диссертации свойство КФ согласуется с результатами, полученными с помощью методики компенсации ИК-расходимостей специально подобранными контрчленами[ж/]).

ж/ Tkachov F.V. Phys.Lett., 1983, 124B, No.3,4, pp.212-216; Pivovarov G.B., Tkachov F.V. INR preprint P-0370, Moscow, 1984.

Построен новый алгоритм вычисления КФ, входящих в ОР МВ-перенормированных ФГ, выражающий их через ФГ, зависящие только от больших импульсов и масс. При этом малые размерные параметры входят в КФ полиномиально.

Впервые установлена связь КФ ОР на малых расстояниях с ультрафиолетовыми (УФ) расходимостями специальных ФГ, на основе чего получен альтернативный способ вычисления КФ.

Впервые установлена аналитическая вычислимость КФ ОР по одному большому евклидову импульсу (ОР на малых расстояниях) до трехпетлевого уровня в ТВ.

Вычислены О(α_S^2)-поправки к партонным правилам сумм для структурных функций ГНР фотонов и нейтрино на нуклонах и показана их принципиальная важность для определения универсального параметра $\Lambda_{КХД}$.

Практическая ценность. Результаты диссертации могут быть использованы:

а) для вычисления высших (во многих случаях вплоть до трехпетлевых) ТВ и степенных поправок к моментам структурных функций ГНР фотонов и лептонов на адронах, e^+e^--аннигиляции в адроны, ГНР двух виртуальных фотонов;

б) для построения эффективных легких теорий и вычисления входящих в них параметров вплоть до двух петель ТВ (например, для построения эффективного лагранжиана слабых взаимодействий, возникающего после разложения по массе векторных бозонов и скаляров; для получения аналогичных эффективных лагранжианов в объединенных теориях, возникающих после разложения по "массе объединения"; в задаче "отщепления" тяжелых кварков в КХД и т.д.);

в) для получения вида и вычисления КФ асимптотических ОР по импульсам и массам, возникающих при построении всевозможных КХД правил сумм;

г) для анализа структуры КФ, для изучения ограничений, накладываемых на них уравнениями движения, тождествами Уорда и т.д.;

д) для изучения евклидовых коллинеарных расходимостей, возникающих в ФГ при наложении линейных связей на внешние импульсы;

е) при формулировке и использовании массово-независимой РГ-техники и уравнений для КФ;

ж) в любом другом случае, когда возникает необходимость в исследовании асимптотик ФГ по большим импульсам и массам в ТВ.

Апробация работы. Результаты диссертации обсуждались на семинарах в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, в Институте ядерных исследований АН СССР, в Институте теоретической и экспериментальной физики (Москва), в НИИЯФ МГУ, на физическом факультете университета им. К.Маркса (Лейпциг, ГДР), а также были доложены на сессии Отделения ядерной физики АН СССР (1983), на Всесоюзном совещании по высокоэнергетическим процессам в КХД (Новороссийск, 1982), на всесоюзных семинарах "Кварки-82" (Сухуми, 1982) и "Кварки-86" (Тбилиси, 1986).

Публикации. Результаты опубликованы в семи работах.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, трех приложений, списка литературы из 96 наименований и содержит 129 страниц машинописного текста и 7 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обсуждается актуальность проблем, рассматриваемых в диссертации, и их статус ко времени начала исследования; дан краткий обзор литературы и содержания диссертации.

В первой главе излагается техника построения асимптотических ОР по большим евклидовым импульсам и массам, являющаяся обобщением стандартного метода получения ОР на малых расстояниях. При этом основное внимание уделено анализу изменений, связанных с использованием размерной регуляризации и МВ-схемы.

В § I содержатся основные определения и понятия R -операции. Сама R -операция вводится как алгебраическая комбинаторная конструкция, задаваемая операторами $\Delta(g)$, определенными на любом подграфе g фейнмановского графа G :

$$R G = \sum_{\{g\}} \prod_{g} \Delta(g) \cdot G/\{g\}, \tag{I}$$

где $\{g\}$ -разбиение G на непересекающиеся подграфы g, а $G/\{g\}$-граф, образованный стягиванием в точки всех g. Отмечено, что введенных алгебраических свойств R -операции уже достаточно для описания ее действия на полные ФГ, т.е. на весь ряд ТВ.

УФ $R_{уф}$-операция есть частный случай (I) при конкретном выборе $\Delta(g)=\Delta_{уф}(g)$: $\Delta_{уф}(g)$ = 0, если g не одночастично-неприводим (IЧН), или $d_g < 0$, где d_g -импульсная размерность g. Далее $\Delta_{уф}$ могут быть заданы рекуррентно:

$$\Delta_{уф}(g) = - M(R_{уф} - \Delta_{уф}(g)) g, \tag{2}$$

где вычитающий оператор M определяет схему перенормировки. Для МВ-схемы $M = K$, где $K \sum_{n} \epsilon^{n} = \sum_{n<0} \epsilon^{n}$, и $\epsilon = (4-D)/2$, где D -размерность пространства регуляризации. Для схемы вычитаний в точке (ВТ) $M = t_{ВТ}$, где $t_{ВТ}$ отбирает (d_g + I) членов в разложении g по внешним импульсам.

В § 2 ставится и решается задача нахождения разложения МВ-перенормированного графа $R_{MB} G$, зависящего от внешних импульсов $\{Q, q\}$ и масс $\{M, m\}$, в пределе

$$Q \sim M; \; Q/q \sim M/m \sim \lambda \to \infty; \; Q - \text{евклидовы}. \tag{3}$$

В процессе решения вводятся жесткие (Н) графы, т.е. графы, зависящие от больших переменных $\{Q, M\}$ и сохраняющие связность при удалении линии, несущей только малые внешние для графа импульсы и массы. Указано, что роль Н-графов в рассматриваемой задаче аналогична роли IЧН-графов в процедуре УФ-переномировки. Вводится операция $\Delta_H(g)$, отличная от нуля на Н-подграфах и задаваемая аналогично (2) с оператором $M = t$, где t отбирает $(d_g + N)$ первых членов в разложении Н-графа g, например, в окрестности точки $(Q, q = q_0)$, где $q_0 \sim q$. Возможен и другой выбор t, обеспечивающий оценку (в регуляризации): $(I - t) g = o(\lambda^{1-N})$. Операция $\Delta_H(g)$ посредством (I) задает R_H -операцию, причем суммирование ведется по Н -разбиениям $\{h\}_H$, т.е. разбиениям, состоящим из Н -подграфов. R_H-операция может рассматриваться как R -операция с перевычитаниями в Н -подграфах; при наложенной регуляризации имеем

$$R_H R_{MB} G = (1 - t_G)(R_H - \Delta_H(R_{MB} G)) R_{MB} G = o(\lambda^{1-N}), \tag{4}$$

где G - Н -подграф. Это соотношение могло бы послужить отправной точкой нахождения асимптотического ряда для $R_{MB} G$, поскольку $R_{MB} G = (1-R_H) R_{MB} G + o(\lambda^{1-N})$, но неочевидно, что у (4) существует предел $\epsilon \to 0$.

Комбинаторным пересуммированием (4) приводится к виду, содержащему только явно конечные при $\epsilon \to 0$ величины. При этом предполагается, что t не порождает ИК-расходимостей. Затем многократным применением соотношения (4) достигается полная редукция Н-подграфов, так что вся зависимость от Q, M содержится только в КФ $C_R(g)$, связанных с $\Delta_H(g)$. В результате получено следующее представление асимптотического ряда:

$$R_{MB} G = \sum_{\{h\}_H^c} \prod_{h} C_R(h) \cdot R_{MB}(G/\{h\}_H^c) + o(\lambda^{1-N}) \equiv R_{MB}(R_{as} G) + o(\lambda^{1-N}), \tag{5}$$

где C_R - КФ, конечные при $\epsilon \to 0$, $\{h\}_H^c$ -полные Н-разбиения, т.е. такие Н-разбиения, что редуцированный граф $G/\{h\}_H^c$ не содержит Н -

подграфов и не зависит тем самым от $\{Q, M\}$. КФ C_R задаются рекуррентно:

$$C_R(G) = t_G R_{MB}\big((1-R_{as}+C_R(G))G\big) = t_G R_{MB}\Big(G - \sum_{\{h\neq G\}^c_H} \prod_h C_R(h)\cdot G/\{h\}^c_H\Big), \qquad (6)$$

где C_R при действии R_{MB} рассматриваются как параметры. Иногда удобна запись (5) в терминах "голых" КФ C_B:

$$R_{MB} G = \sum_{\{h\}^c_H} \prod_h C_B(h) \sum_{\{u\cap h=\phi\}_{y\varphi}} \prod_u \Delta_{MB}(u)\, G/\big(\{h\}^c_H \cup \{u\}_{y\varphi}\big) + o(\lambda^{1-N});$$
$$(7)$$
$$C_B(G) = t_G\Big(R_{MB} G - \sum_{\{h\neq G\}^c_H} \prod_h C_B(h) \sum_{\{u\cap h\}_{y\varphi}} \prod_u \Delta_{MB}(u)\cdot G/\big(\{h\}^c_H \cup \{u\}_{y\varphi}\big)\Big).$$

Разложения (5)-(7) решают поставленную задачу и допускают операторную интерпретацию.

В § 3 получены разложения полных ФГ. Рассмотрение основано на том, что как R_{as}, так и R_{MB} имеют алгебраическую структуру R-операции (I), действие которой на ФГ известно.

Рассмотрим производящий функционал (ПФ) вида

$$G(J, \{J_n\}) = \Big\langle T\exp\Big(L(\varphi,\phi) + J\varphi + \sum_n J_n O_n\Big)\Big\rangle_0, \qquad (8)$$

где φ и ϕ -легкие и тяжелые поля с массами соответственно $\sim m$ и $\sim M \sim \lambda m$; O_n -локальные операторы, составленные из полей φ и ϕ; J и J_n -источники; L -часть действия, порожденная взаимодействием. Как правило, ФГ, асимптотики которых изучаются в физике частиц, задаются (8). Требуя, чтобы фурье-образы J_n были локализованы вблизи $\{Q\} \sim \lambda\{q\}$, а источники J несли малые импульсы, мы получим, что импульсы и массы каждой диаграммы, дающей вклад в (8), находятся в режиме (3). Применяя (5) и последовательно разрешая комбинаторику R_{as}- и R_{MB}-операций, получаем

$$R_{MB}\, G(J, \{J_n\}) = \big\langle T\exp\big(L^R_{eff}(\{J_n\}, \varphi) + J\varphi\big)\big\rangle_0 + o(\lambda^{1-N}), \qquad (9)$$

где

$$L^R_{eff} = \Delta_{MB}\Big(T\exp\Big(C_R\Big(Te^{L(\varphi,\phi)+\sum_n J_n O_n} - 1\Big)\Big) - 1\Big).$$

Общая формула (9) применена для нахождения вида наиболее употребительных ОР. Для одного большого импульса Q имеем

$$R_{MB}\, T_{AB}(Q, J) \equiv R_{MB}\int dx\, e^{-iQx}\big\langle TA(x)B(0)e^{L(\varphi)+J\varphi}\big\rangle_0 \underset{Q\to\infty}{\simeq}$$

$$\simeq \sum_n C^n_R(Q)\, R_{MB}\big\langle T O_n(0) e^{L_R+J\varphi}\big\rangle_0 \equiv \sum_n C^n_R(Q)\, R_{MB}\, T_{O_n}(J);$$

$$R_{MB}\, T_{ABC}(Q, q, J) \equiv R_{MB}\int dx\,dy\, e^{-iQx-iqy}\big\langle TA(x)B(0)C(y)e^{L+J\varphi}\big\rangle_0 \underset{Q\to\infty}{\simeq} \qquad (10)$$

$$\simeq \sum_n C^n_R(Q)\, R_{MB}\, T_{O_n C}(q, J) + \sum_n C^n_R(Q, q)\, R_{MB}\, T_{O_n}(J);$$

$$T_{O_n C}(q, J) \equiv \int dy\, e^{-iqy}\big\langle T\, C(y)\, O_n(0)\, e^{L+J\varphi}\big\rangle_0 .$$

Здесь C^n_R - КФ; A,B,C и O_n -локальные операторы. Для двух больших импульсов Q и P($\sim\lambda$)

$$R_{MB}\, T_{ABCD}(Q, P, s, J) \equiv R_{MB}\int dx\,dy\,dz\, e^{-iQx-iPy+i(P-s)z}\big\langle TA(x)B(0)C(y)D(z)e^{L+J\varphi}\big\rangle_0 \underset{\lambda\to\infty}{\simeq}$$

$$\simeq \sum_n C^n_R(Q, P, s)\cdot R_{MB}\, T_{O_n}(J) + \sum_{n,k} C^n_{AB_R}(Q)\cdot C^n_{CD_R}(P)\cdot R_{MB}\, T_{O_n O_k}(s, J), \qquad (11)$$

где $C^n_{AB_R}(Q)$ и $C^n_{CD_R}$(P) совпадают с КФ разложений T(AB) и T(CD) при $Q\to\infty$ и $P\to\infty$.

Для случая фиксированных импульсов и некоторых больших масс полей ϕ

$$R_{MB}\, G(J) \equiv R_{MB}\big\langle Te^{L(\varphi,\phi)+J\varphi}\big\rangle_0 \underset{M\to\infty}{\simeq} R_{MB}\big\langle Te^{L_{eff}(\varphi)+J\varphi}\big\rangle_0 ;$$

$$R_{MB}\, T_A(J) \equiv R_{MB}\big\langle TA(x)e^{L(\varphi,\phi)+J\varphi}\big\rangle_0 \underset{M\to\infty}{\simeq} \sum_n C^n_R(M)\cdot R_{MB}\, T^{eff}_{O_n}(x, J);$$

$$R_{MB}\, T_{AB}(q, J) \equiv R_{MB}\int dx\, e^{-iqx}\big\langle TA(x)B(0)e^{L(\varphi,\phi)+J\varphi}\big\rangle_0 \underset{M\to\infty}{\simeq} \sum_n C^n_R(q, M)\, R_{MB}\, T^{eff}_{O_n}(J) +$$

$$+ \sum_{n,m} C^n_{A_R}(M)\, C^m_{B_R}(M)\cdot R_{MB}\int dx\, e^{-iqx}\big\langle T O_n(\varphi(x))\, O_m(\varphi(0))\, e^{L_{eff}(\varphi)+J\varphi}\big\rangle_0, \qquad (12)$$

где $T^{eff}_{O_n} = \big\langle T O_n e^{L_{eff}+J\varphi}\big\rangle_0$, $L_{eff}(\varphi) = C_R\big(Te^{L(\varphi,\phi)} - 1\big) = \sum_r k^r_R(M)\, O_r$,

и операторы O_n (φ) содержат только легкие поля φ ; C^n_R - КФ, k^r_R - параметры эффективного лагранжиана; $C^n_{A(B)_R}$ входят в ОР для $T_{A(B)}$.

В § 4 показано, что если в качестве вычитающего оператора t выбрать оператор t_0 , разлагающий Н-граф по малым внешним импульсам и массам вблизи их нулевых значений, то определяемые t_0 КФ C_{R_0} свободны от ИК-расходимостей при $\epsilon \to 0$ и, следовательно, могут быть разложены по малым импульсам и массам в степенные ряды (т.е. C_{R_0} полиномиальны по малым размерным параметрам).

Таким образом, факторизационная процедура, задаваемая операторами t_o, обеспечивает полное разделение больших и малых расстояний, что ведет к простым РГ-уравнениям для КФ. С другой стороны, такая процедура удобна при практических вычислениях.

Во второй главе построены два алгоритма вычисления КФ в МВ-схеме. При этом вид ОР и свойство полиномиальности его КФ по малым размерным параметрам считаются заданными.

В § I излагаются основные идеи алгоритма "проекторов". Он применим в случае ОР с полиномиально зависящими от малых размерных параметров КФ и выражает их через ФГ, зависящие только от больших евклидовых импульсов и масс. Сформулированы его основные шаги. Показано, что в ОР Н-компонент ФГ содержатся только IЧН-компоненты операторов. Независимыми являются лишь КФ при локальных операторах, остальные могут быть выражены через них. Для нахождения КФ при локальных членах строится система дифференциальных проекторов P_n, удовлетворяющих соотношению

$$P_n\left[T^{B}_{O_\kappa}(J_B)\right]^{1ЧН} = \delta_{n\kappa}\ . \tag{I3}$$

Действие P_n сводится к выделению из $T^{1ЧН}_{O_\kappa}$ древесного вклада и дифференцированию в нуле по всем параметрам T_{O_κ}. Показано, как использовать P_n для определения КФ. Показано также, что получающиеся формулы могут быть универсально записаны с помощью R^* –операции, устраняющей ИК-расходимости, возникающие после действия P_n, и удовлетворяющей условиям $R^* P_n T^{1ЧН}_{O_\kappa} = \delta_{n\kappa};\ R^* P_n T^{1ЧН}_{O_{\kappa_1} O_{\kappa_2}\ldots} = 0$, в виде

$$C_n = R^* P_n\left[T_{ABC\ldots}\right]^H, \tag{I4}$$

где $T^H_{ABC\ldots}$ — Н-компонента ФГ, для которой строится ОР, а C_n - КФ при $T^{1ЧН}_{O_n}$.

В § 2 с помощью алгоритма проекторов получены формулы КФ для ОР объектов, изученных в § 3 гл.I.

Для разложений по большому евклидову импульсу имеем (см.(I0))

$$\begin{aligned} C^n_R(Q) &= R^* P_n\left[T_{AB}(Q,J)\right]^H = \sum_\kappa P_\kappa\left[T_{AB}(Q,J)\right]^H \cdot Z^{-1}_{\kappa n}\,; \\ C^n_R(Q,q) &= R^* P_n(q)\left[T_{ABC}(Q,q,J)\right]^H = \sum_\kappa P_\kappa(q)\cdot T^H_{ABC}\cdot Z^{-1}_{\kappa n} - \sum_{\kappa,m} C^\kappa_R(Q)\, Z^m_{\kappa C}\cdot Z^{-1}_{mn}\,, \end{aligned} \tag{I5}$$

где $Z^{-1}_{\kappa n}$ –обратные константы перенормировки операторов T_{O_n}, $Z^m_{\kappa C}$– константы перенормировки $T_{O_\kappa C}$ в МВ-схеме, а по указанному в P_n

аргументу также проводится разложение в нуле. Соотношения (I5) выражают C^n_R через безмассовые интегралы пропагаторного типа с одним внешним импульсом, которые могут быть аналитически вычислены на трехпетлевом уровне в ТВ.

Для двух больших евклидовых импульсов (см. (II))

$$\begin{aligned} C^n_R(Q,P,S) &= R^* P_n(S)\left[T_{ABCD}(Q,P,S,J)\right]^H = \sum_\kappa P_\kappa(S)\cdot T^H_{ABCD}\cdot Z^{-1}_{\kappa n} - \\ &- \sum_{\kappa,m,r} C^\kappa_{AB_R}(Q)\cdot C^m_{CD_R}(P)\, Z^r_{\kappa m}\cdot Z^{-1}_{rn}\,, \end{aligned} \tag{I6}$$

где $Z^r_{\kappa m}$ –константы перенормировки $T_{O_\kappa O_m}$, а $C^\kappa_{AB_R}$, $C^m_{CD_R}$ могут быть найдены с помощью (I5).

Для эффективных легких теорий и ФГ (см. (I2))

$$\begin{aligned} k^n_R(M) &= R^* P_n\left[G(J)\right]^H = \sum_m P_m\left[G(J)\right]^H \widetilde{Z}^{-1}_{mn}\,; \\ C^n_R(M) &= R^* P_n\left[T_A(J)\right]^H = \sum_m P_m\left[T_A(J)\right]^H \widetilde{Z}^{-1}_{mn}\,; \\ C^n_R(q,M) &= R^* P_n(q)\left[T_{AB}(q,J)\right]^H = \sum_m P_m(q)\cdot T^H_{AB}(q,J)\cdot \widetilde{Z}^{-1}_{mn} - \\ &- \sum_{\kappa,m,r} C^\kappa_{A_R}(M)\cdot C^m_{B_R}(M)\cdot \widetilde{Z}^r_{\kappa m}\cdot \widetilde{Z}^{-1}_{rn}\,,\ \ldots \end{aligned} \tag{I7}$$

где $\widetilde{Z}_{mn}$, $\widetilde{Z}^r_{\kappa m}$ –константы перенормировки операторов $T^{eff}_{O_n}$, $T^{eff}_{O_\kappa O_m}$. Они вычисляются уже в эффективной теории и могут зависеть от k^n_R. Поэтому первое из соотношений (I7) является уравнением для определения k^n_R. Формулы (I7) сводят вычисление k^n_R и C^n_R к расчету массивных вакуумных интегралов, что может быть сделано до двух петель в ТВ.

В § 3 устанавливается связь структуры КФ ОР по большому евклидову импульсу с УФ-контрчленами специальных объектов, на основе чего строится еще один алгоритм вычисления КФ в ТВ-алгоритм "тензорного склеивания".

Поясним эту связь на примере ОР (I0) для скалярных операторов А и В. ОР можно записать в виде

$$R_{HB}\, T_{AB}(Q,J) \simeq \sum_{\kappa,\sigma} C^{\kappa,\sigma}\left(\frac{\mu^2}{Q^2}, g, \epsilon\right) \frac{Q^{(\mu_1\cdots\mu_\kappa)}}{(Q^2)^{\kappa+(\sigma-d_T)/2}}\cdot R_{HB}\, T_\sigma^{(\mu_1\cdots\mu_\kappa)}(J), \tag{I8}$$

где $C^{\kappa,\sigma}$ –безразмерны, $Q^{(\mu_1\cdots\mu_\kappa)}$ –неприводимый симметричный тензор ранга κ, построенный из $Q^{\mu_1}\ldots Q^{\mu_\kappa}$, $T_\sigma^{(\mu_1\cdots\mu_\kappa)}$ – вклад операторов спина κ и твиста (размерность минус спин) σ, d_T –размерность T_{AB}, μ –параметр перенормировки. Оказывается, что если (I8) проинтегрировать по $Q^2 \geqslant \Lambda^2 \to \infty$ с весовой функцией $Q^{(\alpha_1\cdots\alpha_n)}/Q^{2r(\tau,\omega)}$, где $r(\tau,\omega) = 2 + (d_T - \tau)/2 + \omega\epsilon$, то сингулярности интеграла (полюса по $1/\epsilon$)

а) не зависят от μ и Λ, б) порождаются только вкладом операторов твиста τ и спина n. Выделяя с помощью оператора К эти сингулярности, мы точно выделяем вклад с фиксированным твистом τ и спином n. Далее, эти сингулярности оказываются связанными с УФ-контрчленами интеграла и операторов разложения в МВ-схеме. Эта связь продемонстрирована на примере однопетлевых лестничных диаграмм, дающих вклад в двухчастичный коррелятор токов $J_\mu = \bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi$ в модели $g\varphi\bar{\Psi}\Psi$-связи скаляра со спинором. Отмечено, что поскольку МВ-контрчлены полиномиальны по массам, то такая связь согласуется со степенной зависимостью от масс КФ, входящих в ОР на малых расстояниях.

Тем самым, поскольку МВ -контрчлены могут быть вычислены до четырехпетлевого уровня в ТВ, функции $C^{n,\tau}$ оказываются вычислимыми до трех петель. Отмечается, что алгоритм можно видоизменить для применения на ЭВМ.

<u>В третьей главе</u> описанные алгоритмы вычисления КФ применены для нахождения $O(\alpha_s^2)$-поправок сильных взаимодействий к партонным правилам сумм для структурных функций ГНР нейтрино и фотонов на нуклонах; показана важность полученных результатов для определения $\Lambda_{КХД}$.

В § I получена связь партонных правил сумм с КФ токовых операторов, входящих в ОР корреляторов векторных и псевдовекторных токов. Соответствующие КФ являются ренорминвариантами; подчеркнута необходимость их двухпетлевого расчета.

В § 2 детально описано применение алгоритмов "проекторов" и "тензорного склеивания" для расчета $O(\alpha_s^2)$-поправок к КФ токовых операторов в векторном и псевдовекторном случаях. Подробно изложена техника, позволяющая сохранять аксиальное тождество Уорда в размерной регуляризации. С помощью этого тождества установлена связь между правилами сумм в неполяризованном нейтринном рассеянии и поляризованном фоторождении. В приближении лидирующего твиста и безмассовых кварков получены следующие выражения в $\overline{\text{МВ}}$-схеме:

$$\int_0^1 dx\,\left(W_1^{\bar{\nu}p}(x,Q^2) - W_1^{\nu p}(x,Q^2)\right) = 1 - \frac{2}{3}\frac{\bar{\alpha}_s}{\pi} + \left(\frac{\bar{\alpha}_s}{\pi}\right)^2 \cdot \left(-\frac{23}{6} + \frac{8}{27}f\right); \tag{I9}$$

$$\frac{Q^2}{2}\int_0^1 \frac{dx}{x}\left(W_3^{\bar{\nu}p}(x,Q^2) - W_3^{\nu p}(x,Q^2)\right) = \frac{18}{g_A}\int_0^1 dx\left(g_1^{ep}(x,Q^2) - g_1^{en}(x,Q^2)\right) = 6\left(1 - \frac{\bar{\alpha}_s}{\pi} + \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 \cdot \left(-\frac{55}{12} + \frac{f}{3}\right)\right),$$

где W_1, W_3 -структурные функции ГНР нейтрино на протоне в неполяризованном случае, g_1 -структурная функция ГНР электрона на нуклонах в поляризованном случае, f -число кварковых ароматов, g_A - постоянная β -распада нейтрона (g_A= I,23).

В § 3 обсуждается приложение (I9) для извлечения из эксперимента $\Lambda_{КХД}$. Обсуждается проблема схемовой зависимости ТВ расчетов в КХД и применяемые при ее решении методы, в частности, так называемая "схемно-инвариантная ТВ ", в которой эффективный заряд является наблюдаемой, поскольку он линейно связан с физической величиной R. При этом универсальное значение $\Lambda_{КХД}$ получается пересчетом из такой схемы в схему типа $\overline{\text{МВ}}$ или ВТ (МОМ-схема). С помощью (I9) получена связь (для f = 3): $\Lambda_{\overline{МВ}(МОМ)} = r_{\overline{МВ}(МОМ)} \cdot \Lambda_R$, где $r_{\overline{МВ}(МОМ)}$ есть 0,37(0,79) для первого из правил сумм (I9) и 0,45(0,95) для второго, а Λ_R - значение $\Lambda_{КХД}$ в "схемно-инвариантной ТВ". Видно существенное изменение $\Lambda_{\overline{МВ}}$ при учете двухпетлевого приближения.

<u>В заключении</u> сформулированы основные результаты диссертации и обсуждены дальнейшие пути развития предложенных в ней идей.

<u>В трех приложениях</u> собраны некоторые предписания размерной регуляризации, приведены комбинаторные формулы функциональной техники, обсуждено происхождение "контактных членов".

<u>Основные результаты, полученные в диссертации:</u>

I. Предложен метод построения асимптотических разложений ФГ по любому числу больших евклидовых импульсов и масс в МВ-схеме, обобщающий на этот случай процедуру получения разложения произведения двух операторов на малых расстояниях. При этом разложение ведется по МВ-перенормированным операторам с КФ, разложимыми в степенные ряды по малым импульсам и массам.

2. Построен универсальный алгоритм вычисления КФ таких разложений. По сравнению с другими способами вычислений алгоритм обладает большой общностью в сочетании с простотой и эффективностью: он применим для вычисления спиновых, твистовых и т.д. ТВ-поправок к КФ всюду, где имеется свойство их полиномиальности по малым параметрам; нет необходимости в ИК-обрезаниях и надо вычислять ФГ, зависящие только от больших переменных.

3. Получена связь КФ разложений на малых расстояниях с УФ-расходимостями специальных ФГ. На основе этой связи предложен еще один способ вычисления КФ, сводящий их расчет к вычислению МВ-контрчленов.

4. Показана принципиальная вычислимость в аналитическом виде Q^2-зависимости моментов структурных функций ГНР фотонов и лептонов на нуклонах вплоть до трех петель в ТВ.

5. Вычислены $O(\alpha_s^2)$-поправки сильных взаимодействий к партонным правилам сумм для структурных функций ГНР. Полученные результаты ока-

зываются существенными для определения значения $\Lambda_{КХД}$ из эксперимента, они ведут к более чем двукратному уменьшению $\Lambda_{\overline{НВ}}$ для рассматриваемых процессов.

Результаты опубликованы в следующих работах:

1. Chetyrkin K.G., Gorishny S.G., Tkachov F.V. - Operator Product Expansion in the Minimal Subtraction Scheme (Операторное разложение в минимальной вычитательной схеме). - Phys.Lett., 1982, 119B, No. 4,5,6, pp.407-411.
2. Gorishny S.G., Larin S.A., Tkachov F.V. - The Algorithm for OPE Coefficient Functions in the MS-Scheme (Алгоритм для вычисления коэффициентных функций операторного разложения в МВ-схеме). - Phys. Lett., 1983, 124B, No. 3,4, pp.217-220.
3. Chetyrkin K.G., Gorishny S.G., Larin S.A., Tkachov F.V. - Higher QCD Corrections to the Bjorken Sum Rule (Высшие КХД-поправки к правилу сумм Бьеркена). - Phys.Lett., 1984, 137B, No. 3,4, pp.230-235.
4. Gorishny S.G., Larin S.A. - QCD Corrections to the Parton Model Sum Rules for Structure Functions of Deep-Inelastic Scattering (КХД-поправки к партонным правилам сумм для структурных функций глубоконеупругого рассеяния).-Phys.Lett., 1986, 172B, No. 1, pp.109-112.
5. Горишний С.Г., Ларин С.А. - Коэффициентные функции операторных разложений в минимальной вычитательной схеме. - Препринт ОИЯИ, Р2-86-68, Дубна, 1986.
6. Gorishny S.G. - On the Construction of Operator Expansions and Effective Theories in the MS-Scheme. General Formalizm (О построении операторных разложений и эффективных теорий в МВ-схеме. Общий формализм). - JINR Communications E2-86-176, Dubna, 1986.
7. Gorishny S.G. - On the Construction of Operator Expansions and Effective Theories in the MS-Scheme. Examples. Infrared Finiteness of Coefficient Functions (О построении операторных разложений и эффективных теорий в МВ-схеме. Примеры. Инфракрасная конечность коэффициентных функций).- JINR Communications E2-86-177, Dubna, 1986.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 ноября 1986 года.