

**НЕСТЕРЕНКО**

**Виктор Александрович**

**АНАЛИЗ**

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ФОРМФАКТОРОВ АДРОНОВ  
МЕТОДОМ КХД ПРАВИЛ СУММ**

**Специальность: 01.04.02 – теоретическая  
и математическая физика**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник

А.В.ЕФРЕМОВ

кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник

А.В.РАДЮШКИН

Официальные оппоненты:

кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник

С.Б.ГЕРАСИМОВ

доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник

М.А.ШИФМАН

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Ленинградский институт ядерной физики АН СССР им. Б.П.Константинова, Ленинград.

Автореферат разослан " " \_\_\_\_\_ 1984 г.

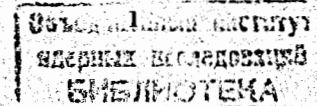
Защита диссертации состоится " " \_\_\_\_\_ 198 г.  
на заседании Специализированного совета КО 47.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

Ученый секретарь совета

В.И.ЖУРАВЛЕВ

Актуальность проблемы. Одной из основных задач современной физики элементарных частиц является построение теории сильного взаимодействия. Главным, если не единственным, претендентом на роль такой теории в настоящее время является полевая теория - квантовая хромодинамика (КХД). Открытие асимптотической свободы в КХД (Д.Политцер, Д.Гросс и Ф.Вилчек), сводящейся к тому, что эффективная константа связи логарифмически уменьшается на малых расстояниях, стремясь к нулю в пределе бесконечно больших передач импульса, привело к возможности использования теории возмущений для описания жестких процессов. Однако теория возмущений, являющаяся основным расчетным методом в квантовой теории поля, неприменима в КХД для вычисления эффектов, существенно зависящих от динамики на больших расстояниях, где эффективная константа взаимодействия  $\alpha_s$  не является малой величиной. Поскольку амплитуды физических процессов зависят как от динамики малых, так и больших расстояний, то для успешных расчетов по теории возмущений необходимо разделить вклады этих областей. При таком разделении часть амплитуды, определяемая малыми расстояниями (и вследствие этого поддающаяся расчету по теории возмущений), отфакторизовывается от вклада больших расстояний (А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин, Д.Политцер и др., А.Мюллер) учитываемого феноменологически, например, путем введения волновых или структурных функций адронов.

Таким образом, при исследовании процессов с участием адронов с неизбежностью появляются величины, существенно зависящие от динамики на больших расстояниях - массы, ширины распадов, волновые функции и т.д. Их учет требует явного анализа эффектов, играющих существенную роль при формировании связанных состояний, т.е. решения проблемы конфайнмента в том или ином виде. В рамках теории возмущений сделать это невозможно. Одним из наиболее успешных подходов к исследованию физики адронов является метод квантово-хромодинамических правил сумм (А.И.Вайнштейн, В.И.Захаров, М.А.Шифман). В нем сочетаются традиционные методы вычисления асимптотических значений амплитуд по теории возмущений с учетом специфических для КХД непертурбативных эффектов. Центральным пунктом этого подхода является утверждение о том, что асимптотическая свобода нарушается, в первую очередь, взаимодействием с непертурбативными флуктуациями вакуумных полей, которое проявляет себя еще в области применимости стандартной теории возмущений (при малых  $\alpha_s$ ) и, нарастая степенным образом, ограничивает режим слабой связи. В методе КХД правил



сумм такое взаимодействие учитывается феноменологически, путем введения ненулевых вакуумных средних кварковых и глюонных полей ( $\langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle$ ,  $\langle 0 | G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a | 0 \rangle$  и т.д.).

Метод КХД правил сумм в том виде, в каком он был сформулирован авторами, основывался на анализе коррелятора двух локальных токов с квантовыми числами исследуемого адрона и предназначался для вычисления статических характеристик адронов (масс, ширин распадов). Так, например, были вычислены массы и ширины распадов мезонов  $\pi$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $J/\psi$ ,  $\eta_c$  и т.д. Следующий, вполне естественный шаг — применение правил сумм КХД для исследования динамических адронных характеристик — формфакторов, а также сравнение результатов, полученных методом КХД правил сумм и пертурбативного подхода, основанного на теории возмущений.

Цель работы — обобщение метода КХД правил сумм на случай трехточечных корреляционных функций и распространение метода, изначально применявшегося для вычисления масс, лептонных ширин и т.п. статических характеристик адронов на случай динамических характеристик — формфакторов.

Научная новизна работы. В диссертации разработана техника расчета и анализа трехточечных корреляторов и соответствующих им спектральных плотностей как в низшем (борновском) приближении, так и на уровне простейших степенных поправок. С помощью разработанной методики получены КХД правила сумм для электромагнитного формфактора пиона  $F_{\pi}(t)$  в промежуточной области передач импульса и для формфактора перехода  $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$ .

Исследована специфика КХД правил сумм для формфактора пиона в области малых  $t$ , выявлена роль дополнительных, по сравнению с областью умеренных  $t$ , членов операторного разложения и разработана техника их вычисления.

На примере исследования процесса  $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$  методом КХД правил сумм, в диссертации удалось провести сравнительный анализ двух наиболее популярных в КХД подходов: метода КХД правил сумм и пертурбативной КХД. Показано, что совместное использование двух упомянутых методов позволяет получить численные оценки для некоторых матричных элементов.

На основе гипотезы о локальной кварк-адронной дуальности впервые в рамках КХД вычислены электромагнитные формфакторы нуклонов (протона и нейтрона)  $G_{E,\mu}^{p(n)}(t)$  в промежуточной области  $2 \leq t \leq 15 \text{ ГэВ}^2$ .

Практическая ценность работы. Разработанная в диссертации техника расчета и анализа трехточечных корреляционных функций и

полученные на ее основе предсказания для электромагнитных формфакторов  $F_{\pi}(t)$ ,  $G_{E,\mu}^{p(n)}(t)$  и  $F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q^2)$  в области умеренных передач импульса позволяют продвигаться при исследовании эксклюзивных процессов из области асимптотических передач импульса в экспериментально достижимую область. Согласие теоретических предсказаний и экспериментальных данных свидетельствует в пользу квантовой хромодинамики как реального претендента на роль теории сильных взаимодействий.

Полученные в диссертации результаты могут быть использованы при обработке экспериментальных данных по упругому  $e^- \pi^+ \rightarrow e^- \pi^+$  и  $e^- N \rightarrow e^- N$  — рассеянию, реакций  $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \pi^0$  и  $e^- e^- \rightarrow e^- e^- \pi^0$ .

Предлагаемый подход будет полезен и является фактически необходимым промежуточным шагом при распространении метода КХД правил сумм на процессы, связанные с четырехчастичными корреляционными функциями, такие, как упругие пион-нуклонное и нуклон-нуклонное рассеяния, а также глубоконеупругие процессы  $e^- N \rightarrow e^- X$ .

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 7 работ.

Апробация работы. Результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на семинарах Лаборатории теоретической физики ОИЯИ и ИТЭФ, на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР (1982–1984 г.г.). Были представлены на 21-й международной конференции по физике высоких энергий (Париж, 1982 г.).

Объем работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав основного текста, заключения и 4-х приложений. Текст диссертации изложен на 108 страницах, содержит 22 рисунка. Список литературы включает 84 наименования.

#### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обсуждается актуальность вопросов, рассмотренных в диссертации, кратко излагаются содержание работы и полученные результаты. Приводится обзор литературы, имеющей отношение к рассмотренным в диссертации вопросам.

В главе I методом КХД правил сумм вычислен электромагнитный формфактор пиона  $F_{\pi}(t)$  при промежуточных передачах импульса  $0,6 \leq t \leq 4 \text{ ГэВ}^2$ .

В §1 на примере вычисления константы распада  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu$  дано краткое изложение метода КХД правил сумм, а именно той его части, которая предназначена для вычисления характеристик адронов, состоящих из легких кварков  $u$  и  $d$ . Обсуждаются два способа выбора параметра  $S_0$ , характеризующего положение высших, по сравнению

с  $\pi$  - мезоном, резонансов. Первый - стандартный способ, основанный на условии независимости константы  $f_\pi$  от борелевского параметра  $M^2$  в той области, где вклады старших степенных поправок ( $\sim 1/M^{2n}$ ) и высших резонансов в правило сумм одновременно малы ( $\leq 30\%$ ). Второй предлагаемый в диссертации способ основан на условии максимально быстрого выхода  $f_\pi(M^2)$  на свое асимптотическое значение при  $M^2 \rightarrow \infty$ . Предел  $M^2 \rightarrow \infty$  соответствует переходу к локальной кварк-адронной дуальности, и параметр  $S_0$  в этом случае соответствует интервалу дуальности, после усреднения по которому кварковая и адронная спектральные плотности равны друг другу.

В §2 выводится правило сумм для электромагнитного формфактора пиона. Исходным пунктом анализа является трехточечный коррелятор двух аксиальных и одного векторного токов. Вычисляются вклады простейшей однопетлевой диаграммы и степенных поправок, связанных с кварковым  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$  и глюонным  $\langle G G \rangle$  конденсатами. Для извлечения информации о реальных физических состояниях используется двойное спектральное представление и двойное преобразование Бореля по переменным  $-P_1^2$  и  $-P_2^2$  ( $P_{1,2}$  - импульсы, входящие в пионные вершины). Полученное правило сумм имеет вид:

$$f_\pi^2 F_\pi(t) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{S_0} ds_1 \int_0^{S_0} ds_2 \rho^{\text{перг}}(s_1, s_2, t) \exp\left\{-\frac{s_1 + s_2}{M^2}\right\} + \frac{\langle \alpha_s G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle}{12\pi M^2} + \frac{208\pi\alpha_s \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2}{81 M^4} \left(1 + \frac{2}{13} \frac{t}{M^2}\right),$$

где

$$\rho^{\text{перг}}(s_1, s_2, t) = \frac{3}{4} t^2 \left[ \left(\frac{d}{dt}\right)^2 + \frac{t}{3} \left(\frac{d}{dt}\right)^3 \right] \left\{ (s_1 + s_2 + t)^2 - 4s_1 s_2 \right\}^{-\frac{1}{2}}$$

В §3 обсуждается полученное правило сумм и определяется значение параметра  $S_0$ . Найденная величина  $S_0 \approx 0,7 \text{ ГэВ}^2$  совпадает со значением параметра  $S_0$ , полученным в §1 при анализе коррелятора двух аксиальных токов, что свидетельствует о самосогласованности используемого метода. В пределе локальной кварк-адронной дуальности для формфактора пиона получено выражение

$$F_\pi(t) = \frac{S_0}{4\pi^2 f_\pi^2} \left\{ 1 - \frac{1 + 6S_0/t}{(1 + 4S_0/t)^{3/2}} \right\}.$$

Полученные теоретические предсказания при конечном  $M^2$  ( $M^2 = 1,8 \text{ ГэВ}^2$ ) и при  $M^2 \rightarrow \infty$  согласуются между собой и экспериментальными данными с точностью не хуже 10% в области  $0,6 \leq t \leq 4 \text{ ГэВ}^2$ , что свидетельствует о возможности перехода к локальной кварк-адронной дуальности.

В главе II метод КХД правил сумм применяется для вычисления электромагнитного формфактора пиона  $F_\pi(t)$  в области малых передач импульса  $0 \leq t \leq 0,6 \text{ ГэВ}^2$ .

В §1 обсуждаются сходство и отличие правил сумм для  $F_\pi(t)$  в области малых ( $0 \leq t \leq 0,6 \text{ ГэВ}^2$ ) и промежуточных ( $0,6 \leq t \leq 4 \text{ ГэВ}^2$ ) передач импульса. Производится операторное разложение для корреляционной функции  $\langle 0 | T \{ j_\alpha(x) j_\mu(y) j_\nu^+(z) \} | 0 \rangle$  в несимметричном кинематическом случае.  $|P_1^2| \sim |P_2^2| \gg t$  и выясняется роль дополнительных, по сравнению с промежуточной областью, передач  $|P_1^2| \sim |P_2^2| \sim t$  вкладов.

В §2 и §3 приведен метод вычисления дополнительных вкладов к простейшей (борновской) диаграмме и вкладов, связанных со степенными поправками  $\sim \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2$ . В обоих случаях задача сводится к вычислению корреляторов двух локальных операторов. Некоторые из корреляторов, так называемые контактные члены, находятся с помощью уравнений движения  $\hat{D} S(x-y) = i S(x-y)$ , для остальных корреляторов выводятся правила сумм и обрабатываются стандартным образом.

В §4 получены правила сумм для  $F_\pi(t)$  при  $0 \leq t \leq 0,6 \text{ ГэВ}^2$ , проведен их подробный анализ и предсказано теоретическое поведение электромагнитного формфактора пиона в области малых передач импульса. Вычислен также электромагнитный радиус пиона  $\sqrt{\langle r_\pi^2 \rangle} = 0,66 \pm 0,03 \text{ фм}$ .

В главе III на примере процесса  $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$  проведен сравнительный анализ метода КХД правил сумм и пертурбативной КХД, основанной на факторизации вкладов больших и малых расстояний.

В §1 из анализа коррелятора аксиального и двух векторных токов найдено правило сумм для формфактора  $F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q^2)$

$$F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q^2) = -\frac{\sqrt{2} \alpha}{\pi f_\pi} \left\{ 2 \int_0^{S_0} ds e^{-s/M^2} \int_0^1 dx \frac{x(1-x) Q^4}{[x(1-x)s + Q^2]^3} + \frac{\pi \langle \alpha_s G G \rangle}{9} \left( \frac{1}{M^2 Q^2} - \frac{1}{Q^4} \right) + \frac{64\pi^3 \alpha_s \langle \bar{\psi}\psi \rangle^3}{243} \left( \frac{11}{M^4 Q^2} + \frac{18}{Q^6} \right) \right\}.$$

Значение параметра  $S_0 = 0,7 \text{ ГэВ}^2$ , определенное из правила сумм, совпадает с результатами главы I. В предположении локальной кварк-

адронной дуальности кривая поведения  $F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q^2)$  при малых  $Q^2$  хорошо согласуется с предсказаниями модели векторной доминантности, а  $F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(0) = -\frac{\sqrt{2} \alpha}{4 \pi f_\pi}$  совпадает с результатом, полученным из анализа  $\gamma_5$  - аномалии.

В §2 проведено сравнение результатов вычисления формфактора  $F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q^2)$  методом КХД правил сумм и стандартными методами пертурбативной КХД. В асимптотической ( $Q^2 \rightarrow \infty$ ) области результаты двух подходов полностью совпадают. Сравнение результатов в пред-асимптотической области позволило определить численное значение матричного элемента

$$\langle 0 | \bar{u} \gamma^\sigma \tilde{G}_{\alpha\sigma} u | \pi^0 \rangle = 2i \int_\pi P_\alpha x$$

$$x \approx 0,3 \Gamma_3 B^2.$$

Кроме того, при анализе процесса  $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$  методом КХД правил сумм формфактор  $F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q^2)$  был вычислен еще одним способом: с помощью операторного разложения произведение двух электромагнитных токов сводилось к локальным операторам и вычислялись корреляторы этих операторов с аксиальным током, т.е. задача сводилась к вычислению двухточечных корреляторов.

В главе IV в рамках гипотезы о локальной кварк-адронной дуальности вычисляются электромагнитные формфакторы нуклонов  $G_{E,N}^{p(n)}(t)$  при  $2 \leq t \leq 15$  ГэВ<sup>2</sup>.

В §1 и §2 рассматривается возможность использования локальной дуальности для нахождения формфакторов  $G_{E,N}^N(t)$  и обсуждается связь между локальной кварк-адронной дуальностью и видом мягкой волновой функции нуклона.

В §3 вычисляется двойная спектральная плотность, определяемая коррелятором электромагнитного и двух спинорных (с квантовыми числами нуклонов) токов. Получены теоретические выражения для электромагнитных формфакторов нуклонов

$$4 M_N^2 G_E^p(t) + t G_N^p(t) = \frac{4 M_N^2 + t}{(2\pi)^4 \lambda_N^2} \int_0^{s_0} ds_1 \int_0^{s_0} ds_2 t \left(1 - \frac{\sigma}{z}\right)^2.$$

$$\left\{ \frac{2e_u + e_d}{16} \frac{t}{z} \left(1 + \frac{\sigma}{z}\right)^2 + \frac{e_u + e_d}{12} \left(2 + \frac{\sigma}{z}\right) \right\}$$

$$G_N^p(t) = \frac{e_u}{(2\pi)^4 \lambda_N^2} \int_0^{s_0} ds_1 \int_0^{s_0} ds_2 \frac{t}{4} \left(1 - \frac{\sigma}{z}\right)^2 \left(2 + \frac{\sigma}{z}\right),$$

где  $\sigma = s_1 + s_2 + t$ ,  $z = \sqrt{\sigma^2 - 4s_1s_2}$ ,  $\lambda_N^2 = \frac{S_0^3}{12(2\pi)^4}$ .

Для значения параметра  $S_0 = 2,3$  ГэВ<sup>2</sup> производится численная об-

работка результатов и приводятся теоретические предсказания для  $G_{E,N}^N(t)$ .

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

В приложениях А и Б на примере формфактора пиона вычисляются степенные поправки, связанные с глюонным и кварковым конденсатом соответственно. Приводится ряд формул, полезных при вычислении степенных поправок в рамках метода КХД правил сумм. В приложении В приведены правила сумм для некоторых двухточечных корреляторов, появляющихся при анализе  $F_{\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q^2)$ . В приложении Г предлагается метод вычисления двойной спектральной плотности вершинной функции на примере  $G_{E,N}^N(t)$ .

Основные результаты, полученные в диссертации:

1. Метод КХД правил сумм распространен на упругие формфакторы адронов, требующие анализа трехточечных корреляционных функций.
2. Вычислены первые члены операторного разложения и проведен анализ для коррелятора  $T_{\mu\nu}(P_1, P_2)$  двух аксиальных и одного векторного тока в симметричной кинематике  $|P_1^2| \sim |P_2^2| \sim |(P_1 - P_2)^2|$ , что позволило рассчитать методом КХД правил сумм поведение электромагнитного формфактора пиона в области умеренных передач импульса  $0,6 \leq t \leq 4$  ГэВ<sup>2</sup> ( $t = -(P_1 - P_2)^2$ ).
3. Сформулирована гипотеза локальной кварк-адронной дуальности для трехточечных корреляционных функций и на примере расчета формфактора пиона сделана попытка ее обоснования в рамках метода КХД правил сумм.
4. Проведен анализ операторного разложения для трехточечной корреляционной функции  $T_{\mu\nu}(P_1, P_2)$  в несимметричной кинематике  $|P_1 - P_2|^2 \ll |P_1^2| \sim |P_2^2|$ . Рассчитано поведение формфактора пиона в области малых передач  $0 \leq t \leq 0,6$  ГэВ<sup>2</sup>. Вычислен среднеквадратичный электромагнитный радиус пиона  $\sqrt{\langle r_\pi^2 \rangle} = 0,66 \pm 0,03$  фм (этот результат хорошо согласуется с экспериментальным значением.) Показано, что в пограничной точке  $t = 0,6$  ГэВ<sup>2</sup> результаты расчета  $F_\pi(t)$ , основанные на ПС для двух кинематик, согласуются друг с другом и с экспериментальными данными в пределах требуемой точности  $\sim 10 - 20\%$ .
5. На примере процесса  $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$  проведен сравнительный анализ двух наиболее популярных в квантовой хромодинамике методов: метода КХД правил сумм и пертурбативной КХД. Результаты анализа показывают, что эти методы хорошо согласуются и дополняют друг друга. В асимптотической области результаты двух подходов практически совпадают.

6. Найдена двойная спектральная плотность для коррелятора двух трехкварковых и электромагнитного токов. На основе гипотезы о локальной кварк-адронной дуальности вычислены электромагнитные формфакторы нуклонов (протона и нейтрона) при  $2 \leq t \leq 15 \text{ ГэВ}^2$ . Обнаружено, что расчет по локальной дуальности в области  $t \sim 4 \div 15 \text{ ГэВ}^2$  дает для отношения  $G_M^p / G_M^n$  значение, (-2), близкое к экспериментально наблюдаемому и отличающееся от значения (-3/2), диктуемого "масштабным законом":  $G_M^p(t) / G_M^n(t) = G_M^p(0) / G_M^n(0)$ .

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Формфактор пиона и квантово-хромодинамические правила сумм. - Письма в ЖЭТФ, 1982, т. 35, в. 9, с. 395 - 397.
2. Nesterenko V.A., Radyushkin A.V. Sum rules and pion form factor in QCD. (Правила сумм и формфактор пиона в КХД). - Phys. Lett. B, 1982, v. 115, No. 5, p. 410-414.
3. Nesterenko V.A., Radyushkin A.V. Sum rules and pion form factor in QCD. (Правила сумм и формфактор пиона в КХД.) - In: 21-st International Conference on High Energy Physics, Paris, July 26-31, 1982, C3, p. 242-245.
4. Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Сравнительный анализ методов КХД правил сумм и пертурбативной КХД для процесса  $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$ . - ЯФ, 1983, т. 38, в. 2, с. 476-483.
5. Nesterenko V.A., Radyushkin A.V. Local Quark-Hadron Duality and Nucleon Form Factor in QCD. (Локальная кварк-адронная дуальность, формфакторы нуклонов в КХД.) - Phys. Lett. B, 1983, v. 128, No. 6, p. 439-444.
6. Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Кварк-адронная дуальность и формфакторы нуклонов в КХД. - ЯФ, 1984, т. 39, в. 5, с. 1287-1296.
7. Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Анализ поведения формфактора пиона при малых  $Q^2$  методом КХД правил сумм. - Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 39, в. 12, с. 576-579.

Рукопись поступила в издательский отдел  
19 октября 1984 года.