ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-83-87

АВДЕЕВ
Леонид Викторович

СУПЕРСИММЕТРИЧНАЯ РАЗМЕРНАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Специальность: 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1983

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединённого института ядерных исследований.

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук — А.А. ВЛАДИМИРОВ

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник — И.В. ТЮТИН

кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник — К.Г. ЧЕТЫРКИН

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Математический институт АН СССР им. В.А. Стеклова.

Автореферат разослан " " ____________ 1983 года.

Защита диссертации состоится " " ____________ 1983 года на заседании Специализированного совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединённого института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Учёный секретарь Совета
кандидат физико-математических наук — В.И. ЖУРАВЛЁВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Проблема инвариантной регуляризации в квантовополевой теории возмущений имеет большое теоретическое и практическое значение. Дело в том, что форма и свойства возникающих в теории контрчленов существенно зависят от способа вспомогательной регуляризации. Так, неудачный способ регуляризации может потребовать введения контрчленов, не обладающих свойством инвариантности относительно преобразований симметрии исходного лагранжиана. Это значительно затрудняет доказательство существования такого способа перенормировки, который бы обеспечивал симметрию теории на квантовом уровне. Необходимость использования неинвариантных контрчленов делает весьма громоздкими и трудоемкими и практические расчеты. Всё это заставляет искать способы регуляризации, удобные, с одной стороны, для выяснения существенных свойств теории, например, для доказательства инвариантной перенормируемости, а с другой стороны, для непосредственного выполнения вычислений и получения конкретных результатов.

В случае неабелевых калибровочных теорий Янга-Миллса проблему инвариантной регуляризации удалось решить двумя путями: были созданы регуляризация с помощью высших ковариантных производных и размерная регуляризация. Первый метод включает два независимых этапа. Введение высших ковариантных производных регуляризует все расходимости, кроме однопетлевых, для устранения которых используется добавочная регуляризация типа Паули-Вилларса. Поэтому в целом схема является весьма громоздкой, но тем не менее удобной для разного рода общих доказательств, где важно лишь существование инвариантного регуляризованного действия. Размерная регуляризация, основанная на аналитическом продолжении по размерности пространства, наоборот, удобна в первую очередь с точки зрения вычисления конкретных фейнмановских диаграмм, где она оказалась практически вне конкуренции. С другой стороны, размерно-регуляризованные диаграммы автоматически удовлетворяют формально выведенным тождествам Уорда. Поэтому размерная регуляризация является инвариантной по отношению к любой симметрии, которая не включает зависимости от размерности пространства.

Современное развитие теории выдвинуло на одно из важных мест модели квантовой теории поля, обладающие суперсимметрией. Эта фундаментальная симметрия между бозонами и фермионами обещает большие перспективы в объединении взаимодействий. Кроме того, в суперсимметричных моделях наблюдается значительное сокращение ультрафиолетовых расходимостей, так что они имеют шанс оправдать давнюю надежду на создание единой теории поля, которая была бы конечной. Таким образом, реальные вычисления, обнаруживающие факты сокращения расходимостей, приобретают большую актуальность. Однако, имея дело с суперсимметричными теориями, нужно следить, чтобы суперсимметрия не разрушалась в результате использования неинвариантной регуляризации. Потребность в суперсимметричной регуляризации возникает и в чисто теоретическом плане, в частности, для обоснования формальных доказательств инвариантной перенормируемости и сокращения ультрафиолетовых расходимостей в суперсимметричных теориях Янга-Миллса. Успехи размерной регуляризации в неабелевых калибровочных теориях и стремление сохранить простоту расчетов подсказывают, что разумно было бы строить суперинвариантную схему на базе размерной регуляризации. Именно на этом пути возникла суперсимметричная размерная регуляризация Зигеля (регуляризация посредством размерной редукции). Однако вскоре после ее создания появились указания на то, что эта схема является логически несогласованной, содержит внутренние противоречия.

Цель работы состоит в том, чтобы точно определить статус суперсимметричной размерной регуляризации и применить ее к вычислению ренормгрупповых функций в суперкалибровочных теориях.

Научная новизна и практическая ценность

В диссертации установлена причина противоречивости регуляризационной схемы Зигеля. Показано, как построить последовательный (самосогласованный) вариант регуляризации посредством размерной редукции в терминах компонентных полей. В этой формулировке для теорий Янга-Миллса с $N = 1,2,4$ суперсимметрией (получаемых размерной редукцией из пространств размерности $D = 4,6,10$ соответственно) можно осуществлять вычисления единым образом, получая результат в виде функции параметра D. В рамках этого подхода в диссертации впервые получены трехпетлевые выражения для аномальных размерностей и ренормгрупповой бета-функции $N = 1,2,4$ суперсимметричных янг-миллсовских моделей.

Результаты расчетов демонстрируют сокращение расходящихся вкладов в ренормировку заряда моделей с $N=2$ (кроме однопетлевого вклада) и $N=4$ расширенной суперсимметрией.

В последовательной версии регуляризации теоретически определена область выполнения суперсимметричных тождеств Уорда, одно из которых проверялось ранее в литературе на однопетлевом уровне. В приближении трех петель обнаружен явный пример нарушения регуляризацией суперсимметрии - неодинаковая ренормировка зарядов калибровочного и юкавского взаимодействий. Этот пример устанавливает границу области применимости схемы размерной редукции в суперсимметричных калибровочных моделях.

Для простейшей суперсимметричной теории - модели Весса-Зумино - сформулирована последовательная версия регуляризации в терминах суперполей. Она позволяет установить, до каких пор в этой модели можно доверять противоречивой схеме Зигеля. Тем самым оправдывается использование этой схемы в практических вычислениях включая четырехпетлевые.

Окончательный вывод диссертации состоит в следующем: в целом регуляризация посредством размерной редукции не дает решения проблемы суперсимметричной регуляризации, хотя надежность выполненных с ее помощью расчетов в нескольких первых порядках теории возмущений может быть строго обоснована.

Для защиты выдвигаются следующие основные результаты, полученные в диссертации:

1. Дана непротиворечивая формулировка регуляризации суперсимметричных калибровочных моделей в терминах компонентных полей. Цена ликвидации противоречий, присущих суперполевому подходу, - потеря суперинвариантности в высших порядках теории возмущений.

2. Регуляризация применена к трехпетлевым вычислениям бета-функций $N = 1,2,4$ суперсимметричных теорий Янга-Миллса. В $N=2$ и $N=4$ моделях обнаружено существенное сокращение ультрафиолетовых расходимостей.

3. Найден явный пример неинвариантности регуляризации - нарушение суперсимметрии на трехпетлевом уровне. В свете этого результата определена область применимости рассматриваемой регуляризационной схемы в суперкалибровочных теориях.

4. Для модели Весса-Зумино построена непротиворечивая суперполевая версия размерной регуляризации. Установлена область ее инвариантности. В этой области обоснована также применимость противоречивых вариантов схемы.

Апробация диссертации

Основные результаты диссертации докладывались на сессии Отделения ядерной физики АН СССР (1981), обсуждались на семинарах в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, в Физическом институте АН СССР им. П.Н. Лебедева, в Математическом институте АН СССР им. В.А. Стеклова, в Институте ядерных исследований АН СССР, а также докладывались на Всесоюзном совещании по высокоэнергетическим процессам в квантовой хромодинамике (Новороссийск, 1982).

Публикации

По материалам диссертации опубликовано шесть статей.

Объем работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и трех приложений. Она содержит 122 страницы машинописного текста. Библиографический список включает 105 ссылок.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении рассмотрена история проблемы инвариантной регуляризации в квантовой теории поля. Подчеркиваются преимущества размерной регуляризации и ставится вопрос о суперсимметричной размерной регуляризации. Кратко изложено содержание диссертационной работы.

В главе 1 рассматриваются основные понятия суперсимметрии, которые нужны для дальнейшего изложения. В суперполевом и компонентном формализме рассмотрены простейшая скалярная суперсимметричная теория – модель Весса-Зумино (§ 1), а также калибровочные теории с $N=1$ суперсимметрией (§ 2). Обращается внимание на уменьшение числа ультрафиолетовых расходимостей в суперсимметричных моделях. В § 3 изложен метод размерной редукции, который позволяет сформулировать в терминах компонентных полей теории Янга-Миллса с расширенной суперсимметрией. Кратко обсуждаются известные в настоящее время аргументы для обоснования радикального сокращения расходимостей в $N = 4$ теории.

В главе 2 формулируются основные положения предложенной Зигелем суперсимметричной размерной регуляризации методом размерной редукции. В § 1 рассмотрены соображения, которые привели к построению этой схемы, и на примере $N=4$ модели Янга-Миллса показано, в чем она состоит: выполняется редукция из $D=10$ в $d=4-2\varepsilon$ измерений. В этой модели на двухпетлевом уровне проводится сравнение схемы размерной редукции со стандартной размерной регуляризацией, демонстрирующее инвариантность первой и неинвариантность последней. В § 2 выясняются причины противоречивости суперсимметричной регуляризации Зигеля. Сначала обсуждается ее использование для анализа вопроса о суперконформных аномалиях, где уже проявляется дефектность этой схемы. Далее показано, почему редукция из целого числа измерений $D=4,6,10$ в нецелое $d=4-2\varepsilon$ противоречива: конечномерное пространство не может иметь бесконечномерного подпространства. Формальное нецеломерное пространство следует трактовать как бесконечномерное, поскольку в нем антисимметризация по любому числу индексов не дает тождественного нуля:

$$g^n_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{n!}\, g_{\mu_1}^{[\nu_1} \ldots g_{\mu_n}^{\nu_n]} \neq 0,$$

так как при нецелом d не равна нулю свертка

$$g^n_{\mu\mu} = \binom{d}{n} \equiv \frac{1}{n!}\,(d-n+1)(d-n+2)\ldots(d-1)d.$$

Это значит, что нельзя ограничиться никаким конечным числом независимых значений лоренцевых индексов. Последовательная версия регуляризации (§ 3) вместо конечномерного пространства размерности D использует символическое квази-D-мерное (QD) пространство, которое (как и d-мерное) на самом деле бесконечномерно, хотя $G_{\mu\mu} = D$. Эта версия применяется к трехпетлевым вычислениям бета-функций $N = 1,2,4$ суперсимметричных моделей по вершине калибровочного взаимодействия. Результат расчетов, выполненных в схеме минимальных вычитаний 'т Хоофта,

$$\beta_G(h) = \frac{1}{2}(D-10)\left[\mathcal{C}h^2 - (D-6)\mathcal{C}^2h^3 + \frac{7}{4}(D-6)^2\mathcal{C}^3h^4\right] + \mathcal{O}(h^5), \qquad (*)$$

обнаруживает при $D = 6, 10$ (для $N = 2,4$ теорий) нетривиальное сокращение ультрафиолетовых расходимостей.

Глава 3 посвящена выяснению области инвариантности последовательной версии регуляризации суперкалибровочных моделей. В § 1 получены оценки числа петель в диаграммах, до которого суперсимметричные тождества Уорда в калибровке Весса-Зумино остаются заведомо справедливыми. Эти оценки основаны на рассмотрении вкладов в тождества Уорда от вариации действия при суперпреобразованиях:

$$\delta \mathcal{S} = \int dx\; g\, f^{abc}\left(\bar{\Xi}\Gamma_\lambda\Lambda^a - \bar{\Lambda}^a\Gamma_\lambda\Xi\right)\bar{\Lambda}^b\Gamma_\lambda\Lambda^c,$$

которая в QD-пространстве не равна нулю. Неравенство нулю этой вариации означает нарушение для регуляризованных гамма-матриц тождеств Фирца, имеющих место в целомерном пространстве. Статус преобразований Фирца в размерной регуляризации рассмотрен в § 2. Наконец, в § 3 найден явный пример нарушения суперсимметрии. Трехпетлевая бета-функция, определенная по вершине юкавского взаимодействия,

$$\beta_Y(h) = \frac{1}{2}(D-10)\left[\mathcal{C}h^2-(D-6)\mathcal{C}^2h^3\right]+\left\{\left(\frac{1}{8}D^3-\frac{13}{2}D^2+66D-207\right)\mathcal{C}^3+ \right.$$
$$\left. +2(D-10)(D-4)\left[D-3-12\left(D-\frac{15}{2}\right)\zeta(3)\right]\mathcal{F}\right\}h^4+\mathcal{O}(h^5),$$

не совпадает с полученным во второй главе результатом (✱) для калибровочной константы связи. Это несовпадение означает неинвариантность регуляризации.

В главе 4 исследуется суперсимметричная размерная регуляризация модели Весса-Зумино. Формулируется непротиворечивая суперполевая версия регуляризации и определяется область ее суперинвариантности (§ I). Основная идея - переход к квазидвумерному пространству θ - переменных, в котором оказываются невозможными сдвиги переменных θ -интегрирования. Область инвариантности определяется путем сравнения результатов последовательной версии с тем, что получилось бы при использовании соотношений для обычного четырехмерного пространства с двухкомпонентными θ -переменными, как предписывает рецепт Зигеля. Таким образом, в области инвариантности последовательной версии противоречивые варианты дают те же результаты, значит, там эти варианты являются надежными (§ 2). В § 3 рассматривается предложенная П.Б. Медведевым модификация размерной регуляризации модели, где удается избежать дополнительности "суперсимметрия - самосогласованность", характерной для проанализированных в диссертации формулировок регуляризации посредством размерной редукции. К сожалению, эта модификация не допускает обобщения на калибровочные теории.

В главе 5 обсуждаются возможности суперсимметричной размерной регуляризации вне области инвариантности ее непротиворечивых версий. Анализируется область однозначности результатов вычислений в противоречивых вариантах схемы (§ I) и обосновывается надежность трехпетлевых расчетов (✱) в суперсимметричных теориях Янга-Миллса (§ 2).

Заключение содержит формулировку основных результатов, полученных в диссертации, и краткое рассмотрение перспектив использования регуляризации методом размерной редукции.

В приложения вынесены система обозначений и некоторые технические вопросы.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

I. Avdeev L.V., Tarasov O.V., Vladimirov A.A. Vanishing of the three-loop charge renormalization function in a supersymmetric gauge theory (Зануление трехпетлевой функции ренормировки заряда в суперсимметричной калибровочной теории). Phys. Lett., 1980 , ser. B, v.96, No. I/2, pp.94-96.

2. Avdeev L.V., Chochia G.A., Vladimirov A.A. On the scope of supersymmetric dimensional regularization (Область применимости суперсимметричной размерной регуляризации). Phys. Lett., I98I , ser. B, v. 105, No.4, pp. 272-274.

3. Avdeev L.V., Tarasov O.V. The three-loop beta-function in the N = I,2,4 supersymmetric Yang-Mills theories (Трехпетлевая бета-функция для N = I,2,4 суперсимметричных теорий Янга-Миллса). Phys. Lett., 1982 , ser. B, v. II2, No. 4/5, pp. 356-358.

4. Avdeev L.V. Noninvariance of regalarization by dimensional reduction: An explicit example of supersymmetry breaking (Неинвариантность регуляризации посредством размерной редукции: явный пример нарушения суперсимметрии). Phys.Lett., 1982 , ser. B, v. II7, No. 5, pp. 3I7-320.

5. Avdeev L.V., Kamenshchik A.Yu. Dimensional regularization of supergraphs (Размерная регуляризация суперполевых диаграмм). Препринт ОИЯИ, Е2-82-680, Дубна, 1982.

6. Авдеев Л.В., Владимиров А.А. Размерная регуляризация и суперсимметрия. Препринт ОИЯИ, Р2-82-872, Дубна, 1982 .

Рукопись поступила в издательский отдел
II февраля 1983 года.