ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-83-224

ИСАЕВ
Алексей Петрович

ВОПРОСЫ КЛАССИЧЕСКОЙ И КВАНТОВОЙ ДИНАМИКИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУНЫ

Специальность: 01.04.02 – теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук

Дубна 1983

Работа выполнена в Отделе теоретической физики Института физики высоких энергий и в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
профессор
Б.А. Арбузов.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
профессор Б.М. Барбашов,
кандидат физико-математических наук
младший научный сотрудник
В.А. Рубаков.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва.

Автореферат разослан " " ________ 1983 года.
Защита диссертации состоится " " ________ 1983 года
на заседании Специализированного совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук В.И. Журавлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В диссертации рассматривается классическая и квантовая динамика систем релятивистских струн. Изучение динамики таких систем имеет большое значение, что связано в первую очередь с рассмотрением новой формулировки неабелевых калибровочных теорий в терминах струнных переменных. В пределе сильной связи (при малых передачах импульсов) такая формулировка калибровочных теорий (в частности, квантовой хромодинамики) является более адекватной картине физических явлений.

С другой стороны, известно, что модели релятивистских струн, таких,как струна Намбу-Гото, струна Неве-Шварца и струна Рамонда, представляют собой пространственно-временную основу для операторного формализма дуальных резонансных моделей, для которых разработана последовательная процедура вычислений дуальных амплитуд рассеяния адронов. Таким образом,изучение теорий релятивистских струн, как возможных эффективных теорий для квантовой хромодинамики, по-видимому, позволит построить корректную процедуру вычислений амплитуд рассеяния адронов в рамках КХД для процессов с малыми передачами импульсов.

Построение последовательной квантовой теории неабелевых калибровочных полей, переформулированной в терминах струнных переменных, потребует, однако, развития новых мощных методов исследования задач квантовой теории поля. Действительно, хорошо известно, что до сих пор не существует законченной квантовой теории даже для простейшей релятивистской струны – струны Намбу-Гото. Во многом такое положение дел связано также с недостаточно хорошо изученной классической динамикой релятивистской струны. Поэтому представляется весьма актуальным более глубокое исследование классической динамики релятивистской струны.

Отметим также, что исследование модели квантовой релятивистской струны в 4-мерном пространстве-времени представляет самостоятельный интерес, так как имеются надежды, что эта модель будет точно решаемой и будет приводить к нетривиальной S-матрице.

Цель работы. Целью настоящей работы являлось исследование функциональных уравнений, описывающих динамику неабелевых калибровочных полей в терминах струнных переменных, а также изучение некоторых вопросов классической и квантовой теории релятивистской струны Намбу-Гото.

Научная новизна. В работе впервые изучен ряд сингулярных обобщенных функций, возникающих при рассмотрении функциональных уравнений для контурных средних в неабелевых калибровочных теориях. Проведено вычисление вильсоновского среднего (для некоторого класса контуров) в двумерной неабелевой калибровочной теории суммированием всех порядков теории возмущений по константе связи g. Данный результат согласуется с результатом, полученным ранее* в решеточной версии двумерной неабелевой калибровочной теории.

Впервые найдено общее решение задачи Коши (в произвольной калибровке), определяющее динамику релятивистской струны Намбу-Гото. Сформулирован общий геометрический принцип построения интегралов движения замкнутой релятивистской струны. Впервые получены бесконечные совокупности таких интегралов движения. Методом коллективных координат Н.Н.Боголюбова доказана полнота построенных совокупностей интегралов движения.

Впервые найден явный вид ядра оператора эволюции замкнутой релятивистской струны по собственному времени. Построено новое интегральное представление для пропагатора замкнутой струны. Получено бесконечное число новых функциональных уравнений, определяющих структуру этого пропагатора и отражающих факт наличия в квантовой теории бесконечного числа законов сохранения. Получен спектр масс замкнутой релятивистской струны, стянутой в точку.

Практическая ценность. Результаты диссертации могут быть использованы:

а) для изучения неабелевых калибровочных теорий в терминах струнных переменных, в том числе для построения корректной процедуры вычислений (в рамках КХД) дуальных амплитуд рассеяния адронов;

б) для дальнейших исследований в классических и квантовых теориях релятивистских струн (например, в теории струны с фермионными степенями свободы);

в) при изучении некоторых теоретико-полевых моделей, классические уравнения которых имеют вихревые решения (типа вихрей Абрикосова в сверхпроводниках второго рода).

Апробация работы. Основные результаты диссертации неоднократно докладывались на научных семинарах ЛТФ ОИЯИ и ОТФ ИФВЭ, а также на сессии Отделения ядерной физики АН СССР в 1982 г.

---

* Оксак А.И. ТМФ, 1980, т.44, № 2, стр.172-188.

Публикации. Результаты опубликованы в пяти работах.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, трех приложений, заключения и списка литературы (63 наименования) и содержит 115 страниц машинописного текста и 3 рисунка.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обсуждается значение вопросов, рассмотренных в диссертационной работе, проведен обзор литературы и выполнен анализ состояния проблемы ко времени исследования. Кроме того, здесь содержится краткий обзор содержания диссертации.

Первая глава посвящена обсуждению формулировки неабелевых калибровочных теорий в терминах струнных переменных.

В § I рассматриваются функциональные уравнения для контурных средних

$$\langle \Psi(C) \rangle = \left\langle \frac{\mathrm{Tr}}{N} \Psi_t(C) \right\rangle = \left\langle \frac{\mathrm{Tr}}{N} P\exp\left[g \int_t^{t+2\pi} ds\, x'_\mu(s) A^\mu(x(s)) \right] \right\rangle. \quad (I)$$

Здесь $x'_\mu(s) = \frac{\partial}{\partial s} x_\mu(s)$; $A_\mu(x) = A^a_\mu T^a$ - калибровочное поле, а T^a - генераторы калибровочной группы; вектор-функция $x_\mu(s)$ определяет контур C в пространстве-времени; s - параметр, выбранный на контуре C, а t - точка отсчета параметра s; g - константа связи; символ P обозначает дайсоновское упорядочение вдоль пути C; скобки $\langle\ \rangle$ обозначают усреднение по полям $A^a_\mu(x)$.

Рассмотрение ведется для произвольной размерности n пространства-времени. Таким образом, все расходящиеся выражения являются размерно-регуляризованными.

Для того, чтобы получить функциональные уравнения, определяющие динамику калибровочных полей в терминах переменных (I), необходимо вычислить вторую вариационную производную $\frac{\delta^2 \langle \Psi(C) \rangle}{\delta x_\mu(s) \delta x^\mu(t)}$, которую естественно рассматривать как обобщенную функцию, заданную на классе основных функций $\varphi(s,t)$:

$$J = \int ds \int dt\, \frac{\delta^2 \langle \Psi(C) \rangle}{\delta x_\mu(s)\, \delta x^\mu(t)}\, \varphi(s,t). \quad (2)$$

Выражение (2) можно разложить в каждом порядке по константе связи g в ряд Лорана $J = \sum_{\alpha \le \beta} \frac{C_\alpha}{(n-4)^\alpha}$, причем коэффициенты C_α являются регулярными при $n \to 4$ функционалами, зависящими от формы контура C, и имеют красивую геометрическую интерпретацию.

В диссертации вычислены коэффициенты C_p для ряда обобщенных функций, содержащихся в выражении $\frac{\delta^2\langle\Psi(C)\rangle}{\delta x_\mu(s)\delta x^\mu(t)}$ в низшем порядке по константе связи g.

Приведем для примера один из результатов. Рассмотрим функционал $J=\iint ds_1 ds_2\,\delta^n(x(s_1)-x(s_2))\varphi(s_1,s_2)=\sum_\alpha C_\alpha\frac{1}{(n-4)^\alpha}$. Для гладких контуров без самопересечений $C_\alpha=0$, если $\alpha\geq 0$. Для гладкого контура с одним самопересечением $x_\mu(y_1)=x_\mu(y_2)$ ($y_1\neq y_2$) $C_\alpha=0$, если $\alpha>0$, а коэффициент C_0 равен

$$C_0=\frac{1}{\pi}\left(\frac{1}{4}\left(\nabla^i\partial_i-\frac{1}{4}R\right)+\frac{1}{16}\sum_\ell Sp\,\Omega^2_\ell\right)\frac{\varphi(s_1s_2)+\varphi(s_2s_1)}{\sqrt{\det\|g_{ij}\|}}\Bigg|_{\vec{s}=\vec{y}},\qquad(3)$$

где g_{ij} – метрический тензор, Ω^{ij}_ℓ – коэффициенты второй квадратичной формы, а R – скалярная кривизна гладкой поверхности $z_\mu(s_1,s_2)=x_\mu(s_1)-x_\mu(s_2)$.

Если $C_\alpha\neq 0$ при $\alpha>0$, то необходима дополнительная перенормировка соответствующей обобщенной функции.

Для того, чтобы связать полученное функциональное уравнение для контурных средних с уравнениями, описывающими динамику релятивистской струны, необходимо рассмотреть предел при $s\to t$ функционала $\frac{\delta^2\langle\Psi(C)\rangle}{\delta x_\mu(s)\delta x^\mu(t)}$. Из-за наличия в этом функционале сингулярных обобщенных функций такой предел приводит к расходящимся выражениям. Так, в низшем порядке по g имеем (для гладких контуров без самопересечений)

$$\lim_{s\to t}\frac{\delta^2\langle\Psi(C)\rangle}{\delta x_\mu(s)\delta x^\mu(t)}\sim\left[(1-n)(n-2)^2g^2C(R)\frac{x'^2(t)\Gamma(\frac{n}{2}-1)}{4N\varepsilon^n\pi^{n/2}}+O(g^3)\right]\langle\Psi(C)\rangle,\qquad(4)$$

где $\varepsilon=|x_\mu(s)-x_\mu(t)|$. Таким образом, функциональное уравнение для контурных средних, при попытке провести аналогию с динамическими уравнениями струны, также требует дополнительной перенормировки. Видно, однако, что при $n\to 2$ сингулярности по ε в низшем порядке теории возмущений в выражении (4) пропадают. Оказывается, что для двумерного пространства это не случайный результат.

В § 2 изучается калибровочная теория в двумерном пространстве-времени. Величина $\langle\Psi(C)\rangle$ для контуров без самоналожений точно вычисляется суммированием ряда теории возмущений. Полученный результат $\langle\Psi(C)\rangle=\exp\left(\frac{g^2C(R)}{2}|S|\right)$, где $|S|$ – площадь области, ограниченной контуром C, согласуется с вычислениями, проведенными други-

ми авторами в решеточной версии теории. В конце второго параграфа приведены функциональные уравнения для контурного среднего $\langle\Psi(C)\rangle$, которые можно вывести как используя явное выражение для функционала $\langle\Psi(C)\rangle$, так и распутывая хронологические спаривания в соответствующем функциональном уравнении из § I.

Вторая глава диссертации посвящена изучению классической динамики замкнутой струны Намбу–Гото в гамильтоновом подходе. Состояние струны в таком подходе определяется вектор-функцией $x_\mu(s,\tau)=x_\mu(s+2\pi,\tau)$, задающей (при фиксированном значении параметра τ) положение струны в D-мерном пространстве-времени, и вектор-функцией $p_\mu(s,\tau)=p_\mu(s+2\pi,\tau)$, задающей плотность энергии-импульса струны в точке s (s – параметр на струне, τ – параметр эволюции "время"). На канонические переменные $x_\mu(s,\tau)$ и $p_\mu(s,\tau)$ наложены связи:

$$\begin{aligned}\chi_0&=a^2_\mu(s,\tau)=(p_\mu+x'_\mu)^2=0,\\ \chi_1&=b^2_\mu(s,\tau)=(p_\mu-x'_\mu)^2=0.\end{aligned}\qquad(5)$$

Эти связи определяют всю динамику релятивистской струны (РС), так как гамильтониан есть просто линейная комбинация функций χ_0 и χ_1:

$$H(\tau)=\int ds\left(\frac{f(s,\tau)}{4}a^2(s,\tau)-\frac{g(s,\tau)}{4}b^2(s,\tau)\right).\qquad(6)$$

Функции $f(s,\tau)$ и $g(s,\tau)$ есть множители Лагранжа.

В § I получено общее решение задачи Коши, на основании которого можно определить состояние РС в любой последующий момент времени $\tau=t$, зная состояние РС в начальный момент времени $\tau=0$. Если вместо переменных $x_\mu(s,\tau)$ и $p_\mu(s,\tau)$ ввести новую переменную

$$X_\mu(s_1,s_2,\tau)=\frac{1}{2}\left(x_\mu(s_1,\tau)+x_\mu(s_2,\tau)+\int_{s_2}^{s_1}p_\mu(\lambda,\tau)d\lambda\right),\qquad(7)$$

то в компактной форме решение задачи Коши можно записать в виде

$$X_\mu(s_1,s_2,t)=X_\mu(\Phi(s_1,t),\Gamma(s_2,t),0),\qquad(8)$$

где функции Φ и Γ зависят от множителей Лагранжа $f(s,\tau)$ и $g(s,\tau)$ и равны

$$\begin{aligned}\Phi(s,\tau)&=T\exp\left[\int_0^t d\tau\, f(s,\tau)\frac{\partial}{\partial s}\right]s,\\ \Gamma(s,\tau)&=T\exp\left[\int_0^t d\tau\, g(s,\tau)\frac{\partial}{\partial s}\right]s.\end{aligned}\qquad(9)$$

В § 2 на основании решения задачи Коши (8) получены уравнения в вариационных производных, определяющие интегралы движения РС, и сформулирован общий геометрический принцип построения таких интегралов движения. Этот принцип базируется на тривиальном утверждении, что любой функционал $J(X_\mu(s_1,s_2,t))$, инвариантный относительно преобразований $s_\alpha \to \Phi(s_\alpha)$ (где $\Phi'_\alpha(s)>0$ и $\Phi_\alpha(s+2\pi)=2\pi+\Phi_\alpha(s)$), не будет зависеть от параметра эволюции t.

В § 3, с использованием результатов из § I и § 2, получены бесконечные серии первых интегралов движения замкнутой РС. Эти бесконечные серии образуют бесконечномерные алгебры Ли, операцией умножения в которых является операция взятия скобок Пуассона. В конце § 3 обсуждается физический смысл простейших из построенных законов сохранения.

Интегралы движения, полученные в § 3, по построению коммутируют со связями (5). Таким образом, они являются действительными динамическими переменными (инвариантными переменными), которые характеризуют состояние РС – системы с бесконечным числом степеней свободы. Возникает, однако, вопрос: все ли инвариантные переменные перечислены в построенных наборах интегралов движения? Ответ на этот вопрос дается в § 4 второй главы, где методом коллективных координат Н.Н.Боголюбова строится полная система динамических переменных замкнутой РС и на основании полноты этой системы исследуется полнота инвариантных переменных, представленных в § 2.

Вкратце схема построения выглядит следующим образом. Наличие в теории связей (5) приводит к тому, что имеется группа инвариантности (калибровочная группа), генерируемая этими связями, которая, действуя на канонические переменные $x_\mu(s,\tau)$ и $p_\mu(s,\tau)$ и изменяя их, тем не менее не меняет состояние струны. Таким образом, каждому состоянию струны соответствует некоторая орбита в фазовом пространстве, которая, в силу определения гамильтониана (6), задается соотношениями (8).

Каждую орбиту естественно характеризовать некоторой точкой, лежащей на ней. Совокупность этих точек можно выбрать так, чтобы они образовывали поверхность (поверхность калибровки), пересекающую все калибровочные орбиты только в одной точке. Теперь в фазовом пространстве можно сделать замену переменных и перейти от координат x_μ и p_ν к инвариантным координатам, характеризующим орбиты, и к коллективным координатам, характеризующим расстояние до поверхности калибровки. Легко понять, что инвариантные координаты образуют полный набор переменных, коммутирующих со связями.

В § 4 выбрана следующая поверхность калибровки, удовлетворяющая всем требованиям метода коллективных координат:

$$\begin{cases} q^\mu X_\mu(s_1,s_2,\tau)=(s_1-s_2)\frac{L}{2}, \\ \arg\left(Q^\mu \int ds\, a_\mu(s,\tau) e^{is}\right)=0, \end{cases} \tag{I0}$$

где q^μ и Q^μ – постоянные векторы, непараллельные друг другу, причем $q^\mu P_\mu = 2\pi$ (P_μ –полный 4-импульс РС). Инвариантные переменные, удовлетворяющие соотношениям (I0) и образующие полный набор интегралов движения РС, имеют вид

$$\tilde{X}_\mu(s_1,s_2,\tau)=X_\mu\left(\Phi_1^{-1}(s_1,\tau),\Phi_2^{-1}(s_2,\tau),\tau\right). \tag{II}$$

Функции $\Phi_1(s_1,\tau)$ и $\Phi_2(s_2,\tau)$ в данном случае являются коллективными координатами и имеют вид

$$\Phi_1(s_1,\tau)=q^\mu\left(\int_0^{s_1} p_\mu(\lambda,\tau)d\lambda + x_\mu(s_1,\tau)\right)+\arg(\bar{A}^{-1}), \tag{I2}$$

$$\Phi_2(s_2,\tau)=q^\mu\left(\int_0^{s_2} p_\mu(\lambda,\tau)d\lambda - x_\mu(s_2,\tau)\right)+\arg(\bar{A}^{-1}),$$

$$\bar{A}^{-1}=Q^\mu\int_0^{2\pi} ds\, a_\mu(s,\tau)\exp\left(-iq^\mu\left[\int_0^s p_\mu(\lambda,\tau)d\lambda + x_\mu(s)\right]\right).$$

Из функционалов (II) можно получить наборы интегралов движения РС, построенные в § 3, и тем самым доказать, что эти наборы образуют полную совокупность инвариантных переменных, коммутирующих с величинами P_μ.

<u>В третьей главе</u> диссертации рассмотрены вопросы, связанные с квантованием РС. Рассмотрение существенно опирается на результаты, которые получены в классической теории РС и которые изложены во второй главе.

В § I показано, что для причинного пропагатора $G(z_\mu(s),y_\nu(\lambda))$ замкнутой РС естественно выбрать следующее представление:

$$G(z,y)=\int \mathcal{D}\{f\}\mathcal{D}\{g\}\,\Delta\,\Pi \int\limits_{\substack{x_\mu(s,0)=z_\mu(s)\\ x_\mu(s,t)=y_\mu(s)}} \mathcal{D}\{x_\mu\}\mathcal{D}\{p_\mu\}\exp(iA), \tag{I3}$$

где действие $A=\int_0^{2\pi} ds\int_0^t d\tau\left(p_\mu\frac{\partial}{\partial\tau}x^\mu-\frac{f}{4}a^2+\frac{g}{4}b^2\right)$ и инвариантно относительно преобразований калибровочной группы $diff(S^1)\otimes diff(S^1)$; $\mathcal{D}\{f\}$, $\mathcal{D}\{g\}$, $\mathcal{D}\{x_\mu\}$, $\mathcal{D}\{p_\mu\}$ – меры интегрирования по множителям Лагранжа f и g (причем множество функций f и g, по которому ведется интегрирование, ограничено условием $\Gamma^{-1}(\Phi(s,\tau),\tau)>\varepsilon, \forall s$) по всем поверхностям $x_\mu(s,\tau)$, ограниченным контурами $z_\mu(s)$ и $y_\mu(s)$, и по всем возможным плотностям $p_\mu(s,\tau)$ энергии-импульса РС. Функционалы Δ и Π соответственно являются детерминантом Фаддеева-Попова и членом, фиксирующим калибровку. Эти функционалы можно выбрать так, чтобы они зависели только от множителей Лагранжа.

В § 2 получен явный вид ядра $K=\langle y_\mu(s)|U^+|z_\mu(s)\rangle$ оператора эволюции замкнутой РС:

$$K = \langle y_\mu(s) | U^+ | x_\nu(\lambda) \rangle = \det{}^{\mathcal{D}/2}\left(\frac{d}{ds}\frac{1}{\hat{T}}\right) \exp\Big[\frac{i}{2}\int_0^{2\pi} ds \Big(y_\mu(s) \frac{d}{ds}\hat{S}\frac{1}{\hat{T}} y^\mu(s) - \tag{I4}$$

$$- 2 x_\mu(s) \frac{d}{ds}\frac{1}{\hat{T}} y^\mu(s) + x_\mu(s) \frac{d}{ds}\frac{1}{\hat{T}} \hat{S} x^\mu(s)\Big)\Big] .$$

Здесь операторы $\hat{S}$ и $\hat{T}$ равны

$$\hat{S} = \frac{1}{2}(\hat{A} + \hat{B}) = \frac{1}{2}\Big(T\exp\Big[\int_0^t d\tau\, f(s,\tau)\frac{\partial}{\partial s}\Big] + T\exp\Big[\int_0^t d\tau\, g(s,\tau)\frac{\partial}{\partial s}\Big]\Big), \tag{I5}$$

$$\hat{T} = \frac{1}{2}(\hat{A} - \hat{B}) = \frac{1}{2}\Big(T\exp\Big[\int_0^t d\tau\, f(s,\tau)\frac{\partial}{\partial s}\Big] - T\exp\Big[\int_0^t d\tau\, g(s,\tau)\frac{\partial}{\partial s}\Big]\Big).$$

Детерминант $\det^{\mathcal{D}/2}\left(\frac{d}{ds}\frac{1}{\hat{T}}\right) = \theta^{-\mathcal{D}/2} q^{\tilde{\delta}} \eta^{-\mathcal{D}}(q)$, $q = e^{-i2\pi\theta}$, θ – конформный инвариант: $\theta = \int_0^{2\pi} ds/h(s,t)$, где функция $h(s,t)$ неявно определяется из операторного равенства $\hat{A}\hat{B}^{-1} = \exp(h(s,t)\frac{\partial}{\partial s})$. $\eta(q) = q^{1/24}\prod_{n=1}^{\infty}(1-q^n)$ – функция Дедекинда; $\tilde{\delta}$ – некоторый параметр, связанный с произволом в определении детерминанта. Функционал (I4) является решением уравнений

$$\alpha'(s,t)\frac{\delta K}{\delta\alpha(s,t)} = L^+(s,t)K \quad , \beta'(s,t)\frac{\delta K}{\delta\beta(s,t)} = L^-(s,t)K . \tag{I6}$$

Здесь операторы $L^+(s,t)$ и $L^-(s,t)$ являются квантовыми аналогами связей (5) χ_0 и χ_1; $\alpha(s,t) = \hat{A}\exp(is)$, $\beta(s,t) = \hat{B}\exp(is)$. Уравнения (I6) вытекают из свойств группы $diff(S^1) \otimes diff(S^1)$, элементом которой (в проективном представлении) является оператор U.

В § 3 показано, что естественно связать функционал $K = \langle y | U^+ | z \rangle$ с результатом вычисления континуального интеграла $\int_{z_\mu}^{y_\mu} \mathcal{D}\{x_\mu\} \int \mathcal{D}\{p_\mu\} \exp(iA)$, где интегрирование ведется по поверхностям $x_\mu(s,\tau)$ топологии цилиндра. Далее в § 3 показано, что, выбирая калибровку $f(s,\tau) = \frac{\pi\theta}{t}$, $g(s,\tau) = -\frac{\pi\theta}{t}$, вместо интегрального представления (I3) можно получить равенство

$$G(z,y) = \int_0^\infty d\theta\, \theta^{-\mathcal{D}/2} q^{\tilde{\delta}} \eta^{(2-\mathcal{D})}(q) \int \mathcal{D}\{\Phi_1\} \mathcal{D}\{\Phi_2\} \cdot \tag{I7}$$

$$\cdot \exp\Big[\frac{i}{2}\int ds \Big(\tilde{y}_\mu(s)\frac{d}{ds}\, cth\Big(\pi\theta\frac{d}{ds}\Big)\tilde{y}^\mu(s) - 2\tilde{z}_\mu(s)\frac{d}{ds}\frac{1}{sh(\pi\theta\frac{d}{ds})}\tilde{y}^\mu(s) +$$

$$+ \tilde{z}_\mu(s)\frac{d}{ds}\, cth\Big(\pi\theta\frac{d}{ds}\Big)\tilde{z}^\mu(s)\Big)\Big].$$

Здесь $\tilde{y}_\mu(s) = y_\mu(\Phi_1(s))$, $\tilde{z}_\mu(s) = z_\mu(\Phi_2(s))$, $\Phi_1(s)$ и $\Phi_2(s)$ – коллективные координаты, связанные с перепараметризационной инвариантностью функционала $G(z,y)$.

В конце § 3, исходя из интегрального представления (I7), получен спектр масс "m" РС, стянутой в точку

$$\frac{m^2}{M^2} = 8\pi\left\{\tilde{\delta} + \frac{2-\mathcal{D}}{24} + n\right\} \tag{I8}$$

(M – параметр размерности массы, который везде в предыдущем изложении для простоты полагался равным единице; n – целое число $\geqslant 0$).

В § 4 обсуждаются проблемы, связанные с выяснением вопроса об асимптотическом поведении интеграла (I7). В этом параграфе получена также бесконечная цепочка уравнений в вариационных производных, определяющая структуру функционала $G(z,y)$.

<u>В приложения</u> к главам I, II и III вынесены отдельные специальные вопросы математического характера.

<u>В заключении</u> перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

ВЫВОДЫ

1. Исследован ряд сингулярных обобщенных функций, возникающих при рассмотрении функциональных уравнений для контурных средних в неабелевой калибровочной теории.
2. Вычислено вильсоновское среднее (для некоторого класса контуров) в двумерной неабелевой калибровочной теории суммированием всех порядков теории возмущений по константе связи g.
3. Найдено общее решение задачи Коши, определяющее динамику струны Намбу–Гото.
4. Сформулирован общий геометрический принцип построения высших интегралов движения РС.
5. Построены бесконечные совокупности как локальных, так и нелокальных интегралов движения замкнутой РС.
6. Методом коллективных координат Н.Н.Боголюбова доказано, что построенные бесконечные наборы интегралов движения являются полными в известном смысле.
7. Найден явный вид ядра оператора эволюции замкнутой РС по собственному времени.
8. Построено интегральное представление для причинного пропагатора замкнутой РС. Найден спектр масс РС, стянутой в точку.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах.

I. В.В.Бажанов, А.П.Исаев. Об уравнениях для контурных средних в неабелевой калибровочной теории. - ТМФ, I98I, т.49, № 3, стр.307-3I9. Препринт,Серпухов, I980, I8 стр. (ИФВЭ, 80-I32).
2. А.П.Исаев. Бесконечный набор законов сохранения для релятивистской струны. - Письма в ЖЭТФ, I98I, т.33, в.7, стр.357-360. Препринт, Серпухов, I98I, 7 стр. (ИФВЭ, 8I-8).
3. A.P.Isaev. On integrals of Motion for closed relativistic strings. - Serpukhov, 1982, 20 p. (Preprint IHEP, 82-5).
4. А.П.Исаев. К вопросу о квантовании релятивистской струны. - Серпухов, I982, 20 стр. (Препринт ИФВЭ, 82-I93).
5. А.П.Исаев. Об интегралах движения замкнутой релятивистской струны. - ТМФ, I983, т.54, № 2, стр.209-2I8.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 апреля I983 года.