

Г- 586

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 7765

Вахтанг Шотаевич ГОГОХИЯ

**МОДИФИКАЦИИ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ
В МОДЕЛЯХ С НЕРЕНОРМИРУЕМЫМ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ**

**Специальность 01-04-02 - теоретическая
и математическая физика**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1974

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель -

доктор физико-математических наук А.Т.ФИЛИПОВ.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук Б.А.АРБУЗОВ,

доктор физико-математических наук Р.Н.ФАУСТОВ.

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Математический институт им. В.А.Стеклова АН СССР.

Автореферат разослан " " 1974 года.

Защита диссертации состоится " " 1974 года
на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики
ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А.АСАНОВ

2 - 7765

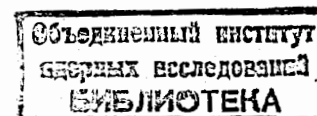
Вахтанг Шотаевич ГОГОХИЯ

МОДИФИКАЦИИ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ
В МОДЕЛЯХ С НЕРЕНОРМИРУЕМЫМ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Специальность 01-04-02 - теоретическая
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)



Проблема выхода за рамки метода теории возмущений или какой-либо ее модификации приобретает важное значение при исследовании неренормируемых теорий поля (N -теории). В связи с этим в первую очередь необходимо понять отличие ренормируемых теорий (R -теории), где метод теории возмущений после выполнения перенормировок приводит к хорошим количественным результатам^{/1/}, от N -теорий, где метод теории возмущений оказался неприменимым или, по крайней мере, требует какой-то модификации. За последние годы было предложено несколько методов вычисления поправок от высших приближений в неренормируемых теориях поля^{/2-16/}, использование которых позволило понять природу отличия R -теорий от N -теорий. Все эти методы сформулированы на примерах точно решаемых моделей квантовой теории поля и основаны на суммировании бесконечного набора диаграмм теории возмущений. Оказывается, что, как в R -теориях, так и в N -теориях, суммы бесконечного набора диаграмм как функции константы связи g имеют особенность в точке $g=0$, однако характер ее существенно различен. В N -теориях амплитуды рассеяния, функции Грина, вершинные функции и т.д. имеют точку ветвления по g в точке $g=0$, тогда как в R -теориях особенность в точке $g=0$ позволяет разложить их в асимптотический ряд по степеням g . Таким образом становится понятной полная несостоятельность обычной теории возмущений в случае N -теории. Наиболее просто понять отличие N -теорий от R -теорий и тем самым проследить принципиальные стороны проблемы вычисления высших приближений в N -теориях можно на примере простой модели нерелятивистского рассеяния на сингулярном потенциале^{/17-20/}. Процедура ренормировки в этом случае имеет простейший вид и позволяет провести сравнение перенормированных решений с точными.

Аналогия между рассеянием на сингулярном потенциале и N -теорией никоим образом не случайна и может быть обоснована в рамках квазипотенциального подхода в квантовой теории поля, предложенного А.А.Логуновым и А.Н.Тавхелидзе /21-23/. Используя квазипотенциальное уравнение, можно показать, что уравнение для амплитуды упругого рассеяния сводится к уравнению типа Шредингера с сингулярным потенциалом, причем в R -теориях потенциал ренормируем, а в N -теориях - неренормируем /24-26/. Это обстоятельство, с одной стороны, позволяет понять природу возникновения сингулярных потенциалов в теории поля, а с другой - позволяет перенести в теорию поля идеи и методы, разработанные в потенциальной теории.

Диссертация посвящена методам построения модифицированного ряда теории возмущений в случае различных неренормируемых взаимодействий и состоит из введения, трех глав, заключения и одного приложения.

Во введении обсуждаются возможные модификации теории возмущений для различных неренормируемых взаимодействий.

В главе I на примере точно решаемой модели нерелятивистского рассеяния на сингулярном, неренормируемом потенциале $g_0 V(r)$ обоснован и сформулирован метод дифференциальной интерполяции МДИ /27, 28/, позволяющий по конечному числу членов обычной теории возмущений с параметром обрезания (регуляризованная теория возмущений) восстанавливать волновую функцию, амплитуду рассеяния и т.д. в виде рядов по степеням $g_0^{\nu} (\ln g_0)^{N_{\nu}}$, где N_{ν} - целое число, а ν - в общем случае - нецелое число (модифицированный ряд теории возмущений).

Уравнение Шредингера с сингулярными, неренормируемыми потенциалами, удовлетворяющими условиям /24-26/

$$g_0 \int_0^{r_0} d\rho \rho |V(\rho)| = \infty, \quad V(r) \geq r^{-2-\delta},$$

где δ - сколь угодно малое положительное число, и с соответствующими граничными условиями эквивалентно следующему интегральному уравнению

$$u(\xi, r) = Z_{\xi} u_0^{(n)}(r) - g_0 \frac{\pi}{2k} \int_{\xi}^r d\rho \left\{ u_0^{(n)}(r) u_0^{(2)}(\rho) - u_0^{(n)}(\rho) u_0^{(2)}(r) \right\} V(\rho) u(\xi, \rho), \quad (1)$$

где $u_0^{(n)}(r) \xrightarrow{r \rightarrow 0} 0$, $u_0^{(2)}(r) \xrightarrow{r \rightarrow 0} \infty$ есть решения уравнения Шредингера при $g_0 = 0$, а $\xi \equiv D^{-2} > 0$ - параметр обрезания. Сумма ряда

$$u(\xi, r) = Z_{\xi} \sum_{n=0}^{\infty} g_0^n u^{(n)}(\xi, r), \quad (2)$$

полученного итерированием уравнения (1), расходится в пределе $\xi = 0$, но при любом конечном значении ξ ряд (2) абсолютно сходится и определяет голоморфную функцию константы связи g_0 (регуляризованная теория возмущений). Исходя из уравнения (1), можно показать, что (2) представляется в виде

$$u(\xi, r) = Z_{\xi} \left\{ \omega_1(\xi) u_1(r) + \omega_2(\xi) u_2(r) \right\}, \quad (3)$$

где $u_1(r)$, $u_2(r)$ - решения уравнения Шредингера, а $\omega_1(\xi)$, $\omega_2(\xi)$, а значит и $u(\xi, r)$, удовлетворяют следующему уравнению по параметру обрезания ξ (точное интерполирующее уравнение):

$$\frac{d^2 W}{d\varepsilon^2} - \left\{ 2 \frac{f_2'(\kappa\varepsilon)}{f_2(\kappa\varepsilon)} + \frac{V'(\varepsilon)}{V(\varepsilon)} \right\} \frac{dW}{d\varepsilon} - g_0 V(\varepsilon) W(\varepsilon) = 0, \quad (4)$$

где $f_2(\kappa\varepsilon) \equiv \sqrt{\kappa\varepsilon} \int_{\varepsilon+1/2}^{\infty} (\kappa\varepsilon)$. Для потенциалов отталкивания решения $W_1(\varepsilon), W_2(\varepsilon)$ можно выбрать таким образом, чтобы $W_1(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \infty$, а $W_2(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0$. В этом случае автоматически $U_1(r) \xrightarrow{r \rightarrow 0} 0$, а $U_2(r) \xrightarrow{r \rightarrow 0} \infty$. Тогда в пределе $\varepsilon \rightarrow 0$ получим

$$U(\varepsilon, r) \rightarrow \left\{ Z_\varepsilon W_1(\varepsilon) \right\} U_1(r).$$

Полагая $Z_\varepsilon \equiv Z/W_1(\varepsilon)$, найдем, что $U(r) \rightarrow Z U_1(r)$, где $U_1(r)$ — точное убывающее решение уравнения Шредингера. Это утверждение верно для любых сингулярных потенциалов отталкивания (в случае притяжения $W_1(\varepsilon)/W_2(\varepsilon)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ не стремится ни к какому пределу).

Основным результатом, описанном в первой главе, является формулировка метода дифференциальной интерполяции, позволяющего построить уравнение типа (4), если известно конечное число членов регуляризованной теории возмущений

$$U(\varepsilon, r) = Z_\varepsilon \sum_{n=0}^N g_0^n U^{(n)}(\varepsilon, r) + \dots \quad (5)$$

Удобно сформулировать МДИ на конкретном примере^{/27/}. Например, для потенциала $g_0 V(r) = g^2 r^{-4}$ при $\kappa = \ell = 0$, исходя из уравнения (I), получим, что (5) записывается в следующем виде ($\Psi \equiv U(r)$):

$$\Psi(D, r) = Z_D \left\{ 1 + g^2 \left[\frac{1}{2} D^2 - \frac{1}{2} D + \frac{1}{2r^2} \right] + \dots \right\} = \varphi^{(0)} + \varphi^{(2)} + \dots \quad (6)$$

Тогда уравнение типа (4) можно искать в виде

$$(gD)^2 C_0^{(0)} \varphi^{(0)} + C_0^{(1)} \varphi^{(1)} + C_1^{(1)} D \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial D} + C_2^{(1)} D^2 \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial D^2} + \dots = 0. \quad (7)$$

Члены ряда регуляризованной теории возмущений (6) удовлетворяют (7), если только $C_0^{(1)} = C_1^{(1)} = 0$, $C_0^{(0)} = -C_2^{(1)}$. Таким образом, выписанные члены ряда (6) удовлетворяют уравнению

$$D^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial D^2} - (Dg)^2 \varphi = 0, \quad (8)$$

которое совпадает с (4). Представление (3) запишем тогда в виде

$$\Psi(D, r) = Z_D \sqrt{gD} \left\{ I_{1/2}(gD) \varphi_1(r) + K_{1/2}(gD) \varphi_2(r) \right\}. \quad (9)$$

Каждый член выражения (9), как и (3), может неаналитически зависеть от константы связи g^2 , в то время как их сумма есть голоморфная функция константы связи g^2 . Разлагая теперь оба члена соотношения (9) по g , получим

$$\Psi(D, r) = Z_D \left\{ [gD + \dots] \left[\varphi_1^{(0)} + g \varphi_2^{(1)} + g^2 \varphi_1^{(2)} + \dots \right] + \left[1 - gD + \frac{1}{2} (gD)^2 + \dots \right] \left[\varphi_2^{(0)} + g^2 \varphi_2^{(1)} + \dots \right] \right\}. \quad (10)$$

Сравнивая (10) с (6), находим $\varphi_1^{(0)}, \varphi_1^{(1)}$ и т.д. Подставив их явные значения в (9) и перейдя к пределу $D \rightarrow \infty$, окончательно получаем ($Z \equiv Z_D \sqrt{gD} I_{1/2}(gD)$)

$$\varphi(\infty, r) = \mathcal{L} \left\{ 1 - g \frac{1}{r} + g^2 \frac{1}{2r^2} + \dots \right\}. \quad (\text{II})$$

Легко показать, что в данном порядке теории возмущений интерполированное решение (II) совпадает с убывающим точным решением, которое мы получим, решая уравнение Шредингера при $k = \ell = 0$ с потенциалом $V(r) = g^2 r^{-4}$. Одним из основных результатов, описанных в первой главе, является доказательство того факта, что уравнение (4) можно получить, зная только два первых члена регуляризованной теории возмущений (2) при любом неренормируемом потенциале и любых отличных от нуля k и ℓ . Тогда интерполированная волновая функция $\varphi(\infty, r)$ совпадает с убывающим точным решением $u_1(r)$ с точностью до членов порядка g_0^N , т.е.

$$u_1(r) = \varphi(\infty, r) + O(g_0^{N+1}),$$

где N - число вычисленных членов регуляризованной теории возмущений (5).

В § 2 метод дифференциальной интерполяции применяется для вычисления поправок к волновой функции при $k=0$ в случае сингулярных неренормируемых потенциалов $g_0 V(r) = g^2 r^{-3}$, $g^4 r^{-6}$.

В § 3 на примере потенциала $g_0 V(r) = g^2 r^{-4}$ предлагается модификация метода дифференциальной интерполяции в случае малых, но отличных от нуля k^2 , так как уравнение (4) в общем случае решить невозможно.

В заключавшей главу § 4 проводится сравнение интерполированных решений с приближениями "ператизации"^{/4/} и обрезанием на "унитарном пределе"^{/29-30/}. На примерах сингулярных потенциалов,

рассмотренных в предыдущих параграфах, показано, что ператизованные решения могут сильно отличаться от интерполированных и точных и более разумную качественную оценку поправок от высших приближений дает обрезание на "унитарном пределе".

В главе II исследуется квазипотенциальное уравнение для скалярных частиц в импульсном пространстве. Показано, что интегральное квазипотенциальное уравнение для парциальных амплитуд рассеяния $f_\ell(p, p')$ скалярных частиц одинаковой массы m в случае квазипотенциалов вида $V(r) = g r^{-2n+1}$ ($n = 1, 2, \dots$) можно свести к достаточно простому дифференциальному уравнению порядка $2n$ с определенными граничными условиями в нуле и на бесконечности; проведено подробное исследование для простейшего неренормируемого потенциала $V(r) = g r^{-3}$ ^{/31/}. В этом случае в импульсном пространстве получено следующее интегральное квазипотенциальное уравнение

$$f_\ell(p, p') = V_\ell(p, p') + \frac{g}{2(4\ell^2 - 1)} \left\{ \int_0^p \frac{dq}{\sqrt{q^2 + m^2}} \frac{f_\ell(q, p')}{k^2 - q^2} + \left[\frac{q^{\ell+1}}{p^{\ell-2}} \left(1 - \frac{2\ell-1}{2\ell+3} \frac{q^2}{p^2} \right) \right] + \int_p^\infty \frac{dq}{\sqrt{q^2 + m^2}} \frac{f_\ell(q, p')}{k^2 - q^2} \left[\frac{p^{\ell+1}}{q^{\ell-2}} \left(1 - \frac{2\ell-1}{2\ell+3} \frac{p^2}{q^2} \right) \right] \right\}, \quad (\text{I2})$$

где квазипотенциал $V_\ell(p, p')$ имеет вид

$$V_\ell(p, p') = \frac{g}{2(4\ell^2 - 1)} \left\{ \Theta(p-p') \frac{p^{\ell+1}}{p^{\ell-2}} \left[1 - \frac{2\ell-1}{2\ell+3} \frac{p^2}{p^2} \right] + \Theta(p'-p) \frac{p'^{\ell+1}}{p'^{\ell-2}} \left[1 - \frac{2\ell-1}{2\ell+3} \frac{p'^2}{p'^2} \right] \right\}. \quad (\text{I3})$$

Интегральное уравнение (I2) последовательным дифференцированием можно свести к следующему дифференциальному уравнению

$$f_2(p, p') \equiv f(p)$$

$$f^{(4)}(p) - 2\ell(\ell+1)p^{-2}f^{(2)}(p) + 4\ell(\ell+1)p^{-3}f^{(1)}(p) + \ell(\ell+1)(\ell-2)(\ell+3)p^{-4}f(p) = g\delta(p-p') + \frac{g}{\sqrt{p^2+m^2}} \frac{f(p)}{k^2-p^2} \quad (I4)$$

с соответствующими граничными условиями.

Доказаны существование и единственность решения квазипотенциального уравнения (I4) при $\text{Re} \ell > 1/2$. В § 2 получено разложение амплитуды рассеяния при малых значениях константы связи g и $\text{Re} \ell > 1/2$. Решения однородного уравнения, соответствующего (I4) при $k=m=0$, выражаются через функции Мейера^{/32/} и имеют вид ($gP \equiv x$):

$$f_{1,2}(x) = G_{04}^{20}(x e^{\pm i\pi} | \ell+3, \ell+1, 2-\ell, -\ell) \quad (I5)$$

$$f_{3,4}(x) = G_{04}^{40}(x e^{\pm i\pi} | \ell+3, \ell+1, 2-\ell, -\ell).$$

Используя разложение решений (I5) вблизи нуля, можно показать, что решение неоднородного уравнения (I4) в случае малой константы связи представляется в виде ряда по степеням g и $\ell \ln g$ (модифицированный ряд теории возмущений):

$$f_e(p, p') = \sum_{\alpha, \beta=0}^{\infty} g^{\alpha(\ell)} (\ell \ln g)^{\beta(\ell)} f_e^{\alpha(\ell)\beta(\ell)}(p, p'), \quad (I6)$$

где $\max \beta(\ell) \leq \max \alpha(\ell)$, а $f_e^{\alpha(\ell)\beta(\ell)}(p, p')$ - функции от p, p' , конкретный вид которых зависит от значения ℓ . В § 3 показано, что уравнение (I4) с соответствующими граничными условиями в случае S -волн ($\ell=0$) не имеет решения. Этот результат получен при $k=m=0$, однако при $k \neq 0, m \neq 0$ члены, нарушающие граничные условия, не изменяются, и поэтому результат сохраняется и в этом случае. Решение при $\ell=0$ предлагается находить аналитическим продолжением по ℓ решений (I5). Оказывается, однако, что найденная таким способом S -волна удовлетворяет интегральному уравнению, в котором к потенциалу $V_0(p, p')$, полученному аналитическим продолжением из области $\text{Re} \ell > 1/2$ к точке $\ell=0$, добавляется определенный полином по p и p' . В § 4 предлагается упрощенная модель для квазипотенциалов $V(\ell) = g z^{-2\ell+1}$, правильно передающая поведение точных решений и позволяющая определить явное выражение контрчлена $V_0^{(c)}(p, p')$ при $n=2$:

$$V_0^{(c)}(p, p') = -\frac{g}{2} \{p^2 p' + p'^2 p\}. \quad (I7)$$

Рассмотренный в данной главе метод исследования амплитуды рассеяния допускает различные обобщения. Его можно применять для построения решений уравнения Бете-Солпитера, Эдвардса, линеаризованных уравнений для одночастичных функций Грина и т.п.

Глава III посвящена формулировке и применению метода дифференциальной интерполяции в квантовой теории поля на примере уравнения Эдвардса^{/33/} с ненормируемым взаимодействием^{/34-36/}. Уравнение Эдвардса выбрано по нескольким соображениям: во-первых, вершинная функция больше всего напоминает волновую функцию нереля-

тивистской теории, а уравнение Эдвардса наиболее близко к уравнению Шредингера, и в случае простейших взаимодействий его даже можно непосредственно свести к уравнению Шредингера. По этой же причине уравнение Эдвардса является наиболее простым объектом для приложения методов, полученных в нерелятивистской теории. Наконец, уравнение Эдвардса в ряде случаев оказывается достаточно простым и допускает строгое исследование и даже точное решение с помощью функций Мейера^{/5,13/}.

В § I дана общая формулировка метода дифференциальной интерполяции в квантовой теории поля. Вычисляется конечное число диаграмм Фейнмана с параметром обрезания $D \equiv \Lambda^2$ (аналогично (5) и (6)):

$$F(g, \Lambda^2, \dots) = gF_1 + g^2 F_2(\Lambda^2, \dots) + g^3 F_3(\Lambda^2, \dots) + \dots, \quad (18)$$

где в $F(g, \Lambda^2, \dots)$ многоточием обозначены инвариантные импульсные переменные.

Затем строится дифференциальное интерполирующее уравнение по Λ^2 , которому удовлетворяет выписанное конечное число членов ряда регуляризованной теории возмущений (14) (аналогично (7)) и находится точное решение этого уравнения в виде, аналогичном (9):

$$F_x(g, \Lambda^2, \dots) = \sum_{i=1}^{n_x} f_i(g, \Lambda^2) \varphi_i^{(n)}(g, \dots). \quad (19)$$

Коэффициенты $\varphi_i(g, \dots)$ подбираются посредством сравнения выражений (18) и (19), а затем проводится ренормировка выражений (19) и предельный переход $\Lambda^2 \rightarrow \infty$.

В § 2 метод дифференциальной интерполяции применяется к уравнению Эдвардса в лестничном приближении для вершинной функции взаимодействия векторных частиц A_μ с массой m и скалярными частицами φ_k с массой M с лагранжианом

$$L_{int} = \lambda C_{ijk} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_\mu} A_k^\mu,$$

где C_{ijk} - структурные константы некоторой группы симметрии (VPP - вершина). Показано, что решения, полученные методом дифференциальной интерполяции, правильно передают аналитические свойства точных решений. В § 3 на примере VPP - вершины проведено сравнение интерполированных и точных решений с приближениями "ператизации"^{/4/} и обрезания на "унитарном пределе"^{/29,30/}. Это сравнение представляет интерес с точки зрения эффективности различных приближенных методов, применяемых в теории поля и позволяет оценить пределы их применимости. В § 4 метод дифференциальной интерполяции применяется к уравнению Эдвардса в лестничном приближении в случае $WPII$ - взаимодействия (VPP - вершина) с лагранжианом взаимодействия

$$L_{int} = g \varepsilon_{ijkl} \partial_i \omega_j \partial_k \vec{p}_l \cdot \vec{\pi}.$$

В этом случае также показана близость интерполированного решения к точному.

В заключении изложены основные выводы проведенного исследования.

Приложение содержит описание общих свойств G -функций Мейера. В § 2 показан путь получения разложения G -функций в нуле, если любые два параметра отличаются на целое число.

Основные результаты диссертации были опубликованы в работах/27, 28, 31, 34-36/ и докладывались на всесоюзных и международных конференциях, семинарах и школах, на сессиях ОЯФ АН СССР.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. "Введение в теорию квантованных полей". ГИИТЛ, Москва, 1957.
2. S.Okubo. Progr. Theor. Phys., 11, 80, (1954).
3. T.D.Lee. Phys. Rev. 128, 899, (1962).
4. G.Feinberg, A.Pais, Phys. Rev., 131, 2724 (1963);
133, B477 (1964).
5. B.A.Arbuzov, A.T.Filippov, Nuovo Cim. 38, 796 (1965).
6. R.Sawyer, Phys. Rev., 134, B448 (1964).
7. В.С.Гетманов, А.Т.Филиппов, ТМФ, 8, 3, (1971).
8. А.Т.Филиппов, Proc. Conf. Weak Int. Preprint CERN, 69-7, Geneva, 1969.
9. Б.А.Арбузов, И.М.Атакишиев, А.Т.Филиппов, ЯФ 7, 690 (1968).
10. M.A.Bagi, Belg., Ann. Phys., 27, 183, (1964)
11. B.A.Arbuzov, Proc. 1970, CERN, School of Phys. CERN, 71-7, Geneva, 1971.
12. Ю.Н.Епифанов, А.Т.Филиппов, ЯФ 15, 1286 (1972).
13. M.K.Volkov, Ann. Phys. 49, 202 (1968).
14. R.Arnowitz, S.Deser, Phys. Rev., 100, 349, (1955).
15. Б.М.Барбашов, Л.В.Ефимов. ЖЭТФ, 43, 1057, (1962).
16. N.N.Khuri, A.Pais, Rev. Mod. Phys., 36, 590 (1964).
17. A.Pais, T.T.Wu, Phys. Rev., 134, 1303 (1964).
18. A.Bastai e.a., Nuovo Cim., 30, 1512 (1963).
30, 1532 (1963).
19. B.A.Arbuzov, A.T.Filippov, Phys. Letters, 13, 95 (1964).
20. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, Nuovo Cim., 23, 380 (1963).
21. A.N.Tavkhelidze, Lectures on Quasipotential Method in Field Theory. Bombay, Tata Institute of Fundamental Research, 1964.
22. В.Г.Кадышевский, А.Н.Тавхелидзе. "Проблемы теоретической физики", сборник, посвященный Н.Н.Боголюбову в связи с его 60-летием. М., Наука, 1969.
23. А.Т.Филиппов, препринт ОИЯИ 2-4956, Дубна, 1970.
24. А.Т.Филиппов. Материалы III-го совещания по нелокальным теориям поля Д2-7161, Алушта, СССР, 1973.
25. A.T.Filippov, Preprint JINR, E-6936, Dubna, 1973.
26. В.Ш.Гогохия, А.Т.Филиппов, ЯФ 15, 1294 (1972).
27. В.Ш.Гогохия, А.Т.Филиппов, Сообщ. ОИЯИ P2-7142, Дубна, (1973).
28. Б.Л.Иоффе, ЖЭТФ 38, 1608, (1960).
29. Б.Л.Иоффе, В.И.Шабалин, ЯФ 6, 828 (1967).
30. В.Ш.Гогохия, А.Т.Филиппов. Препринт ОИЯИ P2-7518, Дубна, (1973).
31. Luke Y.L., "The Special Functions and their Approximations" v. 1, Academic Press, New York - London, 1969.
32. S.Edwards, Phys. Rev., 90, 284 (1953).
33. В.Ш.Гогохия. ТМФ, 16, 339, (1973).
34. В.Ш.Гогохия, Труды Школы молодых ученых по физике высоких энергий, Сухуми, 5-16 октября 1972 г., P2-6867, Дубна, 1972.
35. В.Ш.Гогохия. Препринт ОИЯИ P2-6687, Дубна (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел
12 февраля 1974 года.