ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-82-846

ИВАНОВ
Михаил Иванов

ГАМИЛЬТОНОВСКИЕ СТРУКТУРЫ МОДИФИЦИРОВАННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ШРЕДИНГЕРА

Специальность: 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1982

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник — В.С.Герджиков

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
профессор — В.Е.Захаров

доктор физико-математических наук
профессор — В.Г.Маханьков

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Математический институт им. В.А.Стеклова АН СССР, Москва

Автореферат разослан " " ____________ 1982 года

Защита диссертации состоится " " __________ 1983 года на заседании Специализированного совета КО 47.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук — В.И.Журавлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы

После работы В.Е.Захарова и Л.Д.Фаддеева /1/ было осознано, что метод обратной задачи рассеяния (МОЗР) является важным источником для построения и исследования вполне интегрируемых гамильтоновских систем. В последние годы изучение гамильтоновости нелинейных эволюционных уравнений (НЭУ) стало актуальным направлением; достигнут значительный прогресс в развитии общих подходов к этой проблеме (см. обзоры в /2/).

В то же время построение в явном виде гамильтоновских структур требует отдельного рассмотрения для каждого конкретного класса эволюционных уравнений. Особенно эффективным для решения таких задач оказался метод разложения по "квадратам" решений вспомогательной линейной задачи, развитый для системы Захарова-Шабата в /3,4/. Этот метод позволяет единым образом построить как иерархии симплектических структур /5/, так и законы сохранения НЭУ. При этом становится очевидной предложенная в /6/ интерпретация МОЗР как обобщенного преобразования Фурье. Центральную роль во всех построениях играет порождающий оператор Λ, ассоциированный с исходной линейной задачей.

Распространение метода разложений по "квадратам" для других классов НЭУ, связанных с вспомогательными линейными задачами более общего вида, важно как для построения соответствующих гамильтоновских структур, так и по следующим двум причинам. Во-первых, таким образом устанавливается общность интерпретации МОЗР как обобщенного преобразования Фурье. Во-вторых, это углубляет представление о свойствах порождающего оператора Λ, который естественным образом возникает также в теоретико-групповых подходах.

Примером такой интересной линейной задачи является квадратичный пучок общего вида. Обратим внимание, что с этим пучком связаны важные для физических применений модификации нелинейного уравнения Шредингера, одна из которых получена в /7/, а также исследованная ранее в /8/ массивная модель Тирринга, модель Михайлова и другие.

Несомненный интерес представляет и блочная дискретная система Захарова-Шабата. В случае матриц 2x2 эта система изучена в /9/, а гамильтоновость связанных с ней разностных эволюционных уравнений (РЭУ) показана в /10/. Детальное исследование гамильтоновских структур РЭУ важно для дальнейшего развития квантового метода обратной задачи (КМОЗ) /11/. Отметим, что применение общих алгебраических подходов, разработанных для НЭУ, в разностном случае пока встречается с определенными трудностями.

Цель работы

Построение иерархий гамильтоновских структур нелинейных эволюционных уравнений, связанных с квадратичным пучком общего вида и с блочной дискретной системой Захарова-Шабата. Построение и изучение соответствующих порождающих Λ -операторов.

Научная новизна и практическая ценность

Показана применимость метода разложений по "квадратам" решений вспомогательной линейной задачи к квадратичному пучку общего вида L_λ и к блочной дискретной системе Захарова-Шабата $L(n,z)$. Впервые построены иерархии гамильтоновских структур для НЭУ, связанных с L_λ и $L(n,z)$. Доказано, что для этих систем МОЗР имеет смысл обобщенного преобразования Фурье.

Получены в явном виде порождающие операторы Λ, при помощи которых единым образом строятся классы НЭУ, их законы сохранения и гамильтоновские структуры. Исследование свойств этих операторов окажется полезным при построении общей и полной теории гамильтоновских структур НЭУ.

Для находящих применение в физике модификаций нелинейного уравнения Шредингера получены гамильтоновские структуры и доказана полная интегрируемость. Рассмотрены также и некоторые другие интересные модели.

Методика, примененная к квадратичному пучку L_λ, допускает естественное обобщение на случай полиномиального пучка.

Изучение гамильтоновских структур РЭУ, связанных с дискретной 2x2 системой Захарова-Шабата, дало возможность применить к этим уравнениям квантовый метод обратной задачи.

Апробация диссертации

Результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на семинарах ЛТФ и ЛВТА ОИЯИ, ИТФ им. Л.Д.Ландау, ЛОМИ АН СССР, на II (1979) и III (1980) международных семинарах по проблемам физики высоких энергий и квантовой теории поля (Протвино), на Международной конференции по математической физике (Лозанна, 1979), на Международном совещании по нелинейным эволюционным уравнениям (Триест, 1981) и на Международной конференции "Солитоны-82" (Эдинбург, 1982).

Публикации

По материалам диссертации опубликовано 7 работ.

Объем работы

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и приложения, содержит 136 страниц машинописного текста, 2 рисунка и библиографический список литературы из 104 названий.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дана постановка задачи и ее место среди остальных работ в этой области.

В первой главе (§1-§6) изучается класс нелинейных эволюционных уравнений, связанных с квадратичным пучком общего вида

$$L_\lambda = i\sigma_3 \frac{d}{dx} + \begin{pmatrix} r_0, & q_0 \\ p_0, & r_0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0, & q_1 \\ p_1, & 0 \end{pmatrix} - \lambda^2,$$

$$r_0 = -\frac{1}{2} q_1 p_1, \quad q_\alpha(x), p_\alpha(x) \xrightarrow[|x|\to\infty]{} 0, \quad \alpha = 0, 1,$$

для которого соответствующие НЭУ: 1) обладают невырожденными гамильтоновскими структурами; 2) локальны. Первое требование эквивалентно выбору конкретной орбиты соответствующей алгебры токов. Второе требование обеспечивается подходящим фиксированием калибровки и приводит к выбору диагонального члена потенциала в виде $r_0 = -\frac{1}{2} q_1 p_1$.

Первый параграф имеет вспомогательный характер и содержит основные факты о прямой и обратной задачах рассеяния. Последняя сводится к задаче Римана с канонической нормировкой.

В §2 и §3 показано, что связь между потенциалом $w(x) = \binom{w_1}{w_0}(x)$ $(w_\alpha = (q_\alpha, p_\alpha)^T,\ \alpha = 0, 1)$ и данными рассеяния пучка L_λ осуществляется при помощи функций $\bar{\Psi}^{\pm}(x,\lambda)$, $\bar{\Phi}^{\pm}(x,\lambda)$, которые строятся из подходящих квадратичных комбинаций решений Йоста исходной линейной задачи. Доказано, что "квадраты" решений $\{\bar{\Psi}^{\pm}(x)\}$ и $\{\bar{\Phi}^{\pm}(x)\}$ образуют полные системы функций. Построен так называемый симплектический базис $\{P(x), Q(x)\}$, который тоже удовлетворяет соотношению полноты *:

$$\delta(x-y) = \int\limits_{Im\,\lambda^2=0} d\lambda \{Q(x,\lambda)P^T(y,\lambda) - P(x,\lambda)Q^T(y,\lambda)\}\omega, \quad \omega = -i\begin{pmatrix} 0, & \sigma_2 \\ \sigma_2, & 0 \end{pmatrix},$$

где $P(x,\lambda)$ и $Q(x,\lambda)$ – линейные комбинации $\bar{\Psi}^{\pm}(x,\lambda)$ и $\bar{\Phi}^{\pm}(x,\lambda)$. Найдены в явном виде интегродифференциальные операторы Λ_+, Λ_- и $\Lambda = \frac{1}{2}(\Lambda_+ + \Lambda_-)$, для которых $\bar{\Psi}^{\pm}(x,\lambda)$, $\bar{\Phi}^{\pm}(x,\lambda)$ и $P(x,\lambda)$, $Q(x,\lambda)$ соответственно являются собственными функциями.

Исходя из соотношений полноты для потенциала $w(x)$ и его вариации получены (§3) разложения:

$$w(x) = \frac{i}{\pi}\int\limits_{Im\,\lambda^2=0} d\lambda \{\rho^+(\lambda)\bar{\Psi}^+(x,\lambda) + \rho^-(\lambda)\bar{\Psi}^-(x,\lambda)\} = \int\limits_{Im\,\lambda^2=0} d\lambda\, P(x,\lambda), \qquad \text{(I)}$$

$$\Sigma_3\,\delta w(x) = \int\limits_{Im\,\lambda^2=0} d\lambda \{Q(x,\lambda)\,\delta\hat{p}(\lambda) - P(x,\lambda)\,\delta\hat{q}(\lambda)\},$$

$$\Sigma_3 = diag(\sigma_3, \sigma_3), \quad \hat{p}(\lambda) = -\frac{1}{\pi}\ln(1+\rho^+\rho^-), \quad \hat{q}(\lambda) = \frac{1}{2}\ln\frac{b^+}{b^-},$$

где $\rho^{\pm}(\lambda) = b^{\pm}(\lambda)/a^{\pm}(\lambda)$ – соответствующие коэффициенты отражения, а $a^{\pm}(\lambda)$ – коэффициенты прохождения.

Из (I) видно, что отображение множества потенциалов $\{w\}$ на

---

* Чтобы не загромождать изложения, вклад в формулах от дискретного спектра не выписывается. Полный вид формул приведен в диссертации.

множество данных рассеяния $\{\rho^{\pm}\}$ имеет смысл обобщенного преобразования Фурье – в качестве обобщения экспоненты можно выбрать систему $\{\bar{\Psi}^{\pm}(x)\}$ или $\{P(x), Q(x)\}$, роль оператора дифференцирования при этом будет играть оператор $\Lambda_+ : \Lambda_+\bar{\Psi}^{\pm}(x,\lambda) = \lambda\bar{\Psi}^{\pm}(x,\lambda)$ или $\Lambda : (\Lambda-\lambda)P(x,\lambda) = (\Lambda-\lambda)Q(x,\lambda) = 0$ соответственно.

Далее в §3 доказано, что класс НЭУ, которые решаются методом обратной задачи рассеяния для пучка L_λ, записывается в виде

$$i\Sigma_3\frac{\partial w}{\partial t} + f(\Lambda)w = 0, \quad f(s) = \sum_p f_p s^p. \qquad (2)$$

В §4 устанавливается существование бесконечного набора сохраняющихся величин C_p и получены формулы следов для пучка L_λ. Порождающим функционалом законов сохранения является $\ln a^+(\lambda)$:

$$\ln a^+(\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty}\lambda^{-n}C_n, \ |\lambda| \gg 1, \quad \ln a^+(\lambda) = -\sum_{n=0}^{\infty}\lambda^n C_{-n}, \ |\lambda| \ll 1.$$

Для C_p и для их вариаций δC_p получены компактные выражения посредством оператора Λ.

Полученное выражение для δC_p:

$$\delta C_p = -\frac{i}{2}\int_{-\infty}^{\infty} dx\, (\Sigma_3\,\delta w(x))^T \omega \Lambda^{p-1} w(x)$$

дает возможность легко доказать (§5) гамильтоновость НЭУ (2). Действительно, если задана иерархия гамильтоновских структур, где гамильтонианы $H_{m,f}$ и 2-формы Ω_m задаются выражениями

$$H_{m,f} = i\sum_p f_p\, C_{p+m+1},$$

$$\Omega_m = \frac{i}{2}\int_{-\infty}^{\infty} dx (\Sigma_3\,\delta w(x))^T \omega \wedge \Lambda^m \Sigma_3\,\delta w(x), \quad m = 0, \pm 1, \ldots$$

то эквивалентность между НЭУ (2) и гамильтоновскими уравнениями $\Omega_m(w_t, \cdot) = \delta H_{m,f}$ очевидна. Для $H_{m,f}$ и Ω_m получены выражения через данные рассеяния

$$H_{m,f} = -\frac{1}{2}\int\limits_{Im\,\lambda^2=0} d\lambda\, f(\lambda)\lambda^m\hat{p}(\lambda),$$

$$\Omega_m = i \int\limits_{Im\lambda^2=0} d\lambda\ \lambda^m \delta\hat{p}(\lambda) \wedge \delta\hat{q}(\lambda)$$

и тем самым найдены явно переменные типа действие-угол. В результате полная интегрируемость рассматриваемых НЭУ доказана.

В конце §5 введено многообразие Лагранжа НЭУ и кратко обсуждаются его свойства.

В §6 изучаются редукции пучка L_λ и приведены примеры НЭУ из класса (2).

Интересными для физических применений являются следующие модификации нелинейного уравнения Шредингера

$$i q_t + q_{xx} - i\varepsilon(|q|^2 q)_x = 0,\ w_0 = 0,\ q_1 = \varepsilon p_1^*, \tag{3}$$

$$i q_t + q_{xx} - i\varepsilon_1(|q|^2 q)_x - 2|\alpha|^2 \varepsilon_0 |q|^2 q = 0,\ w_0 = \alpha\sigma_3 w_1,\ q_\alpha = \varepsilon_\alpha p_\alpha^*.$$

Редукции, при которых они получены, приводят к дополнительным связям между данными рассеяния, в результате чего все симплектические формы Ω_{2k} вырождаются ($\Omega_{2k}=0,\ k=0,\pm 1,\dots$). Поэтому гамильтоновские структуры уравнений (3) можно задавать при помощи Ω_1 или Ω_{-1}, например.

Обсуждаемый класс НЭУ содержит также массивную модель Тирринга и эквивалентную ей модель Михайлова.

<u>Глава 2</u> (§7-§10) посвящена изучению нелинейных разностных эволюционных уравнений (РЭУ), связанных с блочной дискретной системой Захарова-Шабата:

$$\Psi(n+1, z) = (Z + Q(n))\,\Psi(n, z),$$

$$Z = \begin{pmatrix} z\,\mathbb{1}_S, & 0 \\ 0, & \frac{1}{z}\mathbb{1}_p \end{pmatrix}, \qquad Q(n) = \begin{pmatrix} 0, & q(n) \\ r(n), & 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где $q(n)$ и $r^T(n)$ – прямоугольные $S \times p$ матрицы.

В §7 предложена эквивалентная (4) система на собственные значения

$$\left\{ \begin{pmatrix} n_+, & 0 \\ 0, & n_- \end{pmatrix} + \bar{Q}(n) - z \right\} \bar{\Psi}(n, z) = 0,$$

$$n_\pm f(n) = f(n \pm 1),\quad \bar{Q}(n) = \begin{pmatrix} 0, & -\bar{q}(n) \\ \bar{r}(n), & 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

($\bar{q}(n)$ и $\bar{r}(n)$ выражаются явно через $q(n)$ и $r(n)$). Показано, что обратная задача рассеяния для этой системы сводится к задаче Римана с канонической нормировкой *.

В §8 изучается связь между потенциалом и данными рассеяния. Построены системы "квадратов" решений $\{Y_{ij}^\pm\}$ и $\{V_{ij}^\pm\}$ для задач (4) и (5) соответственно и доказано, что они удовлетворяют соотношениям полноты. Найдены в явном виде операторы $\Lambda_\pm$ ($\bar{\Lambda}_\pm$), которые "диагонализуются" по "квадратам" решений задачи (4) (задачи (5)). Получены соответствующие разложения по "квадратам" для потенциалов $w(n) = \begin{pmatrix} q^T(n) \\ r(n) \end{pmatrix}$, $\bar{w}(n) = \begin{pmatrix} \bar{q}^T(n) \\ \bar{r}(n) \end{pmatrix}$ и их вариаций. Коэффициенты в этих разложениях выражаются через данные рассеяния, т.е. и в этом случае имеет место интерпретация МОЗР как обобщенного преобразования Фурье.

В §9 описан класс РЭУ, связанный с задачами (4) и (5). Выделена серия, содержащая разностные нелинейные уравнения Шредингера, которую можно записать двумя эквивалентными способами:

$$i \sum \bar{w}_t(n) + f(\bar{\Lambda}_+)\,\bar{w}(n) = 0, \tag{6}$$

$$i \sum w_t(n) + f(\Lambda_+)\,w(n) = 0 \tag{7}$$

---

* Известно, что решение обратной задачи рассеяния для дискретной системы Захарова-Шабата (4) сводится к задаче Римана с неканонической нормировкой.

($\Sigma = \begin{pmatrix} 1_p, 0 \\ 0, -1_p \end{pmatrix}$, $f(s) = \sum_p f_p s^{p-1}$). В отличие от остальных РЭУ, связанных с (4) и (5), уравнения (6) и (7) локальны. Порождающим функционалом законов сохранения здесь является $D(z) = \pm \ln \det a^{\pm}(z), |z| \gtrless 1$, где $a^{\pm}(z)$ – соответствующие матричные коэффициенты прохождения. Для сохраняющихся величин $D_p (D(z) = \sum_{k=0}^{\infty} D_{-k} z^{2k}, |z| \ll 1; D(z) = -\sum_{k=1}^{\infty} D_k z^{2k}, |z| \gg 1)$ и их вариаций получены компактные выражения посредством оператора Λ_+ ($\bar{\Lambda}_+$). В частности, для δD_p имеем

$$\delta D_p = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\Sigma \delta w(n))^T \omega_s M_+ \Lambda_+^p w(n) = \tag{8}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\Sigma \delta \bar{w}(n))^T \omega_s \bar{\Lambda}_+^{p-1} \bar{w}(n), \quad \omega_s = \begin{pmatrix} 0, -1_s \\ 1_s, 0 \end{pmatrix},$$

где M_+ – нелокальный оператор.

Исходя из (8) в §10 построены иерархии гамильтоновских структур для РЭУ (6), (7). Действительно, гамильтонианы $H_{m,f} = \sum_p f_p D_{p+m}$ и симплектические формы

$$\Omega_m = i \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\Sigma \delta w(n))^T \omega_s \wedge M_+ \Lambda_+^{m+1} \Sigma \delta w(n) \tag{9}$$

порождают при всех $m = 0, \pm 1, \ldots$ РЭУ (7). Из-за наличия оператора M_+ , однако, все формы Ω_m содержат под знаком суммы сложные нелокальные и нелинейные выражения от $w(n)$. Аналогично, $H_{m,f}$ вместе с симплектическими формами

$$\bar{\Omega}_m = i \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\Sigma \delta \bar{w}(n))^T \omega_s \wedge \bar{\Lambda}_+^{m} \Sigma \delta \bar{w}(n)$$

порождают РЭУ (6). Видно, что простейшая из $\bar{\Omega}_m$ ($m = 0$) канонична. Далее в §10 обсуждается связь между Ω_m и $\bar{\Omega}_m$.

<u>В главе 3</u> (§11–§14) рассмотрены подробнее РЭУ, связанные с системой Захарова-Шабата (4) при $s = p = 1$.

В этом случае наступает ряд упрощений и появляются новые возможности. Так, в §11 удается ввести симплектический базис $\{P(n), Q(n)\}$, для которого получено соотношение полноты. Выведены разложения для $w(n)$ и $\sigma_3 \delta w(n)$ по симплектическому базису.

Изложение §12 содержит элементы спектральной теории операторов $\Lambda_\pm$. Исследована связь между оператором Λ_+ и функцией $G(n,m,z)$, исходя из которой выведены методом контурного интегрирования упомянутые выше соотношения полноты. Получено спектральное разложение для $G(n,m,z)$ и доказано, что она является функцией Грина для преобразования Кэли от оператора Λ_+ :

$$(\Lambda_+ + z^2)^{-1} (\Lambda_+ - z^2) G(n,m,z) = \delta_{n,m} .$$

Следующий §13 посвящен гамильтоновским структурам РЭУ (7) при $s = p = 1$. Простейшая 2-форма из (9) Ω_{-1} в этом случае локальна и имеет вид (ср. с /10/):

$$\Omega_{-1} = 2i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\delta q(n) \wedge \delta r(n)}{1 - q(n) r(n)} . \tag{10}$$

Получены явные выражения для $H_{m,f}$ и Ω_m через переменные действие-угол, откуда следует полная интегрируемость соответствующих РЭУ. Введено многообразие Лагранжа и перечислены основные его свойства. Наконец, рассмотрены некоторые интересные частные случаи, среди которых отметим разностное нелинейное уравнение Шредингера

$$i q_t(n) = -[1 - \varepsilon q^*(n) q(n)][q(n+1) + q(n-1)] + 2q(n), \quad \varepsilon = \pm 1,$$

а также – разностное модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза.

В последнем §14 показано, что к РЭУ (7) при $s = p = 1$ применим квантовый метод обратной задачи. С учетом (10) и соответствующих в квантовом случае коммутационных соотношений

$$[q(n), q^+(m)]_- = \hbar (1 - \varepsilon q^+(n) q(n)) \delta_{n,m}$$

вычислены классическая r -матрица и квантовая R -матрица, что дает возможность выписать анзатц Бете. Полное рассмотрение вопроса о квантовании РЭУ(7) содержится в /12/.

В заключении диссертации перечислены основные результаты.

В приложении приведен явный вид порождающих операторов, связанных с блочной дискретной системой Захарова-Шабата и эквивалентной ей системой на собственные значения.

Основные результаты, полученные в диссертации

1. Исследованы классы нелинейных эволюционных уравнений, связанных с квадратичным пучком общего вида и с блочной дискретной системой Захарова-Шабата. На основе метода разложений по "квадратам" решений исходной линейной задачи показано, что МОЗР имеет смысл обобщенного преобразования Фурье.

2. В обоих случаях найдены в явном виде порождающие операторы Λ, для которых "квадраты" решений являются собственными функциями. Показано, что эти операторы позволяют единым образом и компактно описать соответствующие НЭУ и их интегралы движения.

3. Построены иерархии гамильтоновских структур для исследуемых классов уравнений. В качестве важных примеров рассмотрен ряд модификаций нелинейного уравнения Шредингера как в непрерывном, так и в дискретном случае.

4. Предложена линейная задача на собственные значения, эквивалентная блочной дискретной системе Захарова-Шабата. Получено, что простейшая симплектическая форма, связанная с этой задачей, канонична.

5. Доказана полная интегрируемость НЭУ, связанных с квадратичным пучком общего вида L_λ. Получен явный вид переменных типа действие-угол для всех гамильтоновских структур из иерархий, связанных как с L_λ, так и с дискретной 2x2 системой.

6. На примере однокомпонентного разностного нелинейного уравнения Шредингера показано, что к исследуемым разностным эволюционным уравнениям применим квантовый метод обратной задачи, вычислена квантовая R -матрица.

Литература

1. В.Е.Захаров, Л.Д.Фаддеев. Функц.анализ, 1971, 5, с. 18.
2. Дифференциальная геометрия, группы Ли и механика. Ш. (под ред. Л.Д.Фаддеева).Зап.научн.семин. ЛОМИ АН СССР, 1980, 95.
3. D.J.Kaup, A.C.Newell. Adv. Math., 1979, 31, p. 67.
4. В.С.Герджиков, Е.Х.Христов. Мат.заметки, 1980, 28, с. 501; Болг. физ. ж., 1980, 7, с. 28; Болг. физ.ж., 1980, 7, с. 119.
5. П.П.Кулиш, А.Г.Рейман. Зап.научн.семин. ЛОМИ АН СССР, 1978, 77, с.134.
6. M.J.Ablowitz, D.J.Kaup, A.C.Newell, H.Segur. Stud.Appl.Math., 1974, 53, p. 249.
7. D.J.Kaup, A.C.Newell. J.Math.Phys., 1978, 19, p. 798.
8. Е.А.Кузнецов, А.В.Михайлов. ТМФ, 1977, 30, с. 303.
9. M.J.Ablowitz. Stud.Appl.Math., 1978, 58, p. 17.
10. F.Kako, N.Mugibayashi. Prog. Theor.Phys., 1979, 61, p. 776.
11. Л.Д.Фаддеев. Труды У международного совещания по нелокальным теориям поля, ОИЯИ, Р2-12462, Дубна, 1979, с. 249.
12. P.P.Kulish. Lett. Math.Phys., 1981, 5, p. 191.

Результаты диссертации опубликованы в работах:

1. В.С.Герджиков, М.И.Иванов, П.П.Кулиш. Квадратичный пучок и нелинейные уравнения. ТМФ, 1980, 44, с. 342; Труды международного семинара по проблемам физики высоких энергий и квантовой теории поля, Протвино, 1979, с. 507; Препринт ОИЯИ Е2-12590, Дубна, 1979. См. также:
   V.S.Gerdjikov, P.P.Kulish, M.I.Ivanov. Classical and quantum aspects of the inverse scattering method. Procedings of the International Conference on Mathematical Physics, Lausanne 1979, Lect.Notes in Physics, 1980, 116, p. 244. Springer Verlag.
2. В.С.Герджиков, М.И.Иванов, П.П.Кулиш. Полная интегрируемость разностных эволюционных уравнений. Труды международного семинара по проблемам физики высоких энергий и квантовой теории поля, Протвино, 1980, с. 289; Препринт ОИЯИ Е2-80-882, Дубна, 1980.
3. В.С.Герджиков, М.И.Иванов. Блочная дискретная система Захарова-Шабата. I. Обобщенные фурье-разложения. Сообщение ОИЯИ, Е2-81-811, Дубна, 1981.
4. В.С.Герджиков, М.И.Иванов. Блочная дискретная система Захарова-Шабата. П. Гамильтоновы структуры. Сообщение ОИЯИ, Е2-81-812, Дубна, 1981.
   См. также:
   В.С.Герджиков, М.И.Иванов. Гамильтонова структура многокомпонентных разностных эволюционных уравнений Шредингера. ТМФ, 1982, 52, с. 89.

5. В.С.Герджиков, М.И.Иванов. Диагональ резольвенты и представления Лакса для разностных эволюционных уравнений. Сообщение ОИЯИ, Р5-82-4I2, Дубна, I982.
6. В.С.Герджиков, М.И.Иванов. Квадратичный пучок общего вида и нелинейные эволюционные уравнения. I. Разложение по "квадратам" решений - обобщенное преобразование Фурье. Болг. физ. ж., I983, I0, № I;
Препринт ОИЯИ, Е2-82-545, Дубна, I982.
7. В.С.Герджиков, М.И.Иванов. Квадратичный пучок общего вида и нелинейные эволюционные уравнения. П. Иерархии гамильтоновских структур. Болг. физ. ж., I983, I0, № 2;
Препринт ОИЯИ, Е2-82-595, Дубна, I982.

Рукопись поступила в издательский отдел
I0 декабря I982 года.