

17-58

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 7674

Христо Димитров ПОПОВ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОГЕРЕНТНЫХ СОСТОЯНИЙ  
В ДУАЛЬНЫХ МОДЕЛЯХ

Специальность 01.04.02 - теоретическая  
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1974

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединённого института ядерных исследований

Научные руководители:

Член-корреспондент АН Груз.ССР  
доктор физико-математических наук,  
профессор

А.Н. ТАВХЕЛИДZE

Кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник

Д.Ц. СТОЯНОВ

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук

Б.М. БАРБАШОВ

доктор физико-математических наук

Б.В. СТРУМИНСКИЙ

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Институт физики высоких энергий - Серпухов

Автореферат разослан " " \_\_\_\_\_ 1974 г.

Защита диссертации состоится " " \_\_\_\_\_ 1974 г.

на заседании Учёного совета Лаборатории теоретической физики

Объединённого института ядерных исследований

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ

Учёный секретарь Совета

Р.А. АСАНОВ

2 - 7674

Христо Димитров ПОПОВ

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОГЕРЕНТНЫХ СОСТОЯНИЙ В ДУАЛЬНЫХ МОДЕЛЯХ

Специальность 01.04.02 - теоретическая  
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Объединённый институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Концепция дуальности в физике элементарных частиц возникла после установления А.А. Логуновым, Л.Д. Соловьёвым и А.Н. Тихелидзе правил сумм при конечных энергиях<sup>/1/</sup>, выявивших связь между поведением амплитуды рассеяния в области низких энергий и ее высокоэнергетическим поведением. Анализ  $\pi$ - $N$ - рассеяния с перезарядкой<sup>/2,3/</sup> подтвердил эту связь, и более того - оказалось<sup>/4/</sup>, что вклады от полюсов Редже, описывающие амплитуду при высоких энергиях, не только в среднем, но и локально определяют характер амплитуды в области низких энергий. Этот факт и получили название сильной (локальной) дуальности.

Появление простой узкорезонансной модели<sup>/5/</sup>, удовлетворяющей требованиям дуальности, и ее успехи в описании различных сторон экспериментальных данных стимулировали поиски с целью углубления понимания этого нового понятия. Прежде всего усилия сосредоточились на нахождении путей унитаризации дуальных моделей. Согласно работам (см. /6,9/), выражение для  $n+2$  точечной дуальной диаграммы, которое в форме, предложенной Бардакчи-Рвэга, имеет вид<sup>/10,11/</sup>

$$B_{n+2} \equiv \int d\varphi_{n+2}(x_i, p_i) = \int_0^1 \prod_{i=1}^{n-1} dx_i \int_{\substack{-\alpha(s_i)-1 \\ 1 \leq i \leq n}} \prod_{l=1}^{n-1} (1 - \prod_{l=1}^{n-1} x_l)^{-2\alpha' p_i \cdot p_n - g_i} \quad (I)$$

$$g_{i,n} = (1 + \alpha(0) + \alpha' g_i^+ + \alpha' g_n^-) \delta_{i+n, n}$$

и сопоставляется с мультипериферической диаграммой на рис. I:

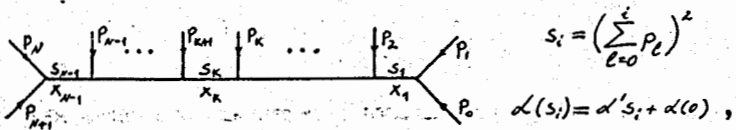


Рис. I.

можно рассматривать как борновское приближение полной амплитуды. Тогда для обеспечения унитарности в следующих порядках теории возмущения нужно построить дуальные диаграммы с одной и более

замкнутыми петлями. Таким образом, эта программа приводит к необходимости сформулировать диаграммную технику, позволяющую строить выражения для произвольных дуальных диаграмм.

Эти вопросы, однако, тесно связаны с проблемой факторизации вычетов полюсных диаграмм по импульсам внешних частиц. Изучение факторизационных свойств  $B_{N+2}$  легче всего производится на основе некоторого операторного формализма, позволяющего записать амплитуду в виде вакуумного среднего от произведения операторов, сопоставляемых с вершинами и пропагаторами диаграммы. Впервые такой подход предложен в работах /12, 13/. Он основан на применении бесконечного набора четырехмерных осцилляторов. Этот формализм, однако, приводит к слишком быстрому (экспоненциальному) росту кратности вырождения резонансных состояний с увеличением энергии.

Другой подход к факторизации  $B_{N+2}$  предложен Д.Ц. Стояновым и А.Н. Тавхелидзе с сотрудниками /14/. В нем используется конечный набор пятимерных осцилляторов с операторами рождения и уничтожения  $a_{i\alpha}^+$ ,  $a_{i\alpha}$  ( $\alpha = 0, 1, 2, 3, 4$ ;  $i = 1, 2, \dots, N$ ), удовлетворяющими коммутационным соотношениям

$$[a_{i\alpha}, a_{j\beta}^+] = \delta_{ij} G_{\alpha\beta}, \quad [a_{i\alpha}, a_{j\beta}] = [a_{i\alpha}^+, a_{j\beta}^+] = 0$$

$$-G_{00} = G_{11} = G_{22} = G_{33} = G_{44} = 1, \quad G_{\alpha\beta} = 0 \quad \text{для } \alpha \neq \beta. \quad (2)$$

При этом гамильтониан системы имеет вид

$$H = \sum_{i=1}^N H_i = \sum_{i=1}^N (a_i^+ a_i) = \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{\alpha, \beta=0}^4 G^{\alpha\beta} a_{i\alpha}^+ a_{i\beta} \right\}. \quad (3)$$

В этом подходе существенную роль играют когерентные состояния введенных осцилляторов. На целесообразность использования подобных состояний для описания рассеяния адронов при высоких энергиях указывалось также в работе В.А. Матвеева и А.Н. Тавхелидзе /15/. Главным преимуществом нового способа факторизации является степен-

ной рост числа состояний на данном уровне с ростом соответствующей энергии — факт, подтверждающийся результатами ряда других работ /16-18/. Диаграммная техника, которая была сформулирована в работе /14/, дала возможность записать любую амплитуду  $B_{N+2}$  в виде вакуумного среднего от определенных операторов.

В первых двух параграфах диссертации приводится описание дуальных  $N+2$ -точечных амплитуд и нового способа их факторизации. В работах /19, 20/, которые легли в основу первой части диссертации, было рассмотрено применение данной диаграммной техники для построения дуальных диаграмм с замкнутой петлей. Для этой цели удобно ввести некоторую модификацию начальной диаграммной техники, которая непосредственно следует из нее.

Этому вопросу посвящен §3, в котором показано, что диаграммную технику /14/ можно перестроить таким образом, чтобы факторизовать вклады отдельных пятимерных осцилляторов. При этом выражение для  $B_{N+2}$  можно записать в виде:

$$B_{N+2} = \int_0^1 \prod_{i=1}^{N-1} dx_i x_i^{-\alpha(s_i)-1} \prod_{i=1}^N \langle 0 | \Gamma_i | 0 \rangle. \quad (4)$$

Оператор  $\Gamma_i$  зависит только от  $a_i$  и  $a_i^+$ , и с ним можно сопоставить диаграмму рис. 2:

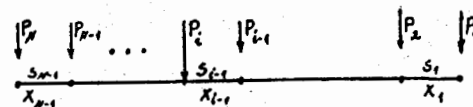


Рис. 2.

По этой диаграмме данный оператор можно построить с помощью следующих правил соответствия:

а/ узлу  $\downarrow P_k$  соответствует оператор

$$V(p_k, a_i, a_{i+1}) = (1 - a_{i+1})^{-2i\sqrt{p_k} \frac{a_i}{a_{i+1}} - g_{ik}}, \quad (5)$$

где  $\rho_{ik}$  - некоторые определённые постоянные;

б/ вершине  $\downarrow P_i$  сопоставляется оператор

$$e^{(P_i a_i^+)} : e^{-H_i} :, \quad P \equiv (-i\sqrt{p_k}, 1), \quad (6)$$

в/ элементу  $\xrightarrow{x_k}$  сопоставляется оператор  $x_k^{H_i}$ .

Построенный согласно этим правилам оператор  $\Gamma_i$  имеет вид

$$\Gamma_i = \prod_{\ell=1}^{N-1} x_\ell^{H_i} \prod_{n=1}^{N-1} (1 - \prod_{\ell=1}^{n-1} x_\ell a_{i\ell})^{-2i\sqrt{p_k} \frac{a_i}{a_{i+1}} - g_{in}} e^{(P_i a_i^+)} : e^{-H_i} : \prod_{\ell=1}^{i-1} x_\ell^{H_i} \prod_{n=1}^i (1 - \prod_{\ell=1}^{n-1} x_\ell a_{i\ell})^{-2i\sqrt{p_k} \frac{a_i}{a_{i+1}} - g_{in}}. \quad (7)$$

Таким образом, в этом подходе получили явное выражение факт соответствия между внешними частицами и операторами. Оператор  $\prod_{i=1}^N \Gamma_i$ , входящий в правую часть равенства (4), показывает, что его можно графически представить с помощью своеобразной расслоенной диаграммы:

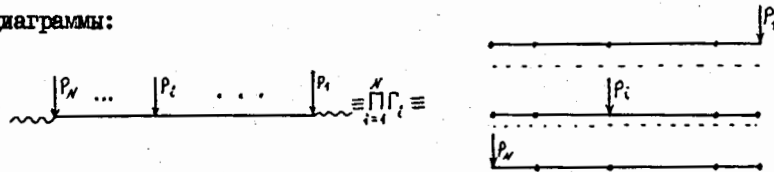


Рис. 3.

Именно такая диаграммная техника легко приводит к формуле для факторизации  $N+2$  - точечной дуальной амплитуды в виде

$$B_{N+2} = \langle \Psi_{N-k+2} | \frac{D_{N-k,k}}{H - d(s_k)} | \Psi_k \rangle, \quad (8)$$

где  $\langle \Psi_{N-k+2} |$  и  $| \Psi_k \rangle$  - дуальные состояния, характеризующие промежуточный резонанс с энергией  $s_k$ . Так, например,  $| \Psi_k \rangle$  имеет

вид

$$| \Psi_k \rangle = \int \prod_{i=1}^{N-1} dx_i x_i^{-d(s_i)-1} \prod_{i=1}^k \Gamma_i | 0 \rangle = \int d\rho_{k+2}(x_i, p_i) e^{\sum_{i=1}^k (P_i a_i^+) \prod_{\ell=1}^i x_\ell} | 0 \rangle, \quad (9)$$

а  $\langle \Psi_{N-k+2} |$  получается из аналогичного выражения путём сопряжения. Графические изображения этих состояний даны на рис. 4.

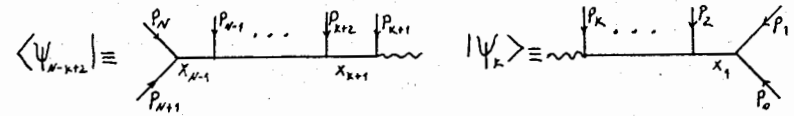


Рис. 4.

В этом случае оператор  $D_{N-k,k}$  непосредственно получается в виде

$$D_{N-k,k} = \prod_{i=1}^k \prod_{m=k+1}^N (1 - a_{im} a_m^+)^{-2i\sqrt{p_k} \frac{a_i}{a_{i+1}} - g_{im}} \quad (10)$$

Предложенная модификация диаграммной техники оказывается весьма удобной для построения выражения  $L_N$  для дуальной диаграммы с одной планарной замкнутой петлей и  $N$  внешними частицами (рис. 5а).

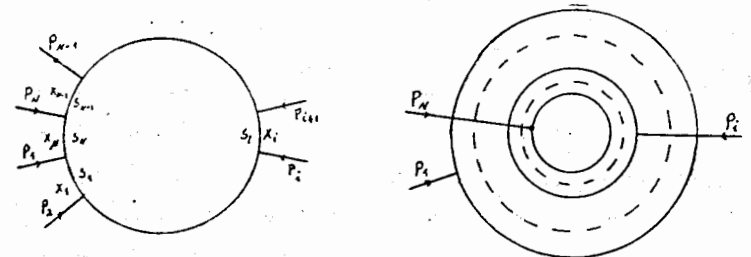


Рис. 5а и 5б

Аналогично случаю мультипериферической диаграммы, ее можно представить также в "расслоенном" виде (рис. 5б), где отдельные линии соответствуют замыканию цепочек типа рис. 2. А так как для замыкания одной цепочки необходимо к  $\Gamma_i$  добавить пропагатор  $x_i^{H_i - d(s_i) - 1}$

и вычислить след от полученного выражения, то для  $L_N$  имеем

$$L_N = \int d^4k \prod_{i=1}^N \left\{ dx_i x_i^{-\alpha(s_i, \omega)-1} \text{Sp} [x_N^{H_i} \Gamma_i] \right\}, \quad (II)$$

где  $K$  - внутренний четырехимпульс петли. Сконструированная таким образом диаграмма обладает тем свойством, что размыкание любой из внутренних линий приводит к диаграмме типа рис. 3. Вычисление следа и интегрирование по  $d^4k$  в формуле (II) приводят к следующему интегральному представлению для  $L_N$ :

$$L_N = -\frac{\pi^2}{d^{1/2}} \int_0^1 \prod_{i=1}^N dx_i \prod_{i \neq n}^N (1 - \prod_{i=1}^N x_i)^{-d' p_i p_n - p_{in}} \frac{\omega^{-d(\omega)-1}}{\omega^{2\omega}} \exp \left\{ \frac{-d'}{\omega} \sum_{i=1, i \neq n}^N s_{in} \ln x_i \ln x_n \right\}, \quad (I2)$$

$$\omega = \prod_{i=1}^N x_i, \quad s_{in} = \left( \sum_{l=1}^n p_l \right)^2.$$

Для  $N=4$  и  $\alpha(0) < 0$  этот интеграл сходится в области  $\alpha(s) < 0$ ,  $\alpha(t) < 0$ , вне которой может быть регуляризован с помощью аналитического продолжения.

В конце параграфа подробно исследовано выражение для  $L_4$  и найдено его асимптотическое поведение:

$$L_4 \xrightarrow{s \rightarrow -\infty} \Delta(t) \Gamma(-\alpha(t)) (-d's)^{\alpha(t)} \ln(-d's). \quad (I3)$$

Вторая часть диссертации посвящена дальнейшему развитию диаграммной техники с целью построения более сложных диаграмм. Поскольку переходы между разными дуальными диаграммами тесно связаны с дробно-линейными преобразованиями, то в пятом, вводимом для этой части параграфе, кратко изложены необходимые сведения о представлениях группы  $SL(2, R)$  в пространстве когерентных состояний пятимерных осцилляторов<sup>/21/</sup>. Показано, что каждой матрице  $g \in SL(2, R)$  можно сопоставить оператор  $\theta_i(g)$ , действие которого выражается формулой

$$\theta_i(g) e^{(2a^+)} |0\rangle = e^{\frac{1}{2}(2a^+)} \frac{\alpha 2a^+ + \beta}{\sqrt{2a^+ + \beta}} |0\rangle, \quad g \equiv \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}, \quad \alpha\delta - \gamma\beta = 1. \quad (I4)$$

В шестом параграфе на основе дуальных уравнений проведено более подробное исследование связей между независимыми переменными, соответствующими разным дуальным диаграммам. В частности доказано, что при любой дуальной замене, сохраняющей мультипериферический характер некоторой части диаграммы, соответствующие этой части переменные Коба-Нильсена<sup>/22, 23/</sup> преобразуются дробно-линейным образом. Для иллюстрации техники перехода от одной диаграммы к другой получены некоторые формулы, необходимые для последующего рассмотрения.

Одно из простейших применений представления группы  $SL(2, R)$  - получение выражения для диаграммы полумультипериферического типа (2I) - (рис. 6), рассмотрено в § 7.

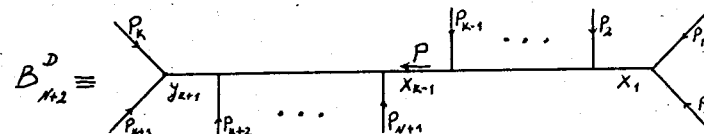


Рис. 6.

Показано, что амплитуда  $B_{N+2}^D$  снова может быть представлена в виде матричного элемента некоторого оператора между состояниями  $|\psi_k\rangle$  и  $\langle \psi_{N-k+2}^D |$ , которые характеризуют правую и левую части диаграммы:

$$B_{N+2}^D = \langle \psi_{N-k+2}^D | \Lambda_k^+(P) \prod_{i=1}^{N+1} \theta_i^+(y_i) (-1) \int_0^1 \prod_{j=1}^{N+1} dy_j y_j^{H_k - d(P^+) - 1} D(-1) \prod_{i=1}^{N+1} \theta_i^-(y_i) \Lambda_0(P) | \psi_k \rangle, \quad (I5)$$

где

$$D = \prod_{i=0}^{k-1} \prod_{n=k}^{k+1} \left( 1 - a_{i,v} a_{n,v}^* \right)^2 \frac{a_i a_n^*}{a_{i,v} a_{n,v}^*} - \delta_{i,n} \quad (16)$$

$$\Lambda_k^+(P) = e^{-i\sqrt{x} P a_{k+1} a_{k+1}^*} \prod_{i=k+1}^{k+1} \left[ L_i^+ e^{a_i^* a_{i,v}^*} L_i^+ \right], \quad \Lambda_0(P) = e^{i\sqrt{x} P a_0^* a_0^*} \prod_{i=0}^0 \left[ L_i e^{a_i a_{i,v}} \right]$$

$$L_i \equiv e^{a_i^* a_i (1 - a_{i,v})} \quad (17)$$

$$g = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

Сравнение формул (8), (10) и (15), (16) показывает, что хотя структура оператора  $D$  и сохраняется, вид пропагатора изменился. Переменная  $y_0$ , связанная с новым пропагатором, выражается через старую переменную  $x_{k-1}$  равенством  $y_0 = \frac{x_{k-1}}{1 - \lambda_{k-1}}$ . Появление операторов  $\Lambda_k^+(P)$  и  $\Lambda_0(P)$  в формуле (15) вызвано отсутствием в  $\langle \Psi_{N-k+2}^p |$   $k$ -го осциллятора, который участвует в  $\langle \Psi_{N-k+2} |$ .

Область сходимости интеграла по  $y_0$  определяется после вычисления матричного элемента (15) и задаётся неравенствами  $\mathcal{L}(P^2) < 0$ ,  $\mathcal{L}((P_{k+1} - P_{k-1})^2) < 0$ .

Представления группы  $SL(2, R)$  в пространстве когерентных состояний дают возможность найти некоторое решение одной из главных проблем, возникающих при построении дуальных диаграмм с петлями. Дело в том, что из результатов работы [14] операторные выражения типа рис. 3 определены неоднозначно. Эта неоднозначность выражается в том, что построенные для  $\Gamma_i$  выражения можно умножать на произвольное количество цепочек, подобных  $\Gamma_i$ , содержащих только пропагаторы и узлы и построенных с помощью осцилляторов, которым не соответствует внешние частицы. В случае мультипериферических диаграмм эта неоднозначность не сказывается, но она проявляется при построении дуальных диаграмм с замкнутыми петлями.

В восьмом параграфе показано, что используя свойство дуальности этих диаграмм, их можно определить таким образом, чтобы в них участвовали только те промежуточные состояния, которые входят в равенство (8). При этом выражение для данных диаграмм вполне аналогично выражению (8), но вместо множителя  $\frac{D}{H - \alpha(s)}$  в него входит более сложный оператор, имеющий смысл собственно-энергетической поправки. Для этой цели с помощью развитой в § 3 диаграммной техники построено выражение для мультипериферической диаграммы с двумя реджионами на концах. Посредством соответствующей дуальной замены из него получена диаграмма (рис. 7). Если в последней фак-

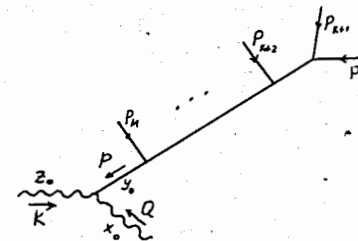


Рис. 7.

торизовать когерентное состояние, описывающее частицы  $P_{k+1}, P_{k+2}, \dots, P_n$ , то получится оператор несимметричной трехреджионной вершины (рис. 8). Оказывается, что выражение для этой вершины может быть подхо-

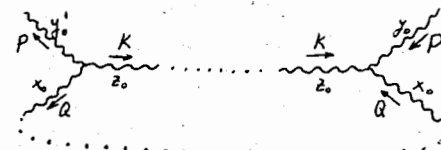


Рис. 8.

дшим образом продолжено и записано с помощью бесконечного числа осцилляторов так, что если к одному из свободных концов

присоединить определённое когерентное состояние, то вклады всех осцилляторов, которым не соответствуют внешние частицы, обращаются в единицу. Далее, соединяя указанные на рис. 8 свободные концы двух таких вершин, мы можем получить оператор  $L^c$ , соответствующий

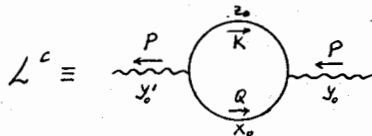


Рис. 9.

рис. 9. Существенной его особенностью является тот факт, что он зависит от бесконечного набора операторов  $c_i^+$ ,  $c_i$  и то, что при его получении учтены вклады в промежуточные состояния всех осцилляторов. Присоединяя к свободным концам диаграммы на рис. 9 произвольные когерентные состояния, мы можем получить выражение для любой мультипериферической диаграммы с собственно-энергетической поправкой в одной из внутренних линий. В конце параграфа показано, что это выражение после дуальной замены совпадает с выражением (12). Таким образом, обнаруженное соответствие между частицами и осцилляторами находит своё обоснование и в случае диаграмм с замкнутыми петлями.

Девятый параграф посвящён получению оператора симметричной трёхреджонной вершины. В подходе Фубини и др. этот вопрос рассмотрен в ряде работ /24, 25/, но отвечающее всем требованиям выражение получено лишь в работе /26/. Там показано, что невозможно построить оператор вершины так, чтобы он не зависел от входящих в него пропагаторов. Аналогичный результат получается и в подходе с конечным набором пятимерных осцилляторов /27/. Оказывается, что если диаграмму с симметричной трёхреджонной вершиной (рис. 10) записать в виде:

$$B_{LMN} = \int dx dy dz \prod_{\text{канал}} \left\{ \langle \Psi_L | x^{n_a - 2(p^a) - 1} \right\} V(x, y, z; a, e, i) |e_1\rangle |e_2\rangle |e_3\rangle, \quad (19)$$

$x, y, z;$   
 $a, e, i;$   
 $P, Q, K;$   
 $L, M, N$

то оператор вершины  $V$  выражается формулой

$$V = \frac{1}{\Psi(x, y, z)} \prod_{\text{канал}} \left\{ \left( \frac{t+x}{t+y+z} \right)^{-2(p^a) - 1} \prod_{i=1}^{n_a} (1 - \alpha_i) \right\} e^{i \sum k_i \cdot \frac{a_i}{a_i} - p_i} D'_{LM}, \quad (20)$$

$x, y, z; a, e, i;$   
 $P, Q, K; L, M, N$

где  $D'_{LM}$  - оператор типа (10), преобразованный подходящим образом с помощью представления группы  $SL(2, R)$ ,  $\Psi(x, y, z)$  и  $f(x, y, z)$  - симметричные иррациональные функции переменных  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Именно

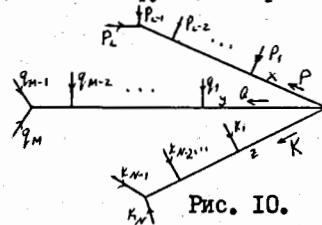


Рис. 10.

наличие этих функций не позволяет выделить переменные пропагаторов из оператора трёхреджонной вершины. Нужно отметить, однако, что это не является особенностью метода факторизации, а есть следствие иррационального характера дуальных связей.

В последнем, девятом, параграфе найден оператор переключивания /13, 25, 29/, с помощью которого можно менять порядок следования внешних частиц, т.е. совершать переходы от состояния, изображенного на рис. 11а, к состоянию на рис. 11б:

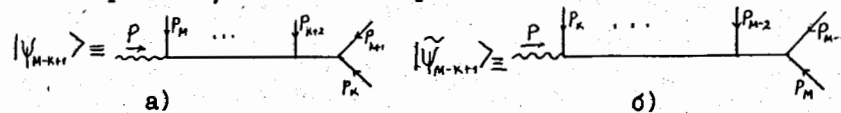


Рис. 11.

$$|\widetilde{\Psi}_{M-K+1}\rangle = \Omega |\Psi_{M-K+1}\rangle \quad (21)$$

Оказывается, что  $\Omega$  имеет вид



$$\Omega = (-1)^{\sum_{i=1}^M H_i} \mathcal{J} \Lambda, \quad (22)$$

где  $\Lambda$  задаётся формулой типа (17), а  $\mathcal{J}$  - оператор зеркального отражения

$$\mathcal{J} = : e^{\sum_{i=1}^M [(a_i^+ a_{i+1}^-) - (a_i^+ a_i^-)]} : , \quad (23)$$

с помощью которого по формуле

$$\mathcal{J} \vec{R}_{KM}^+ \mathcal{J}^+ = \vec{R}_{KM}^- \quad (24)$$

можно перейти от диаграммы рис. 12а к диаграмме рис. 12б:

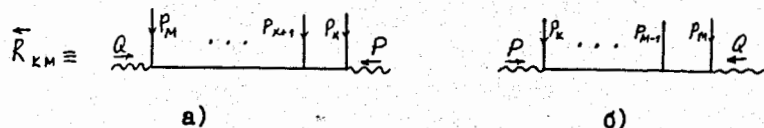


Рис. 12.

Операторы  $\Omega$  и  $\mathcal{J}$  находят применение как при построении диаграмм с непланарными замкнутыми петлями, так и для получения полной, симметризованной по всем импульсам амплитуды.

Основные результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР, на всесоюзных и международных совещаниях и конференциях и опубликованы в работах: /19, 20, 21, 27 и 28/.

Литература:

1. A.A. Logunov, L.D. Soloviev, A.N. Tavkhelidze. Phys. Letters 14B, 181 (1967).
2. V.A. Meshcheryakov, K.V. Rerikh, A.N. Tavkhelidze, V.I. Zhuravlev, Phys. Letters 25B, 341 (1967).
3. R. Dolen, D. Horn, C. Schmid, Phys. Rev. 166, 1768 (1968).
4. C. Schmid, Phys. Rev. Letters 20, 689 (1968).
5. G. Veneziano, Nuovo Cim. 57A, 190 (1968).
6. K. Kikkawa, B. Sakita, M.A. Virasoro, Phys. Rev. 184, 1701 (1969).
7. K. Kikkawa, S. Klein, B. Sakita, M.A. Virasoro, Phys. Rev. D1, 3258 (1970).
8. D. Amati, C. Bouchiat, L. Gervais, Lettere al Nuovo Cim. 2, 399 (1969).
9. K. Bardakci, M.B. Halpern, J.A. Shapiro, Phys. Rev. 185, 1910 (1969).
10. K. Bardakci, H. Ruegg, Phys. Rev. 181, 1884 (1969).
11. Chan H.M., Tsou S.T., Phys. Letters 28B, 485 (1969).
12. S. Fubini, D. Gordon, G. Veneziano, Phys. Letters 29B, 679 (1969).
13. S. Fubini, G. Veneziano, Nuovo Cim. 66A, 811 (1969).
14. А.Н. Квинихидзе, Б.Л. Марковски, Д.Ц. Стоянов, А.Н. Тавхелидзе ТМФ, 6, 166, (1971).
15. V.A. Matveev, A.N. Tavkhelidze, JINR preprint E2-5141, Dubna (1970).
16. F. Gliozzi, Lettere al Nuovo Cim. 4, 1160 (1970).
17. A. Rabl, Nucl. Phys. B27, 408 (1971).
18. E. Del Giudice, P. di Vecchia, S. Fubini, Ann. of Phys. 70, 378 (1972).
19. А.Н. Квинихидзе, Х.Д. Попов, Д.Ц. Стоянов, А.Н. Тавхелидзе. ТМФ, 9, 190 (1971).

20. А.Н.Квинихидзе, Б.Л. Марковски, Х.Д. Попов, Д.Ц. Стоянов, А.Н. Тавхелидзе. "Бинарные реакции", Труды межд. сем. Дубна, Д-6004 (1971).
21. Х.Д. Попов, Д.Ц. Стоянов, А.Н. Тавхелидзе. ТМФ, 12, 370 (1972).
22. Z. Koba, M.B. Nielsen, Nucl. Phys. B10, 633; B12, 517 (1969).
23. E. Donini, S. Sciuto, Ann. of Phys. 58, 388 (1970).
24. S. Sciuto, Lettere al Nuovo Cim. 2, 411 (1969).
25. L. Canesi, A. Schwimmer, G. Veneziano, Phys. Letters 30B, 351 (1969).
26. D. Olive, Nuovo Cim. 3A, 399 (1971).
27. Х.Д. Попов, Д.Ц. Стоянов, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ P2-6740, Дубна, -1972.
28. Х.Д. Попов, Д.Ц. Стоянов. Сообщение ОИЯИ, P2-7219, Дубна, (1973).
29. Х.Д. Попов. Сообщение ОИЯИ, P2-7531, Дубна, (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел  
15 января 1974 года.