ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-83-82

ЭКСНЕР
Павел

# НЕСТАБИЛЬНЫЕ КВАНТОВЫЕ СИСТЕМЫ И ИНТЕГРАЛЫ ФЕЙНМАНА

Специальность: 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1983

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований:

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
профессор Б.М. Барбашов

доктор физико-математических наук
профессор А.Н. Васильев

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Математический институт АН СССР им. В.А. Стеклова, Москва

Автореферат разослан "   " _____ 1983 г.

Защита состоится "   " _____ 1983 г. на заседании специализированного совета К 047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г.Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета В.И.Журавлев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы: Важность полного теоретического понимания необратимых процессов обусловлена тем, что с ними встречаемся в огромном количестве случаев во всех областях физики; достаточно напомнить процессы достижения термодинамического равновесия, взаимодействия микрообъектов с макроскопическим измерительным прибором, или спонтанные распады некоторых микрообъектов. Что касается последнего из названных случаев, мы знаем, что подавляющее большинство элементарных частиц и атомных ядер может тем или другим образом распадаться. Чаще всего для описания временного развития нестабильных систем применяется метод, идея которого заложена Вайскопфом и Вигнером /I/ в теорию затухания излучения возбужденного атома: предполагается, что пропагатор нестабильной системы образует операторную полугруппу, и ее генератор вычисляется при помощи нестационарной теории возмущений. Этот метод применяется на практике очень успешно, однако с ним связаны некоторые трудности (см. /2–8/; более подробное обсуждение и библиографию можно найти в работе [XIУ]), среди которых наиболее заметен тот факт, что полугрупповое описание временного развития противоречит физически естественному требованию полуограниченности полной энергии. Следующий отсюда приблизительный характер полугруппового описания не вносит, по-видимому, экспериментально наблюдаемого эффекта в законы распада /3,I0–I5/, [XIУ]). С другой стороны, впредь нельзя не исключить, что эта приблизительность скажется в других аспектах описания нестабильной системы, например, в обратной задаче распада /3,4/.

Если пользоваться полугрупповым пропагатором, часто удобно характеризовать данную полугруппу ее генератором; по сути дела такое положение встречается во всех случаях, когда рассматриваемая система описывается уравнением Шредингера с феноменологическим несамосопряженным гамильтонианом – достаточно напомнить, например, многочисленные применения оптических потенциалов в ядерной физике /I6–I8/. Несмотря на это, до сих пор не рассмотрены на строгом уровне вопросы о том, при каких условиях можно такое описание внедрить в стандартный квантовотеоретический формализм, и какова связь между феноменологическим гамильтонианом и оператором полной энергии системы. Этой проблеме уделялось в математической физике много меньше внимания, чем родственной проблеме свойств динамических полугрупп /9,19,20/, применяемых в квантовой статистической физике.

Вторая основная тема диссертации – интегралы Фейнмана – не нуждается в особых рекомендациях. Свыше тридцати лет они являются мощным и плодотворным эвристическим средством для квантовой механики, квантовой теории поля и смежных областей. С другой стороны, хорошо известно, что "интеграл" Фейнмана не допускает интерпретации в рамках теории меры /21/; до сих пор не удалось построить для него математически корректную и в то же время в достаточной степени общую теорию (см. /22-25/ для математических вопросов и /26-29/ – для физических применений, а также более полную библиографию в работе [XIУ]).

Основные цели работы:

(а) Рассмотреть полугрупповое приближение для описания нестабильных систем: найти условия для его применения и внедрения в стандартный формализм квантовой теории; выяснить связь между генератором такой полугруппы (псевдогамильтонианом) и оператором полной энергии системы.

(б) Рассмотреть некоторые строгие подходы к определению интегралов Фейнмана и провести их сравнение; вывести разные математические свойства этих "интегралов".

(в) Пользуясь этими результатами, доказать формулу Фейнмана-Камерона-Ито, выражающую оператор временной эволюции при помощи интегралов по путям, для широкого класса систем, описываемых псевдогамильтонианами шредингеровского типа с локальными комплексными потенциалами.

На защиту выносятся следующие основные результаты:

1. Формулировка приближения ограниченной энергии и вывод его основных свойств.

2. Обоснование и формулировка теории квантовомеханических псевдогамильтонианов, вывод разных необходимых и достаточных условий принадлежности оператора Шредингера с локальным комплексным потенциалом к множеству псевдогамильтонианов; установление связи между псевдогамильтонианом и соответствующим ему оператором полной энергии.

3. Оценка разницы между точной и оптической матрицами рассеяния в случае, когда последняя соответствует псевдогамильтониану с нелокальным оптическим потенциалом Фешбаха.



4. Формулировка теории отображений Фейнмана на алгебре функций, являющихся преобразованиями Фурье конечных комплексных мер на пространстве путей и их расширений, основанных на приближениях ломаными путями.

5. Определение и вывод свойств равномерного интеграла Фейнмана-Нельсона.

6. Вывод формулы Фейнмана-Камерона-Ито в рамках рассмотренных определений фейнмановского интеграла для широкого класса комплексных потенциалов, удовлетворяющих условию диссипативности.

7. Вывод в явном виде пропагатора многомерного затухающего гармонического осциллятора, описываемого комплексным квадратичным потенциалом, и свойств этого решения.

8. Вывод некоторых свойств квантовомеханической системы, подвергающейся континуальному наблюдению.

Научная новизна работы: Приближение ограниченной энергии (1) и теория псевдогамильтонианов (2) рассмотрены на строгом уровне впервые, хотя эвристические рассуждения такого рода встречаются уже давно. Оценка разницы между матрицами рассеяния (3) представляет собой обобщение результата Дэйвиса /30/ на физически интересный случай. Теория отображений Фейнмана (4) обобщает результаты Албеверио и Хэк-Крона /22,23/ и Трумена /31/. Определение и рассмотрение равномерного интеграла Фейнмана-Нельсона (5) базируется на "равномерном" обобщении теоремы Фариса /32/.

Формула Фейнмана-Камерона-Ито (6) в рассматриваемом здесь смысле выведена впервые; в литературе существует несколько формально близких результатов /21,33-35/, однако им не придавалось физического значения. Впервые получено также выражение пропагатора затухающего осциллятора (7); его незатухающий предел дает новый естественный путь вывода масловской поправки. Наконец, полученные утверждения для случая континуального наблюдения представляют собой обобщение результатов Мизры и Сударшана /36/, Ахаронова и Варди /37/.

Научная и практическая ценность работы: Результаты работы позволяют лучше понять природу полугруппового приближения, условия его применимости и его связь с описанием нестабильных систем при помощи уравнения Шредингера с феноменологическим несамосопряженным гамильтонианом, поэтому ими можно пользоваться во всех случаях, где такое описание на практике встречается. Работа также вносит конкретный вклад в изучение математической структуры и свойств интегралов Фейнмана, и их применения для решения эволюционных уравнений.

Апробация работы: Основу диссертации составляют научные работы, выполненные автором в течение 1978-1981 г. в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ. Их результаты докладывались:

- на семинарах в ЛТФ ОИЯИ,
- на семинарах в других учреждениях (механико-математический факультет МГУ, ИТФ, Киев, ЦЯФ Карлова университета, Прага),
- на конференциях и совещаниях в СССР (Алушта), ЧССР (Прага, Бехине) и ГДР (Лейпциг).

Публикации. Результаты работы заключаются в десяти научных работах [I-X], опубликованных или принятых для публикации в международных журналах (Czech.J.Phys.B., Int.J.Theor.Phys., J.Math.Phys., Lett.Math.Phys., Phys.Lett. A., Rep.Math.Phys.) и в виде сообщений ОИЯИ. По материалу диссертации также публикуется несколько докладов в трудах названных выше конференций [XI-XIII] и обзорная работа в ЭЧАЯ [XIY].

Объем работы. Диссертация состоит из десяти глав, предметного указателя и библиографии, напечатанных на 146 страницах. Список литературы насчитывает 133 названия помимо работ [I-XIY].

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая и вторая главы носят вступительный характер. В разделах 1.1, 1.2 приведен краткий список некоторых основных результатов и проблем, касающихся нестабильных квантовых систем, и соответственно интегралов Фейнмана. В заключении первой главы сформулированы цели работы и план изложения. Вторая глава посвящена обзору свойств временного развития нестабильных систем, который придерживается в основном работ /3-8,11-19, [XIY] /. Сначала введены основные понятия и отмечен факт нулевой начальной скорости распада для состояний с конечной энергией /7/. В разделе 2.2 сформулирована обратная задача распада /3,4/, приведен основной критерий для существования и единственности решения, а также необходимые и достаточные условия для полуограниченности полного гамильтониана /8/. Раздел 2.3 содержит краткую сводку результатов, касающихся случая, когда нестабильная система подвергается повторным изменениям или даже континуальному наблюдению /11-15,36/.

Собственное изложение результатов диссертации начинается с третьей главы, в которой рассматривается приближение ограниченной энергии. В его основе лежит понятие состояния с ограниченной энергией: это всякое состояние $\rho$, для которого носитель меры $\mu_\rho(\cdot) = \mathrm{Tr}(\rho E_H(\cdot))$ содержится в некотором отрезке $\Delta_b = (-b,b)$,



причем $E_H(\cdot)$ – спектральная мера полного гамильтониана H. Множество $B(H)$ всех состояний с ограниченной энергией плотно в множестве всех состояний: для всякого $\rho$ существует семейство $\{\rho_b\} \subset B(H)$, скажем, $\rho_b = n_b E^b \rho E^b$, где $E^b \equiv E_H(\Delta_b)$ и $n_b$ – нормировочный фактор, с тем свойством [I], что $\lim\limits_{b\to\infty} \mathrm{Tr}\,|\rho - \rho_b| = 0$.

Нестабильная система (НС) характеризуется своим гильбертовым пространством состояний $\mathcal{H}_u$, которое является подпространством в гильбертовом пространстве состояний $\mathcal{H}$ изолированной системы, состоящей из данной НС и ее продуктов распада, $\mathcal{H}_u = E_u\mathcal{H}$. Редуцированный оператор эволюции (РОЭ) и соответственно закон распада состояния $\rho$ определяются соотношениями $V(t) = E_u \exp(-iHt) \upharpoonright \mathcal{H}_u$ и $P_\rho(t) = \mathrm{Tr}\{V(t)^+ V(t)\rho\}$. Для состояний $\rho \in B(H)$ можно усилить упомянутый выше результат о начальной скорости распада: можно доказать [I], что $P_\rho(\cdot)$ в таком случае является сужением на $\mathbb{R}_+$ целой функции.

Введем приближающее пространство состояний $\mathcal{H}_u^b = \overline{E^b \mathcal{H}_u} = (\mathrm{Ran}\, E^b E_u)^\perp$ и приближающий РОЭ $V_b(t) = E_u^b \exp(-iHt) \upharpoonright \mathcal{H}_u^b$; физически это соответствует пополнению подготовки состояния НС "да-нет экспериментом", описанным проектором $E^b$. Имеют место следующие утверждения [I]: если $\operatorname*{s-lim}\limits_{b\to\infty} E_u^b = E_u$ (этот вопрос в общем остается открытым), то $\operatorname*{s-lim}\limits_{b\to\infty} V_b(t) = V(t)$ и $\lim\limits_{b\to\infty} P_{\rho_b}(t) = P_\rho(t)$ для всех $t \in \mathbb{R}$, $\mathrm{Ran}\,\rho \subset \mathcal{H}_u$. Кроме того, если $\operatorname*{u-lim}\limits_{b\to\infty} E_u^b = E_u$ (что верно для $\dim \mathcal{H}_u < \infty$, но в общем неверно для бесконечномерного $\mathcal{H}_u$), то $\operatorname*{u-lim}\limits_{b\to\infty} V_b(t) = V(t)$, и предельное соотношение для законов распада выполняется равномерно по $t$. Наконец, если тройка $\{\mathcal{H}, \exp(-iHt), E_u\}$ представляет собой решение обратной задачи распада для данного $V(\cdot)$, то решение, соответствующее $V_b(\cdot)$, равно $\{E^b\mathcal{H}, \exp(-iE^bHt), E_u^b\}$. Главный смысл этих утверждений состоит в том, что они (вместе с результатами работ /3,10-15/ и других) дают более глубокое теоретическое обоснование для использования "нефизического" полугруппового приближения.

Четвертая глава посвящена рассмотрению псевдогамильтонианов: это понятие означает (замкнутый, плотно определенный) оператор на пространстве Гильберта $\mathcal{H}_p$ такой, что $iH_p$ порождает непрерывную сжимающую полугруппу. Основной критерий принадлежности оператора классу псевдогамильтонианов вытекает из теоремы Хилле-Иосида. Решением обратной задачи распада для полугруппы $\{\exp(-iH_p t) : t \geqslant 0\}$ мы получим квазигамильтониан $H$, который в духе предыдущей главы приближает полный гамильтониан рассматриваемой системы (более подробно об этом в разделе 4.1 диссертации), но не должен быть полуограниченным. Пользуясь дальше формулой Стоуна, мы получаем [П] выражение спектральной меры оператора $H$ через резольвенту от $H_p$ :

$$(\varphi, E_H([\alpha,\beta])\psi)+(\varphi,E_H((\alpha,\beta))\psi) = \frac{2}{\pi} \lim_{\varepsilon\to 0+} \int_\alpha^\beta (\varphi, \mathrm{Im}(H_p-s-i\varepsilon)^{-1}\psi)\, ds$$

для всех $\varphi,\psi\in\mathcal{H}_p$ и любых вещественных $\alpha<\beta$ ; отсюда вытекают простые следствия [П] для собственных векторов оператора $H_p$ .

Особое внимание в этой главе уделено операторам Шредингера $H_p = -\frac{1}{2}\Delta + v(x)$ в $L^2(\mathbb{R}^d)$ , у которых потенциал $v$ – почти регулярная комплексная борелевская функция, удовлетворяющая условию диссипативности, $\mathrm{Im}\, v(x)\le 0$ для почти всех $x\in\mathbb{R}^d$ . Это условие необходимо для принадлежности $H_p$ классу псевдогамильтонианов; оно в то же время достаточно, если $H_p$ – J-самосопряженный оператор /38/, где $J$ – оператор комплексного сопряжения. В разделе 4.2 выведено также несколько других достаточных условий [П] :

- оператор $H_r = -\frac{1}{2}\Delta + \mathrm{Re}\, v(x)$ самосопряжен в существенном и оператор умножения на $\mathrm{Im}\, v(x)$ $H_r$-ограничен с относительной гранью меньше единицы;
- в частности, $H_r$ самосопряжен в существенном и $\mathrm{Im}\, v\in L^\infty(\mathbb{R}^d)$ ;
- $v\in L^2(\mathbb{R}^d)+L^\infty(\mathbb{R}^d)$ в случае $d\le 3$ ;

все они вытекают из леммы Като-Реллиха для полугрупп.

В пятой главе рассмотрено оптическое приближение для двухканальных систем , для которых гильбертово пространство состояний выражается в виде ортогональной суммы $\mathcal{H}=\mathcal{H}_0\oplus\mathcal{H}_1$ , $\mathcal{H}_1 = P_1\mathcal{H}$ , и гамильтониан равен $H=H_0+h_1+\lambda v$; взаимодействие $v$ предполагаем ограниченным. Если $H_0$ – свободный гамильтониан нулевого канала, тогда соответствующая часть матрицы рассеяния равна $S_{00} = \text{s-}\lim_{t\to\infty} P_0 e^{iH_0t}e^{-2iHt}e^{iH_0t}P_0$ . Обсуждается матрица рассеяния в оптическом приближении, $S_{opt} = \text{s-}\lim_{t\to\infty} \exp(iH_0t)\exp(-2iH_{opt}t)\exp(iH_0t)$, причем псевдогамильтониан $H_{opt}$ равен $H_0+V_{opt}$ для оптического потенциала Фешбаха /I6,I8/

$$V_{opt}(E) = \lambda v_{00} - \lambda^2 \lim_{\varepsilon\to 0+} v_{01}(h_1-E-i\varepsilon)^{-1}v_{10}$$

(в разделе 5.I приведен вывод этого потенциала [Ш]в рамках временизависимого подхода).

Такое оптическое приближение рассмотрено Дейвисом /30/ в предположениях $P_0vP_0=0$ и $E=0$ , при этом использовалась прежде всего теория гладких возмущений Като /39/ . В разделе 5.2 найдена



оценка [Ш] величины $\|S_{00}\psi - S_{opt}\psi\|$ , представляющая собой технически непростое обобщение результата Дейвиса для случая, когда названные предположения не имеют места. При этом важно, что физическая интерпретация /30/ результата сохраняется, как показано в разделе 5.3.

Шестая глава посвящена отображениям Фейнмана . Изложение начинается с (вещественного сепарабельного) гильбертова пространства путей $\mathcal{H}$ ; множество "интегрируемых функций" $\mathcal{F}(\mathcal{H})$ содержит все $f:\mathcal{H}\to\mathbb{C}$ , которые являются преобразованием Фурье некоторой комплексной борелевой меры на $\mathcal{H}$ , $f(\gamma)=\int_{\mathcal{H}}\exp(i(\gamma,\gamma'))\,d\mu_f(\gamma')$ . Множество $\mathcal{F}(\mathcal{H})$ можно естественным образом оснастить структурой алгебры Банаха с нормой $\|f\|_0 := |\mu_f|(\mathcal{H})$. Для любого $s\in\mathbb{C}_F \equiv \{\rho e^{i\varphi} : \rho>0,\ \pi<\varphi<2\pi\}$ определяем $I_s:\mathcal{F}(\mathcal{H})\to\mathbb{C}$ соотношением

$$I_s(f) = \int_{\mathcal{H}} \exp\left(-\frac{is}{2}\|\gamma\|^2\right) d\mu_f(\gamma) \quad .$$

В частности, $I_1(.)$ представляет собой интеграл Фейнмана по определению Албеверио и Хэк-Крона /22,23/ .

В разделе 6.2 выведен ряд свойств отображений $I_s$ , например, [У]:

- $I_s(.)$ является ограниченным линейным нормированным функционалом на $\mathcal{F}(\mathcal{H})$ . Для любого $f$ функция $s\mapsto I_s(f)$ аналитическая в открытой нижней полуплоскости и непрерывна в $\mathbb{C}_F$ ,
- если $f$ – цилиндрическая функция с базисом в $P\mathcal{H}$ и интегрируема (по мере Лебега $m$ ) в $P\mathcal{H}$ , то
$$I_s(f) = (2\pi i s)^{-\frac{1}{2}\dim P\mathcal{H}} \int_{P\mathcal{H}} \exp\left(\frac{i}{2s}\|P\gamma\|^2\right) f(P\gamma)\, dm(P\gamma) \quad ,$$
- если $\{E_n\}_{n=1}^\infty$ – последовательность проекторов, $\text{s-}\lim_{n\to\infty} E_n = I$ и $f\in\mathcal{F}(\mathcal{H})$ , то $\lim_{n\to\infty} I_s(f\circ E_n) = I_s(f)$ ,
- выведены формулы преобразования при "замене интеграционной переменной".

С другой стороны, в разделе 6.3 приведены иллюстрации того, что отображения $I_s(.)$ не представляют собой интегралы. В частности, построен простой пример, показывающий, что для $I_1(.)$ не имеет места аналог теоремы о мажорируемой сходимости (даже в случае, когда последовательность сходится равномерно).

В седьмой главе рассматриваются разные <u>секвенциальные методы.</u> В разделе 7.I обсуждена связь между стандартным пространством $AC_0[[0,t];\mathbb{R}^d]$ абсолютно непрерывных путей $\gamma: [0,t] \to \mathbb{R}^d$ с квадратично интегрируемыми производными, удовлетворяющих $\gamma(t)=0$ , с нормой $\|\gamma\|^2 := \int_0^t |\dot\gamma(\tau)|^2 d\tau$ и гильбертовым пространством путей, которое определил Трумен /40/ при помощи тригонометрических рядов; доказано, что эти пространства совпадают [IУ]. Дальше рассмотрены свойства <u>приближений ломаными путями</u>, соответствующими разным разбиениям $\sigma = \{\tau_j : 0=\tau_0<\tau_1<\ldots<\tau_n=t\}$ отрезка времени $[0,t]$ . Любому такому $\sigma$ и непрерывному пути $\gamma$ ставится в соответствие ломаный (кусочно-линейный) путь $P(\sigma)\gamma$ . Оператор $P(\sigma)$ на $\mathcal{H}=AC_0[[0,t];\mathbb{R}^d]$ является проектором для каждого $\sigma$ , в разделе 7.2 также доказано [УП], что $\operatorname{s-lim}_{\delta(\sigma)\to 0} P(\sigma) = I$ , где $\delta(\sigma) = \max_{0\le j\le n-1} (\tau_{j+1}-\tau_j)$. Пользуясь этим, мы можем определить <u>равномерно расширенные отображения Фейнмана</u> соотношением

$$I_s^u(f) = \lim_{\delta(\sigma)\to 0} I_s(f \circ P(\sigma)) \quad ,$$

если все "цилиндрические проекции" $f \circ P(\sigma)$ принадлежат $\mathcal{F}(\mathcal{H})$ и предел существует, и доказать консистентность этого расширения [УП]. Установлено также соответствие между $I_{-1}^u(.)$ и интегралом Винера.

Альтернативный подход к определению фейнмановских интегралов, впервые сформулированный Нельсоном /4I/, базируется на использовании формулы Ли-Тротера и разных ее обобщений; среди них наиболее общий результат до сих пор представляет работа Фариса /32/ . В разделе 7.4 приведено обобщение результата Фариса на случай, когда предел по последовательности регулярных ("эквидистантных") разбиений данного отрезка времени заменен "равномерным" пределом. На основе этих рассуждений можно естественно формулировать определение <u>равномерного интеграла Фейнмана-Нельсона</u> $I^{ufn}(.)$ для "подынтегральных функций" типа

$$f_{v,\varphi,x,t}(\gamma) = \exp\left\{-i \int_0^t v(\gamma(\tau)+x)\, d\tau \right\} \varphi(\gamma(0)+x)$$

и вывести некоторые достаточные условия для его существования [УШ].

Разумеется, что этим далеко не исчерпаны возможные модификации применения секвенциальных методов в теории интеграла Фейнмана. Поэтому в разделе 7.5 диссертации приведено сравнение важнейших среди них.



<u>Восьмая глава</u> посвящена выражению временного развития неизолированных систем, описываемых псевдогамильтонианами шредингеровского типа при помощи фейнмановских интегралов, которое дается <u>формулой Фейнмана-Камерона-Ито</u>

$$(\exp(-iHt)\varphi)(x) = I(f_{v,\varphi,x,t}) ,$$

где $H = -\frac{1}{2}\Delta + v(x)$ и $v$ - локальный комплексный потенциал, удовлетворяющий условию диссипативности. В случае, когда потенциал $v$ зависит также от времени, левую сторону следует заменить решением соответствующего уравнения типа уравнения Шредингера. Приведены доказательства этой формулы для нескольких случаев [УI, УП] :

- $v \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^d)$ и $I$ - интеграл Фейнмана в смысле работ /20,40/ и шестой главы,
- $v$ - ограниченный потенциал, который зависит (достаточно гладким образом) от времени и $I = I^{ufn}$ ,
- $v \in L^2(\mathbb{R}^d) + L^\infty(\mathbb{R}^d)$ для $d \le 3$ и $I = I^{ufn}$ ,

Далее приводится список ряда возможных обобщений и усилений этих результатов. В заключении главы обсуждаются другие известные применения фейнмановских интегралов для описания временного развития нестабильных систем.

Чтобы проиллюстрировать общие рассуждения предыдущих глав, <u>в главе девятой</u> рассматривается в качестве примера <u>многомерный затухающий гармонический осциллятор</u> , описываемый псевдогамильтонианом $H = -\frac{1}{2}\Delta + x.(A-iW)x$ на $L^2(\mathbb{R}^d)$ , в котором $A$ , $W$ представляют строго положительные $d \times d$ матрицы. Для доказательства того, что приведенный оператор с естественной областью определения является по-настоящему псевдогамильтонианом, использован прием, основанный на повторном применении леммы Като-Реллиха [IX]. Пропагатор затухающего осциллятора получен в разделе 9.2 вычислением фейнмановского интеграла на правой стороне ФКИ - формулы методом из раздела 7.4; его явный вид следующий [IX] :

$$(\exp(-iHt)\varphi)(x) = \int_{\mathbb{R}^d} G_t(x,y)\,\varphi(y)\, dy \quad , \quad t > 0 \quad ,$$

$$G_t(x,y) = (2\pi i)^{-d/2} \left[\det(\Omega^{-1}\sin\Omega t)\right]^{-1/2} \exp\left\{\frac{i}{2}\left[x.(\Omega\operatorname{ctg}\Omega t)x + y.(\Omega\operatorname{ctg}\Omega t)y\right] - i\,y.(\Omega\operatorname{cosec}\Omega t)x\right\} ,$$

где $\Omega = (2A-2iW)^{1/2}$ . Другие возможные способы вычисления рассматриваемого фейнмановского интеграла [VI] комментируются в разделе 9.3. Свойства приведенного выше решения обсуждены подробно в случае $d=1$ [IX]: рассмотрены незатухающий предел (который дает новый естественный путь вывода масловской поправки для незатухающего осциллятора) и классический предел, и найден точечный спектр псевдогамильтониана $H$ .

В заключительной <u>десятой главе</u> сначала приводятся рассуждения о системах, подвергающихся континуальному наблюдению [X], в которых обобщены результаты работ /36,37/ ; они показывают, что существуют математические объекты, способные в некотором смысле заменить несуществующую "меру Фейнмана".

Последние два раздела содержат сводку основных результатов и список некоторых открытых проблем.

<u>Результаты диссертации опубликованы в работах:</u>


I. P.Exner. Bounded energy approximation to an unstable quantum system, Rep.Math.Phys. 1980, v.17, 275-285.

II. J.Blank, P.Exner, M.Havlíček. Quantum-mechanical pseudo-Hamiltonians, Czech.J.Phys. B, 1979, v.29, 1325-1341.

III. P.Exner, I.Úlehla. On the optical approximation in two-channel systems, preprint JINR E2-81-605, принято в J.Math.Phys.

IV. P.Exner, G.I.Kolerov. On Hilbert spaces of paths, Czech.J.Phys. B, 1981, v.31, 470- 474.

V. P.Exner, G.I.Kolerov. Feynman maps without improper integrals, Czech.J.Phys. B, 1981, v.31, 1207-1224.

VI. P.Exner, G.I.Kolerov. Path-integral expression of dissipative dynamics, Phys.Lett. A, 1981, v.83, 203-206.

VII. P.Exner, G.I.Kolerov. Polygonal-path approximations on the path spaces of quantum-mechanical systems, Int.J.Theor.Phys. 1982, v.21, 397-417.

VIII. P.Exner, G.I.Kolerov. Uniform product formulae with application to the Feynman-Nelson integral for open systems, Lett. Math.Phys. 1982, v.6, 153-159.

IX. P.Exner. Complex-potential description of the damped harmonic oscillator, I. The propagator, II. The one-dimensional case, preprints JINR E2-81-608,609; принято в J.Math.Phys.





X. P.Exner. On the "Feynman paths", Lett.Math.Phys. 1982, v.6, 215-220.

XI. П.Экснер, Г.И.Колеров. Пропагатор затухающего квантовомеханического осциллятора (сообщение 01-05), Динамика неизолированных квантовомеханических систем и строгие интегралы Фейнмана (сообщение 01-06), Приближения ломаными путями в функциональных интегралах (сообщение 01-07), Труды 7-й конференции чехословацких физиков (Прага, 1981), т.I/1 .

XII. П.Экснер, Г.И.Колеров. Описание динамики незамкнутых систем при помощи строго определенных интегралов Фейнмана. Труды VI международного совещания по проблемам квантовой теории поля (Алушта, 1981), ОИЯИ Д2-81-543, Дубна, 1981, стр.149-152.

XIII. P.Exner. Complex potentials and rigorous Feynman integrals, Proceedings of the International Symposium "Selected topics in quantum field theory and mathematical physics" (Bechyně , 1981), Czech.J.Phys. B, 1982, v.32, 628-632.

XIV. П.Экснер. Нестабильные квантовые системы и интегралы Фейнмана, ЭЧАЯ, 1983,


<u>Цитируемая литература</u>


1. V.F.Weisskopf, E.P.Wigner, Zs.Phys. 1930, v.63, 54-73, v.65, 18-29.
2. Л.А.Халфин. ЖЭТФ, 1957, т.33, 1371-1382.
3. D.N.Williams, Comm.Math.Phys. 1971, v.21, 314-333.
4. L.P.Horwitz, J.A.Lavita, J.-P.Marchand, J.Math.Phys. 1971, v.12, 2537-2543.
5. K.B.Sinha. Helv.Phys.Acta 1972, v.45, 619-628.
6. M.Havlíček, P.Exner, Czech.J.Phys. B, 1973, v.23, 594-600.
7. P.Exner, Czech.J.Phys. B, 1976, v.26, 976-982.
8. P.Exner, Commun.Math.Phys. 1976, v.50, 1-10.
9. E.B.Davies. Quantum theory of open systems, Academic Press, New York, 1976.
10. P.T.Matthews, A.Salam, Phys.Rev. 1959, v.115, 1079-1084.
11. A.Degasperis, L.Fonda, G.C.Ghirardi, N.Cim. A, 1974, v.21, 471-484.
12. M.Demuth, Math.Nachr. 1976, v.73, 65-72.
13. P.Exner, Czech.J.Phys. B, 1977, v.27, 117-126, 233-246, 361-372.
14. J.Dolejší, P.Exner, Czech.J.Phys.B, 1977, v.27, 855-864.
15. L.Fonda, G.C.Ghirardi, A.Rimini, Rep.Progr.Phys. 1978, v.41,587-631.

16. H.Feshbach. Ann.Phys. 1958, v.5, 357–390; 1962, v.19, 287–313.
17. I.Úlehla, L.Gomolčák, Z.Pluhař. Optical model of the atomic nucleus, Czech.Acad.Sci.Publ., Prague, 1964.
18. J.R.Taylor. Scattering theory – the quantum theory of nonrelativistic collisions, Wiley, New York, 1972.
19. G.Lindblad, Commun.Math.Phys. 1976, v.48, 119–130.
20. V.Gorini et al. Rep.Math.Phys. 1978, v.13, 149–173.
21. R.H.Cameron, J.Math. and Phys. 1960, v.39, 120–140.
22. S.A.Albeverio, R.J.Hoegh-Krohn. Mathematical theory of Feynman path integrals, Lecture Notes Math. 523, Springer, Berlin, 1976.
23. S.A.Albeverio et al. eds. Feynman path integrals, Lecture Notes Phys. 106, Springer, Berlin, 1979.
24. C.DeWitt-Morette, A.Maheswari, B.Nelson. Phys.Rep. 1979, v.50, 255–372.
25. Ф.А.Березин. УФН, 1980, т.132, 497-548.
26. Д.И.Блохинцев, Б.М.Барбашов. УФН, 1972, т.106, 593-616.
27. В.Н.Попов. Континуальные интегралы в квантовой теории поля и квантовой статистике, Атомиздат, Москва, 1976.
28. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей, "Наука", Москва, 1973; гл. УП.
29. M.S.Marinov, Phys.Rep. 1980, v.60, 1–57.
30. E.B.Davies, Ann.Inst.H.Poincaré, A, 1978, v.29, 395–413.
31. A.Truman. J.Math.Phys. 1978, v.19, 1742–1750.
32. W.G.Faris. J.Funct.Anal. 1967, v.1, 93–108.
33. R.H.Cameron, J.d'Anal.Math. 1962-63, v.10, 287–361.
34. R.H.Cameron, D.A.Storvick, J.Math.Mech. 1968, v.18, 517–552.
35. G.W.Johnson, D.L.Skoug. J.Funct.Anal. 1973, v.12, 129–152.
36. B.Misra, E.C.G.Sudarshan. J.Math.Phys. 1977, v.18, 756–763.
37. Y.Aharonov, M.Vardi. Phys.Rev.D, 1980, v.21, 2235–2240.
38. И.М.Глазман. Прямые методы качественного спектрального анализа сингулярных дифференциальных операторов, Физматгиз, Москва, 1963.
39. T.Kato. Math.Annalen 1966, v.162, 258–279.
40. A.Truman, J.Math.Phys. 1976, v.17, 1852–1862.
41. E.Nelson. J.Math.Phys. 1964, v.5, 443–343.

Рукопись поступила в издательский отдел
II февраля 1983 года.