ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-80-249

ЧЕРВЯКОВ
Александр Михайлович

ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩАЯ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ СТРУНА И ЕЕ ОБОБЩЕНИЕ В РАМКАХ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Специальность: 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1980

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель -
доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник Б.М. БАРБАШОВ

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
профессор Б.А. АРБУЗОВ

Кандидат физико-математических наук А.А. ЖЕЛТУХИН

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Математический институт АН СССР им. В.А. Стеклова, Москва.

Автореферат разослан " " ______________ 1980 года

Защита диссертации состоится " " ____________ 1980 года на заседании Специализированного ученого совета К-047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований (Московская обл., г. Дубна).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук
В.И. ЖУРАВЛЕВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Представление об одномерно-протяженных релятивистских объектах (струнах), введенное Б.М. Барбашовым и Н.А. Черниковым /1/, широко используется в теории элементарных частиц при изучении строения адронов и механизма их взаимодействия. В частности, квантование свободной струны дает спектр масс резонансных состояний в дуальных моделях, что позволяет рассматривать этот объект как динамическую основу дуально-резонансного подхода в физике адронов /2/. Дуальные амплитуды рассеяния адронов в таком подходе могут быть получены как квантово-механические амплитуды перехода для релятивистской струны, взаимодействующей с внешними токами /3/. Поэтому представляет интерес рассмотреть точно решаемые модели взаимодействующей дуальной струны.

Релятивистская струна с точечными массами и зарядами на концах является одной из простейших моделей в физике элементарных частиц, качественно объясняющих механизм удержания кварков в адронах /4/. В нерелятивистском пределе две массивные частицы, связанные струной, взаимодействуют между собой посредством потенциала притяжения, линейно растущего с расстоянием /5/. Это обстоятельство делает особенно актуальной задачу исследования динамики релятивистской струны с массами на концах.

Интерес к модели релятивистской струны в последнее время стимулируется также исследованием полей Янга-Миллса с помощью функционалов, заданных на контурах. В таком подходе уравнения релятивистской струны возникают как одно из приближений в теории Янга-Миллса /6/. Это потребовало более критического отношения к хорошо известным трудностям (нефизическая размерность пространства-времени $d = 26$, наличие тахионных состояний), имеющим место в квантовой теории свободной релятивистской струны /2/

В этой связи представляется полезным привлечение новых математических методов исследования динамики свободной релятивистской струны. Один из них, так называемый геометрический метод /7/, позволяет переформулировать исходную модель на языке дифференциальных уравнений, существенно отличных от уравнений Эйлера-Лагранжа в обычном подходе. По своему построению такие уравнения являются условиями совместности деривационных формул Гаусса-Вейнгартена, описывающих движение подвижного репера по мировой поверхности струны. Поэтому геометрический подход дает эффективный способ нахождения пары операторов Лакса, необходимых для решения возникающих здесь нелинейных уравнений методом обратной задачи рассеяния. Это открывает широкие возможности для исследования динамики релятивистской струны и позволяет строить новые модели одномерно-протяженных релятивистских объектов.

В свете вышеизложенного становится ясной актуальность следующих задач:

I. Построение точно решаемой модели релятивистской струны, взаимодействующей с внешним полем, которая релятивистски-инвариантна и не имеет тахионных состояний.

2. Поиск точных решений уравнений движения релятивистской струны, нагруженной точечными массами.

3. Исследование мировой поверхности свободной релятивистской струны методами дифференциальной геометрии.

4. Модификация струнной модели, основанная на геометрической формулировке данной задачи.

По этим четырем направлениям и проводились исследования, результаты которых представлены в диссертации.

Цель работы. Исследование классической и квантовой динамики взаимодействующей струны, геометрическая формулировка теории свободной релятивистской струны и обобщение струнной модели в рамках геометрического подхода.

Научная новизна и практическая ценность. В диссертации впервые предложен ковариантный формализм для релятивистской струны, взаимодействующей с внешним электромагнитным полем. Построена релятивистски-инвариантная квантовая теория этой системы без ограничений на размерность пространства-времени и без тахионных состояний в спектре масс. Исследовано влияние внешнего электромагнитного поля на эквидистантные уровни этого спектра. Полученные

точные решения ковариантных уравнений движения для заряженной струны в постоянном однородном электромагнитном поле могут быть использованы при построении дуальных амплитуд с участием фотонов.

Впервые найдены точные классические решения в виде интегралов Фурье уравнений движения бесконечной релятивистской струны, нагруженной одной точечной массой. В этом случае нелинейное уравнение движения массивной частицы, расположенной в центре струны, удается линеаризовать с помощью калибровки, в которой параметр временной эволюции τ пропорционален собственному времени частицы /8/.

Новым вкладом является развитие геометрического подхода к исследованию динамики свободной релятивистской струны в трех- и четырехмерном пространстве-времени $(d=3,4)$, в рамках которого струна описывается одним нелинейным уравнением Лиувилля на действительную $(d=3)$ или комплекснозначную $(d=4)$ функцию. Показано, что к этому же уравнению сводятся двумерная модель де Ситтера и безмассовое скалярное поле Борна-Инфельда.

В диссертации впервые установлена симметрия уравнения Лиувилля относительно бесконечного числа однопараметрических групп преобразований и на этой основе с помощью теоремы Нётер построены бесконечные серии законов сохранения для релятивистской струны в трехмерном пространстве-времени.

С точки зрения физики элементарных частиц новым вкладом является исследование солитонных решений уравнения Лиувилля и их устойчивости. Явный учет этих решений в квазиклассическом приближении приводит к новому, более реалистическому спектру масс по сравнению с обычным подходом к теории дуальной струны.

Предложено обобщение релятивистской струны – модель одномерно-протяженного объекта, динамика которого определяется требованием, чтобы покрываемая им поверхность в пространстве Минковского имела постоянную среднюю кривизну h по каждому нормальному направлению. Частным случаем таких поверхностей, когда $h=0$, является мировая поверхность релятивистской струны (минимальная поверхность).

В четырехмерном пространстве-времени предложенная модель описывается релятивистски-инвариантной системой нелинейных уравнений, для которой найдено представление Лакса. Этот результат может служить основой дальнейшего исследования данной модели с помощью развиваемого в настоящее время квантового метода обратной задачи рассеяния /9/.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на сессиях ОЯФ АН СССР в 1978 г. (МИФИ и ИТЭФ) и в 1979 г. (МГУ и ИТЭФ), на Международных семинарах по проблемам физики высоких энергий и квантовой теории поля (Протвино, 1978-1979 гг.), на семинарах Лаборатории теоретической физики ОИЯИ и Математического института АН СССР им. В.А. Стеклова.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано девять статей.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения, содержит 124 страницы машинописного текста, 2 рисунка и библиографический список из 134 названий.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается краткий обзор развития теории релятивистской струны как модели адрона в физике элементарных частиц. Прослежена связь между дуально-резонансными моделями и релятивистской струной, а также между струной и проблемой удержания кварков в адронах. Сжато изложены методы квантования свободной дуальной струны в различных калибровках. Обсуждаются причины, приводящие к нарушению релятивистской инвариантности квантовой теории этой системы и возможные пути преодоления данной трудности. Перечислены проблемы, исследуемые в диссертации ,и обоснована их актуальность.

В первой главе диссертации построена классическая и квантовая теория релятивистской струны во внешнем электромагнитном поле без ограничений на размерность пространства-времени и без тахионных состояний. Лагранжиан этой системы выбирается в виде

$$\mathcal{L}=-\gamma\left[(\dot{x}x')^2-\dot{x}^2x'^2\right]^{1/2}+g\,x'_\mu\dot{x}_\nu F^{\mu\nu}(x)\,, \qquad \text{(I)}$$

где $x_\mu(\tau,\sigma)$ – координаты радиус-вектора мировой поверхности релятивистской струны в пространстве Минковского,

$$\dot{x}_\mu(\tau,\sigma)=\partial x_\mu(\tau,\sigma)/\partial\tau\,,\quad x'_\mu(\tau,\sigma)=\partial x_\mu(\tau,\sigma)/\partial\sigma\,,$$

γ – константа, имеющая размерность квадрата обратной длины. Второе слагаемое в формуле (I) описывает взаимодействие с электромагнитным полем двух точечных зарядов, расположенных на концах струны. Эти заряды равны по величине, но противоположны по знаку: $g_1=-g_2=g$.

В первом параграфе дается ковариантная формулировка уравнений движения релятивистской струны во внешнем электромагнитном поле для лагранжиана (I). Показано, что эти уравнения допускают точное решение в виде рядов Фурье в случае постоянного однородного электромагнитного поля, напряженность которого ограничена требованием $|gE/\gamma|<1$. Условия ортогональной калибровки, накладываемые на полученные решения, в терминах фурье-амплитуд совпадают с условиями Вирасоро. Это является следствием того, что действие с лагранжианом (I) обладает такой же репараметризационной инвариантностью, как и действие свободной струны /2/.

Во втором параграфе поведение заряженной релятивистской струны во внешнем электромагнитном поле иллюстрируется рядом конкретных примеров (струна в постоянном электрическом поле и в скрещенных электрическом и магнитном полях). Установлены наиболее характерные особенности ее движений, такие,как пульсации во времени и изломы профиля. Так как струну с двумя противоположными зарядами на концах можно рассматривать как модель нейтрального π^0 -мезона, рассчитана его поляризуемость:

$$\alpha\approx 1.12\cdot 10^{-3}\cdot fm^3\,,$$

которая по порядку величины совпадает с оценками, полученными в квантовой киральной теории.

В третьем параграфе развит гамильтонов формализм для релятивистской струны во внешнем электромагнитном поле ,и на его основе осуществлен переход к ковариантной квантовой теории этой системы. Вследствие сингулярности лагранжиана (I) фазовое пространство исследуемой модели ограничено связями, которые в совокупности являются первичными связями первого рода. Гамильтониан в этой теории, построенный по каноническим правилам, тождественно равен нулю. Поэтому в качестве функции Гамильтона релятивистской струны во внешнем электромагнитном поле, согласно Дираку /10/, берется линейная комбинация связей. Далее строится ковариантная квантовая теория релятивистской струны, взаимодействующей с внешним полем, в которой связи накладываются на векторы состояний, то есть учитываются как "слабые" равенства. Эта теория с самого начала релятивистски-инвариантна, однако метрика в пространстве состояний индефинитна.

В четвертом параграфе методом, предложенным Рорлихом для квантования свободной релятивистской струны /II/, решается проблема исключения состояний с отрицательной нормой в теории струны во внешнем электромагнитном поле. С помощью этого метода физическое пространство векторов состояний строится в системе центра масс струны. В результате не возникает никаких ограничений на размерность пространства-времени, и в теории отсутствуют тахионные состояния. Исследовано влияние внешнего электромагнитного поля на спектр оператора квадрата массы струны. В области применимости найденных решений $|gE/\gamma|<1$ расстояние между эквидистантными уровнями этого спектра увеличивается в $[1-(gE/\gamma)^2]^{-1}$ раз по сравнению со свободным случаем.

Во второй главе диссертации рассмотрена проблема исследования динамики релятивистской струны, нагруженной точечными массами.

В первом параграфе сформулированы основные уравнения, определяющие динамику релятивистской струны с массами на концах. Нелинейный характер граничных условий для массивной струны существенно усложняет задачу изучения этой системы. Кратко обсуждаются наиболее интересные подходы к ее решению. В одном из них /8/ предлагалось дополнить ортогональную калибровку такими условиями на выбор параметров τ и σ, чтобы τ было пропорционально собственному времени массивных точек на концах струны. В результате этого граничные условия линеаризуются, однако такая параметризация позволяет описать лишь ограниченный класс движений данной системы.

Во втором параграфе этот метод применяется для исследования динамики бесконечной релятивистской струны, нагруженной одной точечной массой. Показано, что никаких ограничений на допустимые движения струны здесь не возникает, и в явном виде удается получить точные решения уравнений движения для такой системы. В этом случае калибровочные условия, накладываемые на полученные решения, являются связями второго рода, поэтому переход к квантовой теории рассматриваемой системы осуществляется с помощью скобок Дирака /IO/.

В третьем параграфе методом, развитым в работе /8/, рассматривается некоторый класс движений релятивистской струны с зарядами и массами на концах во внешнем электромагнитном поле. Решениями уравнений движения и граничных условий для этой системы оказываются почти периодические функции, полученные в виде рядов Фурье. Показано, что введение зарядов и масс в модель релятивистской струны существенно влияет на массовый спектр, снимая его вырождение. Кроме того, в теории появляется возможность классифицировать внутренние возбуждения струны по состояниям, аналогичным поляризациям классического электромагнитного поля.

Исследованию мировой поверхности релятивистской струны методами дифференциальной геометрии посвящена третья глава диссертации. С геометрической точки зрения мировую поверхность релятивистской струны можно описать не только ее радиус-вектором $x_\mu(\tau,\sigma)$, но и основными квадратичными формами /7/. Коэффициенты этих форм g_{ij} и b_{ij} как функции координат τ, σ, заданных на поверхности, должны удовлетворять дифференциальным уравнениям Гаусса-Петерсона-Кодацци-Риччи, которые выбираются в качестве новых уравнений движения, существенно отличных от уравнений Эйлера-Лагранжа в обычном подходе. Конкретный вид данной системы уравнений определяется калибровкой, а также требованием, чтобы мировая поверхность струны была минимальной, которое означает равенство нулю ее средней кривизны $h=0$.

В первом параграфе дано геометрическое описание мировой поверхности релятивистской струны в трехмерном псевдоевклидовом пространстве. Коэффициенты второй квадратичной формы b_{ij} этой поверхности определяются из уравнений Петерсона-Кодацци:

$$b_{11}\pm b_{12}=q_\pm(\tau\pm\sigma), \qquad (2)$$

где $q_\pm$ – произвольные функции переменных $\tau\pm\sigma$, соответственно. В изометрической системе координат на искомой поверхности динамика струны описывается уравнением Гаусса, которое с учетом (2) переходит в нелинейное уравнение Лиувилля

$$\varphi_{\tau\tau}-\varphi_{\sigma\sigma}=R\exp\varphi, \qquad (3)$$

где функция $\varphi(\tau,\sigma)$ связана с коэффициентом первой квадратичной формы g_{11} соотношением: $\varphi(\tau,\sigma)=-\ln(Rg_{11}/2q_{\tau}q_{\tau})$. Показано, что к этому же уравнению в геометрическом подходе сводятся двумерная модель гравитации де Ситтера и безмассовое скалярное поле Борна-Инфельда.

Во втором параграфе с помощью методов дифференциальной геометрии исследована мировая поверхность релятивистской струны в четырехмерном пространстве Минковского. Показано, что изучение динамики этой системы вновь сводится к уравнению Лиувилля (3), но в отличие от трехмерного случая – теперь уже на комплекснозначную функцию $\varphi(\tau,\sigma)$.

В третьем параграфе построены бесконечные серии законов сохранения для релятивистской струны в трехмерном пространстве-времени. Найдена симметрия уравнения Лиувилля (3), следствием которой являются эти законы.

В четвертом параграфе исследуются солитонные решения уравнения Лиувилля (3) и их устойчивость. Среди устойчивых найдено периодическое решение

$$e^{\varphi}=\frac{m^2}{32|R|}\operatorname{cosec}^2\left(\frac{m}{8}\,\frac{\sigma-v\tau-\sigma_0}{\sqrt{1-v^2}}\right), \qquad (4)$$

где m –масса покоя солитона (4), а v –его скорость. Добавление к каноническому тензору энергии-импульса слагаемого, зависящего от скорости солитона v, позволяет сопоставить солитонным решениям полную энергию, импульс и массу покоя с правильным релятивистским соотношением в пространстве τ, σ.

В пятом параграфе построена квантовая теория двумерной модели, описываемой уравнением Лиувилля (3) в квазиклассическом приближении. Показано, что солитоны этого уравнения можно интерпретировать как массивные частицы, которые стабильны или нестабильны в зависимости от устойчивости соответствующего классического решения. Кванты исходного поля остаются безмассовыми и после выделения солитонных решений. Периодический солитон (4) в квантовом случае порождает серию резонансов, массовый спектр которых, начиная с первого возбужденного состояния, эквидистантен. Поэтому такой солитон естественно рассматривать в теории замкнутой релятивистской струны.

<u>В четвертой главе</u> диссертации предложена модель одномерно-протяженного релятивистского объекта, динамика которого определяется требованием, чтобы покрываемая им поверхность в пространстве Минковского имела постоянную среднюю кривизну h по каждому нормальному направлению. Частным случаем таких поверхностей является мировая поверхность релятивистской струны (минимальная поверхность с $h=0$). С помощью методов дифференциальной геометрии исследуются наиболее интересные случаи размерности объемлющего псевдоевклидова пространства $d=3,4$.

В случае $d=3$, который подробно рассмотрен в первом параграфе, показано, что сеть линий кривизны на исследуемой поверхности является одновременно изометрической системой координат. В этой калибровке система уравнений на коэффициенты квадратичных форм поверхности сводится к одному нелинейному уравнению

$$\Box\varphi=\varphi_{\tau\tau}-\varphi_{\sigma\sigma}=h\operatorname{sh}\varphi, \qquad (5)$$

которое допускает представление Лакса. Для описания предложенной модели в терминах координат струны $x_{\mu}(\tau,\sigma)$ построен функционал действия

$$S=-æ\iint d\tau d\sigma\left\{\sqrt{-\det g_{ij}}+\frac{2h}{3}\left(\vec{x}\left[\dot{\vec{x}}\times\vec{x}'\right]\right)\right\}. \qquad (6)$$

Во втором параграфе исследуется мировая поверхность постоянной средней кривизны в четырехмерном пространстве Минковского. В этом случае динамика модели определяется релятивистски-инвариантной системой двух нелинейных уравнений

$$\Box\varphi=\tfrac{1}{2}h(e^{\varphi}-e^{-\varphi}\cos\theta),\quad \Box\theta=\tfrac{1}{2}he^{-\varphi}\sin\theta, \qquad (7)$$

для которой в третьем параграфе с помощью деривационных формул Гаусса-Вейнгартена получено представление Лакса.

<u>В заключении</u> перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

Основные результаты диссертации, выдвигаемые для защиты:

1. Построен ковариантный формализм для релятивистской струны, взаимодействующей с постоянным однородным электромагнитным полем. Найдены точные решения уравнений движения этой системы в виде рядов Фурье.

2. Поведение заряженной релятивистской струны во внешнем электромагнитном поле иллюстрируется рядом конкретных примеров (струна в постоянном электрическом поле и в скрещенных электрическом и магнитном полях). Установлены наиболее характерные особенности ее движений, такие, как пульсации во времени и изломы профиля.

3. Исследовано влияние внешнего электромагнитного поля на спектр оператора квадрата массы релятивистской струны. В области применимости найденных решений $|gE/\gamma|<1$ расстояние между эквидистантными уровнями этого спектра увеличивается по сравнению со свободным случаем. Физическое пространство векторов состояний строится в системе центра масс струны. В результате не возникает никаких ограничений на размерность пространства-времени, и в теории отсутствуют тахионные состояния.

4. Получены точные классические решения в виде интегралов Фурье для уравнений движения бесконечной релятивистской струны, нагруженной точечной массой.

5. Исследование мировой поверхности струны в трех- и четырехмерном пространстве-времени $(d=3,4)$ методами дифференциальной геометрии приводит к нелинейному уравнению Лиувилля на действительную $(d=3)$ или комплекснозначную $(d=4)$ функцию. К этому же уравнению в геометрическом подходе сводятся двумерная модель де Ситтера и безмассовое скалярное поле Борна-Инфельда.

6. Построены бесконечные серии законов сохранения для релятивистской струны в трехмерном пространстве Минковского и найдена симметрия уравнения Лиувилля, следствием которой являются эти законы.

7. С точки зрения физики элементарных частиц исследованы солитонные решения уравнения Лиувилля и их устойчивость. Показано, что такие решения можно интерпретировать как частицы с

отличной от нуля массой покоя, причем эта интерпретация имеет смысл как на классическом, так и на квантовом уровнях.

8. Предложена модель одномерно-протяженного релятивистского объекта, динамика которого определяется требованием, чтобы покрываемая им поверхность в пространстве Минковского имела постоянную среднюю кривизну h по каждому нормальному направлению. Частным случаем таких поверхностей является мировая поверхность релятивистской струны (минимальная поверхность с $h=0$).

Результаты диссертации опубликованы в работах:

Барбашов Б.М., Нестеренко В.В., Червяков А.М. Ковариантный формализм для релятивистской струны в постоянном однородном электромагнитном поле.- ТМФ, 1977, т. 32, № 3, с. 336-343.

Барбашов Б.М., Нестеренко В.В., Червяков А.М. Исключение состояний с отрицательной нормой в квантовой теории релятивистской струны в постоянном однородном электромагнитном поле. - Дубна, 1977.-11 с. (Препринт/Объед. ин-т ядер. исслед.: Р2-10376).

Barbashov B.M., Nesterenko V.V., Chervjakov A.M. Infinite relativistic string with a point-like mass.- Lett.Math.Phys., 1978, v.2, p.291-295.

Барбашов Б.М., Нестеренко В.В., Червяков А.М. Солитоны в теории тяготения и в модели скалярного поля Борна-Инфельда в двумерном пространстве-времени.- Труды Международного семинара (Протвино, 11-17 июля 1978г.): Проблемы физики высоких энергий и квантовая теория поля.- Серпухов, 1978.- т. I, с. 26-46.

Барбашов Б.М., Нестеренко В.В., Червяков А.М. Солитоны в некоторых геометрических теориях поля.- ТМФ, 1979, т. 40, № 1, с. 15-27.- Journ. of Phys. , 1980, v. A13, № 1, p.301-313.

Червяков А.М. Бесконечная серия законов сохранения для релятивистской струны в трехмерном пространстве-времени.- Дубна, 1978. - 8 с. (Препринт/Объед. ин-т ядер. исслед.: Р2-11657).

Червяков А.М. Бесконечные серии законов сохранения и групповая структура уравнения Лиувилля.- Дубна, 1979.- 12 с. (Препринт /Объед. ин-т ядер. исслед.: Р2-12175).

Barbashov B.M., Nesterenko V.V., Chervjakov A.M. Generalization of the relativistic string model in the geometrical approach. - Lett. Math. Phys., 1979, v.3, p. 359-365.

Барбашов Б.М., Нестеренко В.В., Червяков А.М. К теории мировых поверхностей постоянной средней кривизны.- Дубна, 1979.- 15 с. (Препринт/Объед. ин-т ядер. исслед.: Р2-12946).

Литература

1. Барбашов Б.М., Черников Н.А. Решение и квантование нелинейной двумерной модели типа поля Борна-Инфельда.-ЖЭТФ, 1966, т. 50, вып. 5, с. 1296-1308.
2. Барбашов Б.М., Нестеренко В.В. Динамика релятивистской струны.- ЭЧАЯ, 1978, т. 9, вып. 5, с. 709-758.
3. Mandelstam S. Dual-resonance models.-Phys. Reports, 1974, v.13c,N 6, pp. 259-353.
4. Намбу Й. Почему нет свободных кварков.- УФН, 1978, т.124, вып. 1, с. 147-169.
5. Черников Н.А., Шавохина Н.С. Пример релятивистской задачи двух тел.- I. Краевая задача для минимальной поверхности.- ТМФ, 1980, т. 42, № 1, с. 59-70.
6. Арефьева И.Я. Поле Янга-Миллса как киральное поле на контуре и дуальность Хофта-Мандельстама.- Труды У Международ. совещания по нелокальным теориям поля (Алушта, 18-25 апреля 1979 г.): Проблемы квантовой теории поля.- Дубна, 1979.- с. 200-222. (Препринт/Объед. ин-т ядер. исслед.: Р2-12462).
7. Lund F., Regge T. Unified approach to strings and vortices with soliton solutions.- Phys. Rev., 1976, v. D14, N 6, p. 1524-1535.
8. Барбашов Б.М., Нестеренко В.В. Релятивистская струна с массами на концах.- ТМФ, 1977, т. 31, № 3, с. 291-298.
9. Склянин Е.К., Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д. Квантовый метод обратной задачи I.- ТМФ, 1979, т. 40, № 2, с. 194-220.
10. Дирак П.А.М. Лекции по квантовой механике.- М.: "Мир",1968.- 83 с.
11. Rohrlich F. Solution of the relativistic string problem.- Nucl. Phys., 1976, v. B112, N 1, p. 177-188.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 марта 1980 года.