ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

УДК 530.145

2-86-461

МИХАЙЛОВ
Сергей Владимирович

АНАЛИЗ ЭВОЛЮЦИИ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ПИОНА В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Специальность: 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1986

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник — А.В.РАДЮШКИН

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник — Л.Н.ЛИПАТОВ

кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник — К.Г.ЧЕТЫРКИН

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва.

Автореферат разослан " " _____ 1986 года

Защита диссертации состоится " " _____ 1986 года на заседании специализированного совета К 047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г.Дубна, Московской области.

В диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Ученый секретарь совета
кандидат физико-математических наук

А.Е.ДОРОХОВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время общепризнанной основой теории сильных взаимодействий является полевая теория цветных кварков - квантовая хромодинамика (КХД). Характер взаимодействия в КХД таков, что константа связи α_s логарифмически уменьшается на малых расстояниях (или с увеличением характерных импульсов Q^2), стремясь к 0 в пределе бесконечно больших передач импульсов -"асимптотическая свобода" (Д.Политцер, Д.Гросс и Ф.Вилчек). Это свойство КХД позволяет использовать теорию возмущений (ТВ) для описания адронных процессов с большой передачей импульса (жесткие процессы). Однако ТВ, являясь основным расчетным методом квантовой теории поля, не применима в КХД для вычисления эффектов, зависящих от динамики на больших расстояниях, где существенно сказываются непертурбативные свойства теории. В любом физическом процессе взаимодействие происходит как на малых, так и на больших расстояниях, т.е. кроме больших Q^2 существуют и малые импульсные инварианты p^2 , такие,как массы адронов, средние виртуальности кварков, глюонов и т.д. Для применимости ТВ необходимо разделять вклады малых и больших расстояний в амплитудах физических процессов. При таком разделении (факторизации) часть амплитуды, определяемая малыми расстояниями - коэффициентная функция, может быть вычислена по ТВ в виде ряда по α_s . В этом направлении развиты высокоэффективные методы вычисления многопетлевых поправок (А.А.Владимиров, К.Г.Четыркин и др., Д.И.Казаков). Вклад больших расстояний учитывается феноменологически, например, путем введения универсальных волновых функций φ (эксклюзивные процессы) и функций распределения f (инклюзивные) для адронов. Амплитуда (сечение) процесса представляется при этом в виде интегральной свертки коэффициентной и волновых функций (А.В.Ефремов и А.В.Радюшкин, Д.Политцер и др., А.Мюллер). Последние могут быть либо извлечены из эксперимента, либо определены непертурбативными методами теории. В любом случае, универсальность $\varphi(f)$ лишь тогда имеет практический смысл, когда для них существует способ пересчета от одних динамических условий (Q_0^2) к другим (Q^2) , т.е. когда известна эволюция с Q^2 . Эволюция волновых и структурных функций определяется по ТВ и фиксируется дифференциальными уравнениями эволюции. (Л.Н.Липатов, Г.Алтарелли и Г.Паризи, С.Бродский и П.Лепаж). Знание эволюции важно не только само по себе, но необходимо для анализа жестких процессов с адронами в приближении, следующем за лидирующим. Так, эволюция волновой функции пиона (ВФП) в двухпетлевом приближении приводит к поправкам в амплитуды процессов порядка α_s , т.е. того же порядка, что и однопетлевые поправки к коэффициентным функциям. Все это ставит задачу построения регулярного метода определения эволюции ВФП.

В приведенной схеме расчетов жестких процессов чисто феноменологическим (относительно ТВ) элементом остаются начальные условия уравнения эволюции φ_0 (f_0) . Одним из популярных подходов, позволяющих вычислять подобные низкоэнергетические адронные характеристики, является метод КХД правил сумм (ПС) (А.И.Вайнштейн, В.И.Захаров, М.А.Шифман). Основной особенностью метода является полуфеноменологический учет специфических для КХД вакуумных флуктуаций, которые начинают проявляться уже при малых значениях α_s . Вычисление амплитуд проводится в глубокоевклидовой области, где к ряду ТВ по α_s добавляется непертурбативный вклад. Последний имеет вид степенного ряда по локальным вакуумным средним (ВС) кварковых и глюонных полей, из которых, на практике, учитываются лишь ВС минимальной размерности. Определенная таким образом амплитуда связывается дисперсионным соотношением с наблюдаемыми характеристиками адронного спектра. Однако указанная аппроксимация степенного ряда явно недостаточна для реконструкции деталей формы функции φ_0 .

Цель работы - построение метода расчета ядер эволюции в ковариантных калибровках и вычисление двухпетлевого ядра эволюции V для несинглетных волновых функций (псевдо)скалярных мезонов; решение уравнения эволюции с ядром V для волновой функции пиона в приближений, следующем за лидирующим, и анализ роли эволюционных поправок в различных физических процессах; реконструкция низкоэнергетической формы ВФП из КХД ПС - т.е. начального условия уравнения эволюции.

Научная новизна работы. В диссертации развит новый эффективный метод расчета в фейнмановской калибровке ядер эволюции для эксклюзивных и некоторых инклюзивных процессов. На его основе вычисляется двухпетлевое ядро эволюции V для несинглетной волновой функции (псевдо)скалярного мезона, а также радиационные поправки в КХД ПС для ВФП.

Проведен подробный анализ структуры ядер эволюции в скалярной модели $\varphi^3_{(6)}$ и КХД. Выявлена роль эффектов перенормировки в формировании структуры ядер. Установлено, что у КХД-ядра, в отличие от скалярного случая, структура не удовлетворяет принципу "редуцированной конформной симметрии ..." x).

---
x) S.J.Brodsky et al. Phys.Lett. (1986) B167, p.347-350.

В случае КХД получисленным способом найдено решение уравнения эволюции в приближении, следующем за лидирующим. С использованием этого решения получены полные α_s -поправки к процессам $\gamma^*\gamma^*\to\pi^0$ и $\gamma^*\pi\to\pi$. Анализируется роль α_s -эволюционных поправок.

Получены ПС КХД для ВФП в терминах нелокальных ВС. Это позволило наиболее естественным образом учесть важный эффект ненулевых виртуальностей вакуумных кварков $\langle k^2\rangle$ и радиационные поправки к ПС. Установлен явный вид низкоэнергетической ВФП, который отличается от ВФП Чёрняка и Житницкого x).

Практическая ценность работы. Разработанная в диссертации регулярная техника расчета и анализа ядер эволюции (ЯЭ) может быть непосредственно применена для вычисления многочастичных ЯЭ и ЯЭ для синглетных волновых функций, при многопетлевых расчетах ЯЭ и радиационных поправок к ПС.

Найденная в гл.4 эволюция ВФП позволяет проводить расчеты любых жестких процессов с пионами в следующем за лидирующим приближении. Для процессов $\gamma^*\gamma^*\to\pi^0$ и $\gamma^*\pi\to\pi$ проведен учет такой полной α_s -поправки, включающей в себя как поправки от коэффициентной функции, так и за счет эволюции ВФП.

Наконец, рассмотрение КХД ПС, в которых непертурбативные эффекты учтены не несколькими членами ряда по локальным ВС, а в целом, позволяет значительно более точно реконструировать низкоэнергетический вид ВФП . Тем самым, расчеты эксклюзивных процессов с пионами выводятся на тот же уровень чистоты (относительно феноменологии) что и, например, процессы $e^+e^-\to h$.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 6 работ.

Апробация работы. Результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на семинарах ЛТФ ОИЯИ, теоретическом семинаре ИЯИ АН СССР, сессиях ОЯФ АН СССР (1983-86 гг.).

Объем работы. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, 2 приложений. Текст диссертации изложен на 154 страницах, содержит 21 рисунок, 9 таблиц. Список литературы включает 105 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обсуждается актуальность вопросов, рассмотренных в диссертации, кратко излагается содержание работы и полученные результаты. Приводится обзор литературы, связанной с рассмотренными в диссертации вопросами.

---
x) Chernyak V.L., Zhitnitsky A.R. Nucl. Phys., 1982, B 201, p.492-526.

В главе I излагается метод вычисления ядер эволюции (калибровочно-инвариантных объектов) в фейнмановской калибровке для эксклюзивных и некоторых инклюзивных процессов.

В разделах I,2 обосновывается необходимость разработки такого метода. Вводятся основные понятия: волновые функции $\varphi(x,Q^2)$ и функции распределения $f(x,Q^2)$, составные операторы, матрицы перенормировки Z_{NK}, уравнения эволюции и ядра эволюции. Установлена связь между ядрами эволюции для эксклюзивных процессов V и инклюзивных P (ядра Липатова - Алтарелли - Паризи):

$$P(z) = \int_{-\sigma-i\infty}^{-\sigma+i\infty} \frac{dN}{2\pi i}\, z^{-N-1} \left\{ \frac{1}{N!}\left(\frac{d}{dy}\right)^N \Bigg|_{y=0} \int_0^1 V(x,y)\, x^N dx \right\}.$$

В разделе 3 вводится разложение ВФП по многочастичным функциям φ_k

$$\varphi(x) = \sum_k \rho(x|\{z\}) \otimes \varphi_k(\{z\}) \quad ^{x)} .$$

Из связи моментов $\varphi(x)$ с матричными элементами локальных составных операторов выводится процедура определения весовых функций ρ_k для любых k. В разделе 4, альтернативным способом, основанным на определении $\varphi(x)$ через матричный элемент нелокального оператора, получена рекуррентная формула для ρ_k, которая в абелевом случае сводится к простому замкнутому выражению. Наконец, в разделе 5 строится алгоритм вычисления ядер $V(P)$ через многочастичные ядра эволюции V_{jk}, определяющие смешивание функций φ_j при перенормировках

$$V(x,y) = \sum_{j=0} \rho_j \otimes V_{j0} ,$$

формулируется диаграммная техника для V_{j0}. Выводятся частные формулы для вычисления V в двухпетлевом приближении.

В главе II метод, разработанный в предыдущей главе, применяется к вычислению ядра эволюции для несинглетной волновой функции пиона.

В разделе I выводятся простые выражения для вклада в $P(z)$ класса диаграмм, у которых полностью не одета одна из кварковых "ног". Получены формулы связи P с V

$$V(x,y) = \frac{1}{2}\, \mathcal{C}\, \theta(y>x)\, \frac{1}{y}\, P\left(\frac{x}{y}\right),$$

где $\mathcal{C} = 1 + x \leftrightarrow \bar{x},\ y \leftrightarrow \bar{y}$. В разделе 2 рассмотрены обобщенно-треугольные диаграммы, т.е. диаграммы, получающиеся из однопетлевой усложнением либо только глюонной перемычки, либо одной из внутренних кварковых линий. Для диаграмм первого класса получена интегральная связь P с V:

x) Знак $\otimes$ здесь и далее означает интегральную свертку $\int_0^1 [dz]_{k+1}$.

$$V(x,y) = \mathcal{C}\, \theta(y>x) \int_0^{x/y} \frac{P(z)}{1-z}\, dz + C\,\delta(y-x) ,$$

где $P(z) = P(z) + \mathcal{C}\,\delta(1-z)$, для второго класса - алгебраическая

$$V(x,y) = \frac{1}{2}\, \mathcal{C}\, \theta(y>x) \left[\frac{1}{y} P(x) + \frac{1}{y} P(\bar{x}) - \frac{1}{y} P\left(\frac{x}{y}\right) \right] .$$

В разделах 3 и 4 метод подробно иллюстрируется на примере расчетов однопетлевых ядер: Алтарелли - Паризи, Бродского - Лепажа, элементах трехчастичного ядра. Приведены основные формулы двухпетлевого интегрирования, используемые для вычисления V_2 с помощью программы аналитических вычислений SCHOONSCHIP. Приводится также подиаграммное представление окончательного результата.

Так как промежуточные и окончательные выражения весьма громоздки, большое значение приобретают методы проверки результатов. Раздел 5 посвящен системе таких проверок: симметрии ядра при отражении аргументов на всех этапах счета; свойство "+" формы, следующее из калибровочной инвариантности; редукции из V в P и т.д. В разделе 6 кратко анализируется структура V_2, выявляются элементы, нарушающие симметрийные свойства однопетлевого ядра, установлены источники появления β -функции в V_2.

В главе Ш систематически исследуется структура ядра эволюции и строится решение уравнения эволюции (УЭ).

В разделах I-3 анализируется структура двухпетлевого ЯЭ в рамках простой модели - скалярной теории $\varphi^3_{(6)}$, имеющей ряд общих свойств с КХД. Так, в однопетлевом приближении решение уравнения эволюции в теории $\varphi^3_{(6)}$ так же, как и в КХД, пропорционально полиномам Гегенбауэра индекса $\frac{3}{2}$ — $C_n^{3/2}(2x-1)$. Цель исследования - из подиаграммного анализа установить источники различных структур в ЯЭ, выявить роль эффектов ренормировки на двухпетлевом уровне, найти соответствие между такими структурами и свойствами решения УЭ:

$$Q^2 \frac{d}{dQ^2} \varphi(x,Q^2) = \int_0^1 V(x,y)\, \varphi(y,Q^2)\, dy .$$

Выводы:

а) Перенормировка обратного меллиновского образа составного оператора приводит только к таким структурам в ЯЭ, которые генерируют сдвиг индекса в однопетлевом решении на величину аномальной размерности составного оператора $\alpha_s \gamma_n^{(1)}$

$$x\bar{x}\, C_n^{3/2}(2x-1) \longrightarrow C_n^{3/2+\alpha_s\gamma_n^{(1)}}(2x-1)\,(x\bar{x})^{1+\alpha_s\gamma_n^{(1)}}$$

- "редуцированная конформная симметрия ...".

б) Перенормировка константы связи α_s ведет к появлению в ЯЭ членов, пропорциональных β -функции, разрушающих решение

$C_n^{3/2+\alpha_s\gamma_n^{(1)}}(2x-1)$, связанное с конформной симметрией. Тем не менее, простота структуры ЯЭ в скалярном случае позволяет получить решение уравнения эволюции полностью аналитически (разделы 4-5).

В разделе 6 проводится подобный анализ структуры КХД-ядра, имеющего вид:

$$V = \frac{\alpha_s}{4\pi}V_{0+} + \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2\left\{-\dot{V}_{0+}\otimes V_{0+} + \beta_0\dot{V}_{0+} + H_+ + C_F^2 U_+\right\},$$

$$V_0 = \mathcal{C}\,\theta(y>x)\,2C_F\,\frac{x}{y}\left(1+\frac{1}{y-x}\right);\ \dot{V}_0 = \frac{d}{d\nu}\Big|_{\nu=0}\mathcal{C}\,\theta(y>x)\,2C_F\left(\frac{x}{y}\right)^{1+\nu}\left(1+\frac{1}{y-x}\right).$$

Первые два слагаемых в фигурных скобках соответствуют источникам а) и б) и имеют прямые аналоги в скалярном случае; функция $H(x,y)$: $y\bar{y}H(x,y) = x\bar{x}H(y,x)$ и не меняет свойств решения а), б). Новым элементом структуры, не имеющим аналога в скалярном случае, является $C_F^2 U_+$, громоздкость которого не позволяет получить аналитическое решение

$$U = 4\mathcal{C}\,\theta(y>x)\Big\{(F-\bar{F})\Big[Li_2(x) + Li_2(\bar{y}) + \ln\bar{x}\ln y + \ln\left(\frac{x}{y}\right)\ln\left(1-\frac{x}{y}\right)\Big] -$$

$$-\frac{3}{2}F\ln\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{x}{y}\ln\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{\bar{x}}{y}\ln\left(\frac{x}{y}\right)\ln\bar{x} + Li_2(\bar{y})\frac{x}{\bar{y}} + Li_2(x)\frac{\bar{x}}{y}\Big\},$$

$\bar{x} = 1-x,\ \bar{y} = 1-y,\ F = \frac{x}{y}\left(1+\frac{1}{y-x}\right),\ \bar{F} = F(\bar{x},\bar{y}),\ Li_2$ – дилогарифм.

В разделе 7 УЭ в КХД решается получисленным способом для базиса полиномов Гегенбауэра

$$\psi_n(x) = \exp\left\{-\int_{Q_0^2}^{Q^2}\gamma_n(\alpha(t))\frac{dt}{t}\right\}x\bar{x}\left(C_n^{3/2}(x-\bar{x}) + \frac{\alpha_s}{4\pi}\sum_{k>n}d_n^k C_k^{3/2}(x-\bar{x})\right)$$

– γ_n – известные диагональные элементы ЯЭ, коэффициенты d_n^k получаются численным интегрированием и быстро убывают с k , поэтому достаточно учесть лишь несколько первых членов ряда .

<u>В главе 4</u> на основании найденного решения уравнения эволюции численно анализируются свойства двухпетлевой эволюции ВФП в базисе полиномов Гегенбауэра (ПГ). Установлено, что вклад в эволюцию от недиагональной (в базисе ПГ) части ядра эволюции почти всюду в несколько раз меньше вклада от диагональной части. Вклад эволюционных поправок заметно возрастает с n - номером полинома Гегенбауэра. Результаты анализа проверяются прямым численным интегрированием уравнения эволюции.

В разделе 2 исследуются полные α_s -поправки к формфактору $F_{\gamma\gamma}$

процесса $\gamma^*\gamma^*\to\pi^0$. Вычисляется коэффициентная функция в порядке α_s , численно определяется вклад α_s -поправок за счет эволюции ВФП. Для формфактора $F_{\gamma\gamma}$ построены графики, установлено, что α_s -поправки могут быть значительными, когда один из сталкивающихся фотонов близок к реальному, а ВФП обогащена ПГ с номерами n = 4,6,8 ... .

В разделе 3 аналогичным образом исследуются полные α_s -поправки к электромагнитному формфактору пиона $F_{\pi\gamma}$. Установлено, что вклад от эволюции ВФП пренебрежимо мал по сравнению с вкладом от коэффициентной функции.

<u>Глава 5</u> посвящена построению волновой функции пиона методом КХД правил сумм.

В разделе I анализируется ограниченность старого подхода к ПС для моментов волновых функций и предлагаются ПС непосредственно для ВФ путем введения нелокальных конденсатов: $\langle\bar{q}(0)q(z)\rangle \equiv M_0(z^2)$ и т.п. Моменты ВФ $\varphi_\pi(x)$ оказываются весьма чувствительными к форме координатной зависимости $M_i(z^2)$, а сама функция $\varphi_\pi(x)$ непосредственно связанной с корреляционными функциями $f_i(\nu)$, параметризующими нелокальные ВС:

$$M_0(z^2) \equiv \langle\bar{q}(0)q(z)\rangle = \langle\bar{q}q\rangle\int_0^\infty e^{\nu\frac{z^2}{4}}f_0(\nu)d\nu$$

(проведен виков поворот и $z^2<0$). При этом $f_i(\nu)$ характеризует распределение "вакуумных кварков" по виртуальности. Предел локальных ВС соответствует $f_i(\nu)\sim\delta(\nu)$ (или $\delta'(\nu)$), т.е. пренебрежению виртуальностью вакуумных кварков.

В разделе 2 вычисляется вклад от нелокальных кварковых ВС: билокальных $\langle\bar{q}(0)q(z)\rangle, \langle\bar{q}(0)\gamma_\mu q(z)\rangle$: трилокальных $\langle\bar{q}(0)\gamma_\nu\hat{A}_\mu(y)q(z)\rangle$ $\langle\bar{q}(0)\gamma_\nu\gamma_5\hat{A}_\mu(y)q(z)\rangle$, и формулируются ПС для $\varphi_\pi(x)$.

В разделе 3 метод главы I распространяется на вычисление радиационных поправок к ПС КХД. При этом результатом расчетов является более общий объект - коррелятор $\mathcal{D}(x,y)$, а радиационные поправки получаются как

$$\varphi_{rad}(x) = \int_0^1\mathcal{D}(x,y)dy \sim x\bar{x}\left\{1+\frac{\alpha_s}{\pi}\frac{C_F}{4}\left(5-\frac{\pi^2}{3}+\ln^2(x/\bar{x})\right)\right\}.$$

Для обработки установленных ПС необходимо знать явный вид $f_i(\nu)$. В отсутствие теории КХД-вакуума для $f_i(\nu)$ используется анзатц:

$$f_i(\nu)\sim\delta(\nu-a_i\lambda^2)\qquad \text{или}\qquad \delta'(\nu-a_i\lambda^2).$$

При этом учитывается основной физический эффект - значительная (по сравнению с характерным адронным масштабом) величина средней виртуальности $\lambda^2 = \langle\bar{q}D^2q\rangle/\langle\bar{q}q\rangle = 0{,}4$ ГэВ^2 вакуумных кварков. Стандартная обработка ПС с учетом такого анзатца и φ_{rad} приводит к ВФП вида $\varphi_\pi(x) = \frac{8}{\pi}\sqrt{x(1-x)}$.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

В приложении I дана таблица двухпетлевых интегралов, используемых при вычислении ряда диаграмм с помощью программы аналитических вычислений на ЭВМ. В приложении 2 приведены основные этапы расчетов кварковых ВС размерности 8.

Основные результаты, полученные в диссертации:

I. Развит метод, позволяющий эффективно проводить вычисления ядер эволюции и корреляторов токов для ПС в фейнмановской калибровке.

2. Этим методом в двухпетлевом приближении вычислено ядро эволюции $V(x,y)$ для несинглетной волновой функции пиона, также воспроизведено ядро типа Алтарелли - Паризи $P(z)$. Установлены редукционные формулы перехода от V к P, а для некоторых классов диаграмм формулы связи P с V, позволяющие полностью выразить V через P.

3. В двухпетлевом приближении вычислено ядро эволюции в скалярной модели $\varphi^3_{(6)}$ и с помощью подиаграммного анализа исследована его структура. Получено аналитическое решение уравнения эволюции для ядер подобного типа.

4. Изучена структура ядра эволюции V в КХД, установлено ее существенное отличие от скалярного случая. Получисленным методом получена эволюция ВФП, анализируются ее свойства. Результаты анализа проведены прямым численным интегрированием уравнения эволюции.

5. Вычислены полные α_s -поправки к процессам $\gamma^*\gamma^* \to \pi^0$ и $\gamma^*\pi \to \pi$. Установлено, что вклад в полную поправку от эволюции ВФП может быть значителен в первом процессе (когда один из фотонов близок к реальному) и является весьма незначительным во втором процессе).

6. Сформулированы ПС для ВФП $\varphi_\pi(x)$, модифицированные учетом ненулевой виртуальности вакуумных кварков $\lambda^2 = \langle\bar{q}D^2q\rangle/\langle\bar{q}q\rangle = 0{,}4$ ГэВ^2 и радиационными поправками. Вычислены необходимые для такого учета кварковые конденсаты размерности 8 и коррелятор токов в порядке α_s. Из обработки ПС получен новый вид ВФП $\varphi_\pi(x) = \frac{8}{\pi}\sqrt{x(1-x)}$.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

I. Михайлов С.В., Радюшкин А.В. Ядро эволюции для волновой функции пиона: двухпетлевой расчет в фейнмановской калибровке. - Дубна, 1983, препринт ОИЯИ Р2-83-72I.

2. Mikhailov S.V. and Radyushkin A.V. Evolution kernels in QCD: two-loop calculation in Feynman gauge. (Эволюционные ядра в КХД: двухпетлевой расчет в фейнмановской калибровке). - Nucl. Phys., 1985, B254, с.89-126.

Михайлов С.В., Радюшкин А.В. Ядра эволюции в КХД: двухпетлевой расчет в фейнмановской калибровке. - Дубна, 1984, препринт ОИЯИ, Р2-84-534.

3. Михайлов С.В., Радюшкин А.В. Эволюция волновой функции пиона в скалярной $\varphi^3_{(6)}$-модели: двухпетлевой расчет. - ТМФ, 1985, т.65, № I, с.44-59.

4. Mikhailov S.V. and Radyushkin A.V. Structure of two-loop evolutional kernels and evolution of the pion wave function in $\varphi^3_{(6)}$ and QCD. (Структура двухпетлевых ядер эволюции и эволюция волновой функции пиона в модели $\varphi^3_{(6)}$ и КХД). - Nucl. Phys., 1986, v.B273, p.297-320.

Михайлов С.В., Радюшкин А.В. Структура двухпетлевых ядер эволюции и эволюция волновой функции пиона в модели $\varphi^3_{(6)}$ и КХД. - Дубна, 1985, препринт ОИЯИ, Р2-85-906.

5. Каданцева Е.П., Михайлов С.В., Радюшкин А.В. Полные α_s- поправки к процессам $\gamma^*\gamma^* \to \pi^0$ и $\gamma^*\pi \to \pi$ в пертурбативной КХД. - ЯФ, 1986, т.44 в.2(8), с.507-516.

6. Михайлов С.В., Радюшкин А.В. Нелокальные конденсаты и КХД правила сумм для волновой функции пиона. - Письма в ЖЭТФ, 1986, т.43, в.I2 , с.551-554.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 июля 1986 года.