ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

УДК 530.145

2-85-343

ИЛЧЕВ
Асен Стефанов

НЕПЕРТУРБАТИВНЫЕ МЕТОДЫ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Специальность: 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1985

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Научные руководители:
доктор физико-математических наук,
профессор
В.А. Матвеев

кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник
В.К. Митрюшкин

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник
В.И. Саврин

кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник
М.Е. Шапошников

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт атомной энергии им. И.В. Курчатова.

Автореферат разослан "   " ____________ 1985 г.

Защита диссертации состоится "   " ____________ 1985 г. на заседании специализированного Совета К 047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук
В.И. Журавлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Теория возмущений (ТВ) в сочетании с методом ренормгруппы является одним из наиболее мощных вычислительных инструментов теории поля /1/. При использовании ТВ обычно подразумевается, что параметр разложения достаточно мал, формальный ряд ТВ (в действительности, как правило, расходящийся) можно обрезать, и получить разумную оценку искомой величины по конечному числу членов ряда. Однако, в большинстве задач теории поля вычисляемые величины неаналитичны по константе связи, что связано с факториальным ростом числа диаграмм и (или) сложной структурой вакуума физической теории, а параметр разложения нельзя считать малым.

Принципиальное отличие расходящихся разложений от сходящихся состоит в том, что они не полностью определяют функцию, т.е. один и тот же асимптотический ряд может служить разложением функций с различными аналитическими свойствами. Тем не менее, даже не располагая никакой дополнительной информацией об искомой сумме ряда, кроме знания первых нескольких членов разложения в ряд ТВ и асимптотики коэффициентов разложения в K-ом порядке при $K \to \infty$, можно получать разумные результаты, используя, например, различные модификации преобразования Бореля /2/. От того, насколько удачно задан метод суммирования или метод восстановления искомой функции по имеющейся исходной информации, зависит то, насколько успешно удается продвинуться в область немалых значений параметра разложения в таких задачах, как, например, вычисление критиндексов, вычисление уровней энергии ангармонического осциллятора, вычисление β-функции Гелл-Манна-Лоу и др. /3/. Тем самым актуальной становится задача отыскания подходящего метода восстановления суммы расходящегося ряда при немалых значениях параметра разложения.

Вместе с тем в теориях с нетривиальной структурой вакуума область применимости ТВ сравнительно невелика. Является общепринятым, что такие явления, как конфайнмент, температурные фазовые переходы и т.п. имеют сугубо непертурбативную природу.

Один из возможных способов выйти за пределы ТВ предлагает решеточный подход /4/.

Особый интерес при исследовании свойств решеточных теорий представляет изучение их фазовой структуры. Исследование фазовой структуры решеточных теорий взаимодействующих калибровочных полей и полей материи тесно связано с проблемой континуального предела таких теорий. Так, например, следует ожидать, что континуальный предел решеточной теории связан с критической точкой /5/.

К настоящему времени фазовая структура калибровочных теорий, включающиеся поля материи исследованы еще недостаточно. Поэтому актуальной проблемой является исследование фазовой структуры (фазовых диаграмм) решеточных теорий, включающих поля материи.

Цель работы. I. Вычисление критиндексов, β - функции Гелл-Манна - Лоу, основного уровня энергии ангармонического осциллятора на основе предложенного метода суммирования расходящихся знакопеременных рядов.

2. Исследование фазовой структуры широкого класса хиггс-калибровочных теорий на решетке с размороженной радиальной степенью свободы хиггсовских полей и построение фазовых диаграмм.

Научная новизна и практическая ценность. Предложен эффективный метод суммирования знакопеременных асимптотических рядов, основанный на обобщенном преобразовании Бореля, причем борелевский образ строится как целая функция своего аргумента. Метод применим ко всем задачам, при решении которых возникают знакопеременные асимптотические разложения с быстрорастущими коэффициентами. С помощью этого метода вычислены критиндексы, β - функция Гелл - Манна - Лоу, основные уровни энергии ангармонических осцилляторов. Разработана методика исследования фазовых переходов решеточных хиггс-калибровочных моделей с размороженной радиальной модой скалярных полей. Методом Монте - Карло, а также с помощью метода эффективного потенциала проведен подробный анализ ряда хиггс-калибровочных моделей, построены их фазовые диаграммы. Впервые дано строгое доказательство существования критической точки как для абелевой $U(1)$- симметричной хиггс-калибровочной модели , так и для модели с калибровочной группой $SU(2)$. Впервые раскрыта та существенная роль, которую играет способ размораживания радиальной степени свободы скалярных полей.

Апробация диссертации. Результаты, полученные в диссертации, докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики Объединенного института, на Международном симпозиуме по теоретической физике в г.Аренсхопе,ГДР,1982 г., на Советско-американском рабочем совещании по калибровочным теориям в г. Ереване, 1983 г., на VI Международном семинаре по проблемам физики высоких энергий и квантовой теории поля в г. Серпухове, 1983, на VII Международном семинаре по проблемам

физики высоких энергий в г. Дубне, 1984 г., представлялись на XXII Международную конференцию по физике высоких энергий в г. Лейпциге, ГДР, 1984 г.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 7 работ.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и двух приложений; содержит 95 страниц машинописного текста, 38 рисунков, 5 таблиц и библиографический список литературы из 79 названий.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дана общая характеристика тех методов квантовой теории поля, которым посвящена настоящая диссертация: суммированию расходящихся асимптотических рядов и формулировке квантовой теории поля на пространственно-временной решетке.

Первая глава посвящена проблеме реконструкции функции по ее расходящемуся знакопеременному асимптотическому разложению. Предлагается новый метод суммирования, основанный на обобщенном преобразовании Бореля /2/. В первом параграфе этот метод суммирования излагается подробно. Обобщенный борелевский образ исследуемого ряда

$$\sum_{k=0}^{\infty} f_k \cdot g^k \tag{I}$$

определяется при помощи двух дополнительных параметров μ и ν как

$$B_{\mu\nu}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f_k \cdot z^k}{\Gamma(\nu \cdot k + \mu + 1)} \tag{2}$$

причем таким образом, чтобы он являлся целой функцией переменной z. Борелевская сумма ряда (I) определяется как

$$f(g) = \int_0^\infty dt\, e^{-t}\, t^{\mu} \cdot B_{\mu\nu}(g t^{\nu}), \tag{3}$$

если интеграл в (3) существует. Предполагается, что при больших значениях своих аргументов как искомая функция, так и ее борелевский образ имеют степенное поведение, хотя предположение о степенной асимптотике не является ни в какой мере ограничительным с точки зрения применимости метода. Показатель степени ρ , который характеризует поведение искомой функции при больших g не зависит от параметров μ и ν . С другой стороны, если использовать приближенный борелевский образ, получаемый обрезанием ряда (2)

$$B^{(N)}_{\mu\nu}(z) = \sum_{k=0}^{N} \frac{f_k \cdot z^k}{\Gamma(\nu k+\mu+1)} . \tag{4}$$

то определяемый из (4) степенной показатель будет зависеть от μ и ν :

$$B^{(N)}_{\mu\nu}(z) \underset{z\to\infty}{\sim} z^{\rho} \; ; \quad \rho = \rho(\mu,\nu) . \tag{5}$$

Существенной частью метода суммирования является способ оптимизации параметров μ и ν , основанный на применении принципа наименьшей чувствительности /6/ и выделяющий в качестве оптимальных те значения μ и ν , для которых вариация функции $\rho=\rho(\mu,\nu)$ минимальна. Находя таким образом приближенное значение степенного показателя ρ , полиномиальная аппроксимация борелевского образа (4) доопределяется в области больших положительных значениях аргумента, согласно (5), после чего сумма ряда (I) вычисляется из (3). Второй параграф первой главы иллюстрирует применение предложенного метода суммирования на примере квантовомеханического ангармонического осциллятора

$$\hat{H} = \tfrac{1}{2}p^2 + \tfrac{1}{2}x^2 + g\,x^{2N} , \quad N = 2,3,4 . \tag{6}$$

Рассмотрен ряд теории возмущений для основного уровня энергии

$$E(g) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} E_k\, g^k . \tag{7}$$

Показано, как информация об асимптотическом поведении коэффициентов E_k ряда (7) позволяет улучшить надежность метода суммирования и получить удовлетворительные результаты, используя точные значения лишь нескольких первых коэффициентов ряда (7). В третьем параграфе первой главы развитый метод суммирования применяется для вычисления критических индексов ν, η и ω , а также β – функции Гелл-Манна – Лоу в модели теории поля ϕ^4_4 . Для вычисления критиндексов использовалось ϵ -разложение Вильсона. Вычисленные значения ν , η , ω находятся в хорошем согласии с экспериментальными значениями. Результаты вычислений для β - функции согласуются с результатами, полученными другими методами суммирования.

Вторая и третья главы диссертации посвящены исследованию фазовой структуры хиггс-калибровочных моделей на решетке.

Вторая глава посвящена исследованию моделей с абелевыми группами симметрии: Z_N , N = 2,3, ..., I0, 20, 50, I00, 200, 300 и $U(1)$. В первом параграфе второй главы дается постановка задачи. Вводятся параметры порядка, по поведению которых определяются наличие и характер фазовых переходов. Выводится приближенное выражение для эффективного потенциала для каждой из рассмотренных моделей. Во втором параграфе второй главы исследуются фазовые переходы в хиггс-калибровочных моделях квантовой теории поля на решетке с дискретными абелевыми группами симметрии. Радиальная мера интегрирования имеет вид:

$$d\mu(R_i) \sim dR_i .$$

Рассмотрены два характерных значения "обратной температуры" β : β = 0 и $\beta = \infty$. В случае β = 0, как методом Монте-Карло, так и из аналитического выражения для приближенного эффективного потенциала, обнаружено, что имеют место фазовые переходы первого рода при изменении голой "массы" хиггсовского поля m^2 $(m^2<0)$ для всех исследованных групп Z_N , N = 2,3,...,I0,20, 50, I00, 200, 300 и для сравнительно небольших значений константы скалярного самодействия λ . Найдена зависимость точки фазового перехода m^2_c от порядка группы N . Исследована также и зависимость картины фазовых переходов от величины константы скалярного самодействия λ . Именно, с ростом λ наблюдается исчезновение фазового перехода первого рода при некотором значении $\lambda = \lambda_0$, и при $\lambda = \lambda_0$ система испытывает фазовый переход второго рода. Описанные закономерности наблюдаются для всех исследованных групп Z_N . В случае бесконечно большой "обратной температуры" $\beta = \infty$ картина фазовых переходов качественно такая же, как и для β = 0. В третьем параграфе второй главы рассмотрена абелева хиггс-калибровочная модель с группой симметрии $U(1)$. Мера интегрирования по радиальным степеням свободы хиггсовского поля выбрана в наиболее естественном виде

$$d\mu(R_i) \sim R_i\, dR_i . \tag{8}$$

Фазовая структура такой модели исследована полностью как прямыми численными методами (для этой цели была создана программа для ЭВМ, реализующая алгоритм Метрополиса /7/ - см. Приложение I диссертации), так и при помощи аналитического выражения для эффективного потенциала типа Коулмена - Вайнберга /8/ . В частности, показано, что при не очень больших значениях λ имеет место фазовый переход первого рода при изменении m^2 $(m^2<0)$. Получена зависимость точки фазового перехода $m^2_c = m^2_c(\beta)$ от β при фиксированном значении λ , и показано, что такие линии фазовых переходов первого рода имеют концевую точку, в которой происходит фазовый переход второго рода. Исследована зависимость положения концевой точки от λ. Показано, что в плоскости (β, m^2) при фиксированном λ существуют линии фазовых переходов второго рода. Построены фазовые диаграммы в плоскости (β, m^2) для некоторых характерных значений константы скалярного самодействия λ. Продемонстрировано, что при не очень больших значениях λ "хиггсовская" фаза и фаза "конфайнмента" не разделены непрерывной линией фазовых переходов, что является аргументом в пользу существования т.н. принципа дополнительности фаз.

В третьей главе диссертации рассмотрен случай $SU(2)$-симметричной хиггс-калибровочной теории на решетке. В первом параграфе третьей главы формулируется модель и приводится полученное выражение для приближенного эффективного потенциала. Во втором параграфе третьей главы изложены основные результаты, относящиеся к фазовым переходам в рассматриваемой модели. Проводится сравнительный анализ зависимости фазовой структуры модели от способа размораживания радиальной моды хиггсовского поля – т.е. от выбора меры интегрирования по радиальным степеням свободы в регуляризованном функциональном интеграле. Первоначально рассматривается случай наиболее "естественного" выбора радиальной меры:

$$d\mu(R_i) \sim R_i^3\, dR_i . \tag{9}$$

Анализ эффективного потенциала показывает, что в этом случае, подобно $U(1)$ – симметричной модели с радиальной мерой $d\mu(R_i) \sim R_i\, dR_i$ имеет место фазовый переход первого рода при изменении m^2 при фиксированных β и λ. Кривая зависимости точки фазового перехода первого рода $m_c^2(\beta)$ может иметь концевую точку, в которой имеет место фазовый переход второго рода. С ростом константы скалярного самодействия λ концевые точки сдвигаются направо и вверх в плоскости (β, m^2). Результаты численного исследования модели методом Монте – Карло качественно и количественно совпадают с результатами анализа эффективного потенциала. Монте – карловские вычисления для случая $\beta = \infty$ указывают на отсутствие фазового перехода первого рода. Исследуется вопрос о выборе радиальной меры, и демонстрируется существенная зависимость фазовой структуры модели от этого выбора – т.е. от способа размораживания радиальной степени свободы скалярного поля. Для этой цели рассмотрен случай выбора радиальной меры в виде

$$d\mu(R_i) \sim dR_i . \tag{10}$$

Показано, что такому выбору соответствует совершенно иная фазовая структура: концевая точка в этом случае разделяет линии фазовых переходов первого и второго родов, а при $\beta = \infty$ обнаруживается фазовый переход первого рода.

В Заключении перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

Приложение I содержит описание процедуры Монте – карловских вычислений в решеточных моделях, в том числе описание алгоритма Метрополиса.

В Приложении II излагается метод эффективного потенциала и способ его вычисления в виде ряда по степеням "обратной температуры".

Основные результаты, полученные в диссертации

I. Предложен новый метод суммирования знакопеременных асимптотических рядов, основанный на модифицированном преобразовании Бореля.

2. С помощью развитого метода проведено вычисление критиндексов, основных уровней энергии ангармонических осцилляторов с различной степенью ангармоничности, β – функции Гелл-Манна-Лоу в теории φ_4^4.

3. Методом Монте – Карло проведено исследование фазовых переходов в хиггс-калибровочных моделях с группами симметрии Z_N, $N = 2,3, \ldots, 10, 20, 50, 100, 200, 300$ при двух характерных значениях калибровочной константы (нуль и бесконечность). Обнаружены фазовые переходы первого рода и получена зависимость точки фазового перехода m_c^2 от порядка группы N.

4. Получено приближенное выражение для эффективного потенциала типа Коулмена – Вайнберга и с его помощью проведены и подтверждены результаты Монте – карловских вычислений для группы Z_N.

5. Для $U(1)$ – симметричной хиггс-калибровочной теории получено приближенное выражение для эффективного потенциала и с его помощью изучена фазовая структура теории для больших значений калибровочной константы $(|\beta| \lesssim 1)$. Вне области применимости приближения к эффективному потенциалу фазовые переходы модели изучены методом Монте – Карло. Показано, что линии фазовых переходов первого рода имеют концевую точку фазового перехода второго рода, аналогично тому, как это имеет место на фазовой диаграмме типа "газ – жидкость – лед".

6. Методом Монте – Карло и с помощью метода эффективного потенциала полностью исследована фазовая структура $SU(2)$-симметричной хиггс-калибровочной модели. Построены фазовые диаграммы в плоскости $(\beta; m^2)$ при фиксированных λ. Показано, что в теории есть линии фазовых переходов первого рода, обрывающиеся в точках фазовых переходов второго рода.

7. Выяснен принципиальный вопрос о роли способа размораживания радиальной моды скалярного поля и показано, что фазовая структура модели зависит самым существенным образом от выбора радиальной меры интегрирования.

Результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Илчев А.С., Митрюшкин В.К. "Суммирование асимптотических рядов в некоторых задачах квантовой механики и теории поля", ЯФ, 1983, 38, с. 115-122.
2. Ilchev A.S., Mitrjushkin V.K. "Summation of asymptotic expansions the gx^{2N} anharmonic oscillator" preprint JINR, E2-83-281, Dubna, 1983, p. 10.
3. Гердт В.П., Илчев А.С., Митрюшкин В.К., "Фазовые переходы в абелевых хиггсовских моделях на решетке", ЯФ, 1984, 40, с. 1097-1104.
4. Gerdt V.P., Ilchev A.S., Mitrjushkin V.K. Sobolev I.K., Zadorozhny A.M. ""Phase structure of $SU(2)$ lattice gauge--Higgs theory" preprint JINR, E2-84-313, Dubna, 1984, p. 14.
5. Gerdt V.P., Ilchev A.S., Mitrjushkin V.K. " $U(1)$ lattice gauge- Higgs model" preprint, JINR, E2-85-59, Dubna, 1985, p. 16.
6. Gerdt V.P., Ilchev A.S., Mitrjushkin V.K., Zadorozhny A.M., " $SU(2)$ Lattice gauge-Higgs model", preprint JINR, E2-85-103, Dubna, 1985, p. 14.
7. Gerdt V.P., Ilchev A.S., Mitrjushkin V.K., Zadorozhny A.M. Dubna, p. 14 "On the phase structure of lattice $SU(2)$ gauge-Higgs theory", preprint JINR, E2-85-104, Dubna, 1985, p. 6.

Литература:

1. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. "Введение в теорию квантованных полей", М., "Наука", 1984.
2. Харди Г. "Расходящиеся ряды", ИЛ, М., 1951.
3. Zinn-Justin J. - Phys. Rep., 1981, v. 30, p. 109.
4. Wilson K.G. - Phys. Rev., 1944, v. 100, p. 2445.
5. Вильсон К., Когут Дж. "Ренормализационная группа и ϵ -разложение", М., "Мир", 1975.
6. Stivenson P.M. - Phys. Rev., 1981, v. 23D, p. 2916.
7. Metropolis N., Rosenbluth A.W., Rosenbluth M.N., Teller A.H. Teller E.- J. Chem. Phys., 1953, v. 21, p. 1008.
8. Coleman S., Weinberg E.- Phys. Rev., 1973, v. 70, p. 1888.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 мая 1985 года.