ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-84-123

УДК 530.145

НИКОЛАЕВ
Сергей Николаевич

ВЫСШИЕ СТЕПЕННЫЕ ПОПРАВКИ ДЛЯ КВАНТОВО-ХРОМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРАВИЛ СУММ

Специальность: 01.04.02 –. теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук

Дубна 1984

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник А.В.РАДЮШКИН

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
профессор
В.И.ЗАХАРОВ

кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник
К.Г.ЧЕТЫРКИН

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Физический институт АН СССР им. П.Н.Лебедева, Москва

Автореферат разослан "___"______________1984 г.

Защита диссертации состоится "___"______________1984 г. на заседании Специализированного совета КО 47.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
В.И.ЖУРАВЛЕВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. В настоящее время общепризнанным кандидатом на роль теории сильных взаимодействий является квантовая хромодинамика (КХД). Открытие явления асимптотической свободы (Д.Гросс, Ф.Вилчек, Д.Политцер), заключающегося в том, что эффективная константа связи α_s в квантовой хромодинамике убывает с уменьшением расстояния (или увеличением характерных импульсов), дало возможность использовать теорию возмущений (ТВ) для описания адронных процессов с большой передачей импульса (жестких процессов). Характерной особенностью расчетов в КХД является необходимость факторизации (разделения) вкладов больших и малых расстояний в физические амплитуды. Вклад больших расстояний при этом параметризуется феноменологически матричными элементами операторов, для определения которых в рамках КХД необходимо развить методы, отличные от теории возмущений. Коэффициентные функции, определяемые динамикой малых расстояний, рассчитываются по стандартной ТВ в виде ряда по α_s. В этом направлении развиты высокоэффективные методы вычислений многопетлевых (высших по α_s) поправок (А.А.Владимиров, К.Г.Четыркин, Д.И.Казаков), проведен анализ факторизации для ряда жестких процессов (А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин, Д.Политцер и др.). Наряду с пертурбативным подходом в последнее время интенсивно развивается новое направление, позволившее дать описание низкоэнергетических характеристик адронов: метод квантово-хромодинамических правил сумм (В.И.Захаров, А.И.Вайнштейн, М.А.Шифман). Основной особенностью этого направления является полуфеноменологический учет специфических для КХД вакуумных флуктуаций, не описываемых стандартной теорией возмущений (непертурбативных эффектов). Широко известным примером непертурбативных конфигураций являются инстантоны (А.А.Белавин, А.М.Поляков, А.С.Шварц, Р.С.Тюпкин). Вычисление амплитуд производится в глубокоэвклидовой области, где к ряду теории возмущений по α_s добавляется непертурбативный вклад. Последний имеет вид степенного ряда, каждый член которого характеризуется размерностью соответствующих матричных элементов. Определенная таким образом амплитуда связывается дисперсионным соотношением с наблюдаемыми характеристиками адронного спектра. Учет первых степенных поправок позволил получить ряд существенных результатов. Удалось, в частности, предсказать массу η_c, описать классические векторные мезоны $\rho, \omega, \varphi, J/\psi$, P-уровни чармония, Δ-изобару, рассчитать формфактор пиона.

В этих условиях приобрел актуальность вопрос об исследовании структуры степенного ряда, характера его сходимости, надежности фитирования экспериментальных данных первыми членами ряда. Эта задача не могла быть решена без явного вычисления высших степенных поправок. Однако в рамках существовавших расчетных методов такое вычисление сталкивалось со значительными трудностями. В связи с этим появилась необходимость в разработке эффективных методов расчета коэффициентных функций при высших (по размерности) непертурбативных матричных элементах. Кроме того, существующие модели структуры вакуума КХД дают существенно различающиеся оценки для величины матричных элементов операторов, характеризующих детали непертурбативных флуктуаций. Таким образом, учет высших поправок дает тест на имеющиеся модели вакуумной структуры.

<u>Целью работы</u> является разработка метода расчета степенных поправок, пригодного для реализации в рамках существующих систем аналитических вычислений на ЭВМ, применение его для определения коэффициентных функций при высших матричных элементах локальных операторов в правилах сумм для чармония, анализ структуры полученных разложений, сравнение оценок матричных элементов, полученных в рамках существующих моделей с экспериментальными данными.

<u>Научная новизна</u>. В диссертации развит метод учета непертурбативных эффектов, позволяющий проводить расчеты в калибровочно-инвариантном виде, с эффективным использованием существующих программ аналитических вычислений на ЭВМ.

Получены аналитические выражения для поляризационного оператора $\Pi(q)$ с учетом $O(G^3)$ и $O(G^4)$ членов в случаях векторного, скалярного, аксиально-векторного и псевдоскалярного токов тяжелых кварков. Произведен анализ КХД правил сумм для чармония с учетом высших членов степенного ряда. Обсуждаются предсказания ряда моделей непертурбативных вакуумных флуктуаций.

<u>Практическая ценность работы</u>. Найденные аналитические выражения для $O(G^2)$–$O(G^4)$ членов разложения поляризационных операторов в степенной ряд могут быть использованы:

а) для критической проверки приближенных методов вычисления членов операторных разложений, таких как нерелятивистское приближение, чистая глюодинамика (т.е. пренебрежение кварковыми конденсатами), вычисления в инстантонных полях и т.д.;

б) для изучения структуры степенного ряда в целом, характера его сходимости;

в) для получения динамической информации о реальном вакууме КХД;

г) для описания характеристик тяжелых мезонов с квантовыми числами $J^{PC} = 0^{++}, 0^{-+}, 1^{--}, 1^{++}$.

Кроме того, результаты могут быть использованы для получения соответствующих разложений для систем, содержащих легкие кварки, они дают также возможность проверки результатов для систем, состоящих из тяжелых кварков разных типов.

Развитый расчетный метод может применяться и для вычисления степенных поправок к широкому классу амплитуд петлевого и древесного типов.

<u>Публикации</u>. По материалам диссертации опубликовано 5 работ.

<u>Апробация работы</u>. Результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на семинарах ЛТФ ОИЯИ, теоретическом семинаре ИТЭФ, сессиях ОЯФ АН СССР (1981–1982 гг.).

<u>Объем работы</u>. Диссертация состоит из введения, 3 глав, 2 приложений и заключения. Текст диссертации изложен на 103 страницах, содержит 7 рисунков и 7 таблиц. Список литературы включает 92 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во <u>введении</u> обсуждается актуальность вопросов, рассмотренных в диссертации, кратко излагается содержание работы и полученные результаты. Приводится обзор литературы, посвященной рассмотренным в диссертации вопросам.

В <u>главе I</u> излагается метод расчета степенных поправок, основанный на специальном представлении кваркового пропагатора во внешнем поле:

$$S^c(x,y,A) = \hat{E}(x,z_0,A)\,\Delta^c(x,y;z_0,G,\mathcal{D}G\ldots)\,\hat{E}(z_0,y;A),$$

где z_0 – некоторая фиксированная точка пространства, а $\hat{E}(x,z_0;A)$ – упорядоченная экспонента, соответствующая прямолинейному пути

$$\hat{E}(x,z_0;A) = P\exp\left[ig(x^\mu - z_0^\mu)\int_0^1 dt\, \hat{A}_\mu(z_0 + t(x-z_0))\right].$$

Зависимость от векторного потенциала A_μ внешнего поля при этом выделяется в виде экспоненциальных множителей. Для калибровочно-инвариантных амплитуд, каковыми являются корреляторы КХД, эти множители сокращаются, а конечный результат выражается, таким образом, только через тензор $G_{\mu\nu}$ и его ковариантные производные $\mathcal{D}\ldots\mathcal{D}G$. В § 5 рассматривается связь метода с техникой, основанной на использовании калибровки Фока-Швингера

$$(x^\mu - z_0^\mu)A_\mu(x) = 0$$

для вакуумного поля, приводящей к аналогичным схемам расчетов. Затем обсуждается алгоритм вычислений однопетлевых вкладов в коэффициентные функции степенного ряда, позволяющий проводить расчеты с использованием программ аналитических вычислений, например $SCHOONSCHIP$, на ЭВМ.

В <u>главе II</u> рассмотрена структура степенных поправок к поляризационному оператору для тяжелых кварков $(c, b \ldots)$

$$\Pi^{\Gamma}(q) = i \int d^4x \, e^{iqx} \, \mathrm{Tr} \left\{ \Gamma_1 S^c(x, y; z_0, G, \mathcal{D}G \ldots) \Gamma_2 S^c(y, x; z_0, G, \mathcal{D}G \ldots) \right\}.$$

В § I приводится модифицированное диаграммное разложение для рассматриваемой амплитуды $\Pi^{\Gamma}(q)$ с точностью до вкладов порядка G^3 и G^4 по внешнему полю. Во втором и третьем параграфах рассмотрена параметризация тензорных структур матричных элементов составных операторов через вакуумные средние (ВС) локальных бесспиновых операторов, процедура редукции ВС к десяти базисным элементам:

$$\langle g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} \rangle, \ \langle g^3 f^{abc} G^a_{\mu\nu} G^b_{\nu\lambda} G^c_{\lambda\mu} \rangle, \ \langle g^4 j^a_\mu j^a_\mu \rangle,$$

$$\langle g^4 (f^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\alpha\beta})^2 \rangle, \ \langle (g^2 f^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\nu\alpha})^2 \rangle,$$

$$\langle (g^2 d^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\alpha\beta})^2 + \tfrac{2}{3} (g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\alpha\beta})^2 \rangle, \ \langle (g^2 d^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\nu\alpha})^2 + \tfrac{2}{3} (g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\nu\alpha})^2 \rangle,$$

$$\langle g^5 f^{abc} G^a_{\mu\nu} j^b_\mu j^c_\nu \rangle, \ \langle g^4 j^a_\mu D^a_\alpha D^a_\alpha j_\mu \rangle, \ \langle g^3 f^{abc} G^a_{\mu\nu} D_\alpha G^b_{\mu\nu} j^c_\alpha \rangle,$$

где j^a_μ – цветной ток легких кварков, появляющийся в результате применения уравнений движения:

$$\mathcal{D}_\nu G^a_{\mu\nu} = g j^a_\mu = g \sum_{\psi = u,d,s} \bar{\psi} \gamma_\mu \tau^a \psi.$$

Выбор базиса и преимущества его различных вариантов рассмотрены в §4. В пятом параграфе представлены аналитические выражения для поляризационных операторов, включающие степенные поправки, параметризованные базисными вакуумными средними размерности 4, 6 и 8 для случаев скалярного, псевдоскалярного, векторного и аксиально-векторного токов тяжелых кварков. Окончательные результаты представлены в однозначном интегральном представлении с явно выделенными массовыми сингулярностями степенного и логарифмического типов. Точные формулы в столь высоких порядках по внешнему полю для корреляторов токов с массивными кварками практически невозможно получить без использования ЭВМ. Промежуточные результаты вычислений, например, вклады отдельных диаграмм, зависящие от калибровочного параметра z_0, приводить в тексте, как это обычно делается, явно нецелесообразно, поскольку даже окончательные результаты, хотя и имеют довольно простую структуру, но занимают значительный объем. В подобной ситуации важно иметь проверки правильности полученных результатов. В § 6 обсуждаются такие проверки, основанные на: требовании калибровочной инвариантности; применении преобразований Фирца; сравнении с результатом для $\Pi^S(Q^2=0)$, следующим из выражения для эффективного лагранжиана, полученного ранее операторным методом. В качестве проверки могут быть использованы также вычисления некоторых коэффициентов методом собственного времени и предельные переходы к корреляционным функциям других типов токов.

В главе III проведён анализ квантово-хромодинамических правил сумм для чармония с учетом $O(G^3)$ и $O(G^4)$ степенных поправок.

В §I кратко обсуждается общий формализм, приводится схема и основные формулы для вычисления моментов, определяемых как

$$\mathcal{M}^{\Gamma}_n = \frac{1}{n!} \left(-\frac{d}{dQ^2} \right)^n \mathcal{P}^{\Gamma}(Q^2),$$

где $\Pi^{\Gamma}(q) = T^{\Gamma} \mathcal{P}^{\Gamma}(Q^2)$, T^{Γ} – тензорная структура поляризационного оператора. Во втором параграфе даны явные выражения для моментов при $Q^2=0$ в векторном, скалярном, псевдоскалярном и аксиально-векторном каналах. Для случая векторного тока ($J^{PC}=1^{--}$) получен следующий результат:

$$\mathcal{M}^V_n = \frac{3(n+1)(n-1)!}{4\pi^2 (2n+3)!! (2m_c^2)^n} \Big\{ 1 + a^V_n \alpha_s - \frac{(n+3)!}{(n-1)!(2n+5)} \frac{\langle g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} \rangle}{144 \, m_c^4} +$$

$$+ \frac{(n+4)!(3n^2+8n-5)}{(n-1)!(2n+5)(2n+7)} \frac{\langle g^3 f^{abc} G^a_{\mu\nu} G^b_{\nu\alpha} G^c_{\alpha\mu} \rangle}{12960 \, m_c^6} - \frac{(n+2)!(n+4)(3n^3+47n^2+244n+405)}{(n-1)!(2n+5)(2n+7)} \frac{\langle g^4 j^a_\mu j^a_\mu \rangle}{9720 \, m_c^6} +$$

$$+ \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{(2n+5)(2n+7)(2n+9) \, 5184 \, m_c^8} \times$$

$$\times \Big[\left(\tfrac{1}{4} n^5 + \tfrac{29}{8} n^4 + \tfrac{38}{3} n^3 - \tfrac{811}{24} n^2 - \tfrac{1075}{4} n - 396 \right) \langle (g^2 d^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\alpha\beta})^2 + \tfrac{2}{3} (g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu})^2 \rangle$$

$$+ \left(-\tfrac{1}{224} n^6 + \tfrac{671}{3360} n^5 + \tfrac{2203}{672} n^4 + \tfrac{7891}{480} n^3 + \tfrac{3011}{105} n^2 - \tfrac{257}{56} n - 42 \right) \langle (g^2 f^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\alpha\beta})^2 \rangle +$$

$$+ \left(\tfrac{1}{2} n^5 + \tfrac{217}{20} n^4 + \tfrac{1643}{15} n^3 + \tfrac{35209}{60} n^2 + \tfrac{15703}{10} n + 1638 \right) \langle (g^2 d^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\nu\alpha})^2 + \tfrac{2}{3} (g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\nu\alpha})^2 \rangle -$$

$$- \left(\tfrac{5}{112} n^6 + \tfrac{1181}{1680} n^5 + \tfrac{4649}{1680} n^4 + \tfrac{157}{48} n^3 + \tfrac{6919}{140} n^2 + \tfrac{44211}{140} n + 510 \right) \langle (g^2 f^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\nu\alpha})^2 \rangle +$$

$$+ \left(\tfrac{3}{40} n^6 + \tfrac{9}{8} n^5 + \tfrac{53}{40} n^4 - \tfrac{3049}{40} n^3 - \tfrac{3107}{5} n^2 - \tfrac{19509}{10} n - 2232 \right) \langle g^5 f^{abc} G^a_{\mu\nu} j^b_\mu j^c_\nu \rangle -$$

$$- \left(\tfrac{3}{70} n^6 + \tfrac{289}{210} n^5 + \tfrac{533}{35} n^4 + \tfrac{1171}{15} n^3 + \tfrac{6686}{35} n^2 + \tfrac{6344}{35} n \right) \langle g^3 f^{abc} G^a_{\mu\nu} (D_\alpha G_{\mu\nu})^b j^c_\alpha \rangle +$$

$$+ \left(\tfrac{9}{280} n^6 + \tfrac{247}{280} n^5 + \tfrac{1937}{168} n^4 + \tfrac{10801}{120} n^3 + \tfrac{8797}{21} n^2 + \tfrac{14709}{14} n + 1080 \right) \langle g^4 j^a_\mu (D_\alpha D_\alpha j_\mu)^a \rangle \Big] \Big\},$$

где a^V_n – известные коэффициенты, характеризующие величину двухпетлевой поправки теории возмущений.

В §3 обсуждается нерелятивистская асимптотика моментов, определяемая оператором $g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu}$ в $O(G^2)$ вкладе, линейной комбинацией опера-

торов $$3g^3 f^{abc} G^a_{\mu\nu} G^b_{\nu\lambda} G^c_{\lambda\mu} - 4g^4 j^a_\mu j^a_\mu$$
в $O(G^3)$ вкладе и комбинацией
$$5\left(g^2 f^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\alpha\beta}\right)^2 + 50\left(g^2 f^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\nu\alpha}\right)^2 - 84\, g^5 f^{abc} G^a_{\mu\nu} j^b_\mu j^c_\nu +$$
$$+ 48 g^3 f^{abc} G^a_{\mu\nu} (D_\alpha G_{\mu\nu})^b j^c_\alpha - 36 g^4 j^a_\mu (D_\alpha D_\alpha j_\mu)^a$$
в $O(G^4)$ вкладе. Выясняется, что нерелятивистское приближение работает только в области очень больших значений n ($n > 50$ для чармония). В области умеренных n ($n < 10$), существенной для анализа, основной вклад в моменты $O(G^4)$ порядка, как следует из точных формул, дают операторы
$$\left(g^2 d^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\alpha\beta}\right)^2 + \frac{2}{3}\left(g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\alpha\beta}\right)^2 \quad \text{и} \quad \left(g^2 d^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\nu\alpha}\right)^2 + \frac{2}{3}\left(g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\nu\alpha}\right)^2.$$

В § 4 обсуждается структура степенных разложений моментов и их отношений $r_n = \mathcal{M}_n / \mathcal{M}_{n-1}$, используемых в анализе адронного спектра методом КХД правил сумм.

В §5 проводится обработка экспериментальных данных, обсуждаются методы определения масс низших резонансов (m_{V_0}), основанные на том, что
$$r_n = \mathcal{M}_n / \mathcal{M}_{n-1} \Big|_{n\to\infty} \longrightarrow r_{n_{\text{асимпт}}} = m_{V_0}^{-2}.$$
Практически выход отношения $r_{n\,\text{эксп}}$ на асимптотическое значение, определяемое массой низшего резонанса, наступает довольно быстро, при 6÷10. Поэтому для успешных предсказаний достаточно рассчитать $r_{n\,\text{теор}}$ в области $n < 10$, где вклад высших членов степенного ряда должен быть мал.

В §6 даны оценки базисных вакуумных средних в ряде инстантонных моделей вакуумных флуктуаций и с использованием гипотезы вакуумной доминантности для матричных элементов размерности 8. Результаты сравнения $r_{n\,\text{теор}}$ в системе приведённых оценок с $r_{n\,\text{эксп}}$, известным для векторного канала с высокой точностью, могут являться тестом моделей КХД вакуума.

В §7 проводится анализ векторного (V) и псевдоскалярного каналов в правилах сумм. Для значения $n = 6$ основной вклад в r^V_6 имеет вид
$$r^V_6 = 0{,}1225\left(1 - 0{,}40\alpha_s - 0{,}46\frac{\langle g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu}\rangle}{m_c^4} + 3{,}26\frac{\langle (g^2 d^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\nu\alpha})^2 + \frac{2}{3}(g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\nu\alpha})\rangle}{m_c^8}\right.$$
$$\left. + \ldots\right) = 0{,}1225\left(1 - 0{,}08 - 0{,}09 + \{0{,}03;\ 0{,}12;\ 0{,}60\} + \ldots\right),$$
где в фигурных скобках приведены значения лидирующей $O(G^4)$ поправки, оценённые: I) по гипотезе вакуумной доминантности; 2) модели инстантонного газа с учетом дипольного взаимодействия; 3) модели инстантонной жидкости. Вклады остальных операторов $O(G^4)$ порядка и $O(G^3)$ по-

правка значительно меньше и существенно не меняют результата. Значительная положительная величина $O(G^4)$ поправки указывает на необходимость увеличить значение глюонного конденсата $\langle g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu}\rangle$ в 1,5÷2 раза и остро ставит вопрос о безмодельном вычислении вакуумных средних, например, методами теории поля на решётке.

В заключении сформулированы основные результаты, представленные в диссертации.

В приложения вынесены некоторые формулы цветовой алгебры и формулы перехода к базисным матричным элементам локальных бесспиновых операторов размерности 8.

Основные результаты, полученные в диссертации:

I. Развит ковариантный метод расчета непертурбативных степенных поправок, допускающий реализацию аналитических вычислений на ЭВМ.

2. Исследована структура вакуумных средних глюонных операторов размерности 8, найден базис матричных элементов.

3. Получены явные выражения для поляризационных операторов с учетом $O(G^3)$ и $O(G^4)$ степенных поправок для случаев скалярного, псевдоскалярного, векторного и аксиально-векторного токов тяжелых кварков.

4. Произведен анализ КХД правил сумм для чармония с учетом высших поправок, выяснено, что в рамках существующих моделей вакуумных флуктуаций нерелятивистское приближение работает лишь для очень больших значений ($n > 50$ для чармония).

5. Для векторного и псевдоскалярного каналов установлено, что в имеющихся инстантонных моделях КХД-вакуума учет $O(G^4)$-поправок радикально меняет вид теоретической кривой для отношения моментов в области, где доминирует вклад низшего состояния.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

I. S.N.Nikolaev, A.V.Radyushkin. A method for computing higher gluonic power corrections to QCD charmonium sum rules. (Метод расчёта высших глюонных степенных поправок к квантово-хромодинамическим правилам сумм для чармония.) – Physics Letters B, 1982, v. 110, N 6, p. 476-480.

2. S.N.Nikolaev, A.V.Radyushkin. Vacuum corrections to QCD charmonium sum rules: Basic formalism and $O(G^3)$ results. (Вакуумные поправки к КХД правилам сумм для чармония: Основы метода и $O(G^3)$ результаты.) – Nuclear Physics B, 1983, v. 213, p. 285-304.

3. С.Н.Николаев, А.В.Радюшкин. Степенные поправки в КХД правилах сумм для чармония. – Письма в ЖЭТФ, 1983, т. 37, в. 9, с. 443-446.

4. S.N.Nikolaev, A.V.Radyushkin. QCD charmonium sum rules up to $O(G^4)$ order. (Квантово-хромодинамические правила сумм для чармония с учетом $O(G^4)$ вкладов.)- Physics Letters B, 1983, v. 124, N 3,4, p. 243-246.
5. С.Н.Николаев, А.В.Радюшкин. Вакуумные поправки к КХД правилам сумм для чармония. - Ядерная физика, 1984, т. 39, в. I, с. I47--I62.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 февраля I984 года.