ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 7463

ВОЛКОВ
Михаил Константинович

ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИЙ ГРИНА В КВАНТОВЫХ ТЕОРИЯХ ПОЛЯ С НЕПОЛИНОМИАЛЬНЫМИ ЛАГРАНЖИАНАМИ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1973

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук — Б.А. Арбузов,
доктор физико-математических наук, член-корреспондент АН СССР — Д.В. Ширков,
доктор физико-математических наук, профессор — Л.Д. Фаддеев.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Математический институт АН СССР им. В.А. Стеклова, г. Москва.

Автореферат разослан "   "   1973 г.

Защита состоится "   "   1973 г. на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А. Асанов

2 - 7463

ВОЛКОВ
Михаил Константинович

ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИЙ ГРИНА В КВАНТОВЫХ ТЕОРИЯХ ПОЛЯ С НЕПОЛИНОМИАЛЬНЫМИ ЛАГРАНЖИАНАМИ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Диссертация посвящена изложению метода построения функций Грина и амплитуд рассеяния элементарных частиц в квантовых теориях поля с неполиномиальными лагранжианами. В таких теориях мы встречаемся с функциями, которые на световом конусе могут иметь существенно особые точки, а в импульсном пространстве при больших значениях импульса растут быстрее любого полинома конечной степени. Методы ренормируемых теорий поля, классическим примером которых является квантовая электродинамика, здесь неприменимы. Поэтому предлагаемый нами математический аппарат будет довольно сильно отличаться от привычных методов ренормируемых теорий поля, развитых и успешно применяемых для описания полиномиально ограниченных по росту импульса физических величин. (См.,например, монографию Н.Н.Боголюбова и Д.В.Ширкова/1/).

Другое, весьма существенное отличие квантовых теорий поля с неполиномиальными лагранжианами от ренормируемых теорий заключается в том, что обычную теорию возмущений по константе связи в первых использовать нельзя, так как в неполиномиальных теориях физические величины имеют неаналитическую зависимость от константы связи g (например, типа $\ln g$). Это видно из некоторых точно решаемых моделей и из расчетов, проводимых методами, отличными от обычной теории возмущений/2-13/.

Ввиду невозможности построения теории возмущений по константе связи, мы будем использовать теорию возмущений по числу вершин, где с каждой вершиной связано сколь угодно много линий (например, $G\exp(g\varphi(x))$). В каждом порядке этой новой теории возмущений по "главной" константе связи G будем учитывать все порядки по другой константе g.

Основным результатом диссертации, по нашему мнению, является разработка математического аппарата, позволяющего описывать в неполиномиальных теориях поля низко-энергетическое поведение частиц с учетом петлевых диаграмм Фейнмана. Расходящиеся интегралы регуляризуются способом, близким к методу аналитического продолжения по степени пропагаторов, перенормировки физических величин становятся конечными и выражаются в терминах констант связи /8-10/.

В диссертации мы показываем, что между методом регуляризации с использованием суперпропагаторной техники и хорошо известным методом регуляризации Паули-Вилларса можно обнаружить весьма заметную аналогию. Регуляризованный суперпропагатор напоминает обычный пропагатор с бесконечным числом вычитаний. Роль компенсирующих полей здесь играют диаграммы с двумя, тремя и т.д. внутренними линиями. Индефинитная метрика вносится с помощью введения параметра γ и устраняется на конечном этапе вычислений, после перехода к пределу $\gamma = 1$. Условия унитарности S- матрицы не нарушаются при использовании нашего метода /14-17/.

В настоящее время существует весьма обширная литература, посвященная исследованию квантовых теорий поля с неполиномиальными лагранжианами. Имеется большое число оригинальных исследований (см., например, ссылки в работах /3,11-13/), а также несколько обзоров по этой теме /11-13, 15,18-19/.

Помимо интенсивного изучения теорий с неполиномиальными лагранжианами, такими, как, например, киральные лагранжианы /20-27/ или лагранжианы, которые эквивалентными преобразованиями сводятся к лагранжианам с экспоненциальной зависимостью от поля /9,11,28,29/

некоторые авторы пытались вводить существенно нелинейную зависимость от поля в обычные полиномиальные лагранжианы и с помощью такой операции строить затем конечную теорию, используя методы типа суперпропагаторных /30,31/.

Из очень большого количества работ, появившихся за последние годы в этом направлении, нам хотелось бы отметить работы Г.В.Ефимова и Е.С. Фрадкина, которые в 1963 году одновременно и независимо друг от друга впервые предложили корректный метод, позволяющий строить конечную теорию с неполиномиальным лагранжианом нелокализуемого типа /30-31/. В 1971 году Салам с сотрудниками исследовал интересную модель электродинамики с учетом гравитации /32/. (См. также ссылки в сборнике /13/). В этих работах был использован метод, развитый нами в 1967 - 1968 годах и получивший впоследствие название суперпропагаторного подхода /2,8,10-12,14-17,28,33-41/. Весьма интересными нам кажутся и работы Лемана, посвященные описанию низкоэнергетического π - π - рассеяния в теориях кирального типа /25/. В этих работах Леман также использовал суперпропагаторный подход.

Из работ, посвященных исследованию и дальнейшему развитию суперпропагаторного подхода, можно отметить работы Х.Лемана и К.Полмайера /42/, А.Салама и Ж.Страздн /43/, М.Каровского /44/, Б.Кека и Ж.Тейлора /45/, Ж.Экера и Ж.Хоперкампа /26/ (см.также сборник /13/).

Существуют, безусловно, и иные способы построения теорий с неполиномиальными лагранжианами. См., например, работы Г.В.Ефимова /30,46-48/, Е.С.Фрадкина /31/, Б.А.Арбузова, Н.М.Атакишиева и А.Т.Филиппова /6,7,49/, А.А.Славнова и Л.Д.Фаддеева /24,50/.

В настоящей диссертации излагается суперпропагаторный метод, применимый в теориях с неполиномиальными лагранжианами.

Она состоит из четырех глав, введения, заключения, двух таблиц и десяти приложений.

В первой главе рассмотрены суперпропагаторы двух типов – $F(x)$ и $\Phi(x)$. В x-пространстве они выражаются через бесконечные ряды по степеням пропагаторов свободных частиц:

$$F(x) = i\sum_{2}^{\infty} C(n)[-i\Delta^c(x)]^n , \qquad (1)$$

$$\Phi(x) = i\sum_{2}^{\infty} C(n)[i\Delta^c(x)]^n . \qquad (2)$$

Функции $F(x)$ и $\Phi(x)$ отличаются друг от друга знаками при свободных пропагаторах. Мы рассматриваем случай безмассовых скалярных частиц. В зависимости от того, каким условиям будут подчиняться коэффициенты $C(n)$, мы будем иметь дело либо с локализуемыми, либо с нелокализуемыми взаимодействиями /51-53/. Для локализуемых взаимодействий коэффициенты $C(n)$ удовлетворяют условию

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} |C(n)|^{1/n} = 0. \qquad (3)$$

Наша задача заключается в построении фурье-образов суперпропагаторов (1) и (2), которые должны быть конечными функциями от p^2 и обладать вполне определенными аналитическими свойствами, указанными во Введении.

В чем заключается суть нашего метода?

Если мы посмотрим на выражения (1) и (2), то нетрудно видеть, что члены бесконечных рядов, через которые выражаются функции $F(x)$ и $\Phi(x)$, начиная с членов, где $n = 2$, при переходе к импульсному пространству будут содержать расходимости тем более высокого порядка, чем больше будет число n. Наш метод основан на том, что степени пропагаторов n в функциях $F(x)$ и $\Phi(x)$ превращаются в комплексные числа z. Затем для рядов (1) и (2) находятся такие интегральные представления, в которых $Re\, z < 2$ во всей области интегрирования. Тогда фурье-образы $\tilde{F}(p)$ и $\tilde{\Phi}(p)$ можно строить, не встречаясь уже с ультрафиолетовыми расходимостями. На конечном же этапе мы вновь возвращаемся от интегральных представлений к рядам.

Заметим, что наши методы будут несколько различны для случаев локализуемого и нелокализуемого взаимодействий. Окончательно для функций $\tilde{F}(p)$ и $\tilde{\Phi}(p)$ мы получаем

$$\tilde{F}(p) = \frac{(-1)}{p^2+i\varepsilon}\sum_{1}^{\infty}\left(\frac{p^2+i\varepsilon}{(4\pi)^2}\right)^n \frac{C(n+1)}{(n-1)!\,n!}\Big\{\ln\Big[\frac{p^2+i\varepsilon}{(4\pi)^2}e^{-i\pi}\Big] + \frac{\partial}{\partial\nu}\big[\ln C(\nu+1)\big]\Big|_{\nu=n} - \psi(n) - \psi(n+1)\Big\} , \qquad (4)$$

$$\tilde{\Phi}(p) = \frac{1}{p^2+i\varepsilon}\sum_{1}^{\infty}\left(-\frac{p^2+i\varepsilon}{(4\pi)^2}\right)^n \frac{C(n+1)}{(n-1)!\,n!}\Big\{\ln\Big[\frac{p^2+i\varepsilon}{(4\pi)^2}e^{-i\pi}\Big] + \frac{\partial}{\partial\nu}\big[\ln C(\nu+1)\big]\Big|_{\nu=n} - \psi(n) - \psi(n+1)\Big\} . \qquad (5)$$

(Здесь $\psi(n)$ – пси-функция Эйлера). Для функции $\tilde{\Phi}(p)$ мы получаем однозначное выражение. Функция $\tilde{F}(p)$ может содержать один неопределенный параметр. Для его исключения необходимо привлекать некоторые дополнительные требования (например, "принцип минимальных сингулярностей" Лемана и Полмайера /42/ для локализуемых взаимодействий).

Во второй главе исследуются высшие порядки теории возмущений по главной константе G /I4,I6-I7, 4I/. Характерные черты теорий с неполиномиальными лагранжианами, проявляющиеся в высших порядках по G, начиная с третьего, связаны с необходимостью определения интегралов от произведения обобщенных функций быстрого роста – суперпропагаторов. Интегралы от их произведений не существуют в обычном смысле и требуют специального определения. Мы показываем, как можно получать конечные выражения для этих интегралов, используя так называемое z – представление для суперпропагаторов

$$\tilde{F}^{\gamma}(p) = \frac{i}{2(p^2+i\varepsilon)} \int\limits_{-0-i\infty}^{-0+i\infty} dz \, ctg\,\pi z \, \frac{\Gamma(-\gamma z)}{\Gamma(z)} C(z+1) \left[\frac{p^2+i\varepsilon}{(4\pi)^2} e^{-i\pi}\right]^z, \qquad (6)$$

$$\tilde{\Phi}^{\gamma}(p) = \frac{(-i)}{2(p^2+i\varepsilon)} \int\limits_{-0-i\infty}^{-0+i\infty} \frac{dz}{\sin\pi z} \, \frac{\Gamma(-\gamma z)}{\Gamma(z)} C(z+1) \left[\frac{p^2+i\varepsilon}{(4\pi)^2} e^{-i\pi}\right]^z \qquad (7)$$

($\tilde{F}(p) = \lim\limits_{\gamma\to 1} \tilde{F}^{\gamma}(p)$, $\tilde{\Phi}(p) = \lim\limits_{\gamma\to 1} \tilde{\Phi}^{\gamma}(p)$). Здесь в суперпропагаторы включены члены, соответствующие свободной частице ($n = 1$ в (I) и (2)). Тщательно исследован третий порядок по G и доказана конечность теории в этом порядке. Показано, как происходит снятие регуляризации (переход к пределу $\gamma_i = 1$). Рассмотрен также произвольный $n^й$ порядок и найдено условие конечности теории в нем.

$$Re\, z < \frac{4}{n} - 1 . \qquad (8)$$

Поскольку это условие всегда можно удовлетворить (см. (6) и (7), то теория остается конечной в любом порядке теории возмущений по G.

Найден порядок роста амплитуд рассеяния в произвольном порядке по G и показано, что он не меняется при переходе от порядка к порядку.

С помощью другого интегрального представления для суперпропагаторов, которое можно назвать спектральным представлением,

$$\tilde{F}^{\gamma}(p) = \int\limits_0^{\infty} d\mu^2 \, \frac{\rho_\gamma(\mu^2)}{\mu^2 - p^2 - i\varepsilon},$$

$$\rho_\gamma(\mu^2) = \frac{C(1)}{\gamma}\delta(\mu^2) - \frac{2i}{(4\pi)^3} \int\limits_{+0-i\infty}^{+0+i\infty} dz \cos\pi z \, \frac{\Gamma(-\gamma z)}{\Gamma(z)} C(z+1) \left(\frac{\mu^2}{(4\pi)^2}\right)^{z-1}, \qquad (9)$$

(и аналогично для $\tilde{\Phi}^{\gamma}(p)$), удалось показать, что любая диаграмма, состоящая из суперпропагаторов, выражается через диаграмму, состоящую из пропагаторов свободных частиц с разными массами. Тем самым вопрос, связанный с проверкой сохранения унитарности S - матрицы в неполиномиальных теориях, можно свести к аналогичному вопросу в обычных теориях. Как таким способом проверяется унитарность S - матрицы, показано на основе конкретного рассмотрения амплитуды рассеяния в третьем порядке по G /I6-I7/.

В третьей главе наш метод обобщается на случай взаимодействия массивных частиц. Здесь уже не удается получить точных выражений для суперпропагаторов. Однако получены приближенные выражения, хорошо описывающие поведение суперпропагаторов в различных областях переменной p^2.

Следует отметить, что неаналитическая структура суперпропагаторов по константе связи g для массивных частиц существенно усложняется по сравнению с безмассовыми частицами. Кроме того, в случае нелокализуемого взаимодействия асимптотическое поведение суперпропагаторов при $p^2 \to \infty$ резко различается для массивных и безмассовых частиц /II-I2/.

В четвертой главе разобран ряд примеров теорий с неполиномиальными лагранжианами. Рассмотрена нейтральная псевдоскалярная теория с псевдовекторной связью скалярных и спинорных полей /9,I5/; не сохраняющее четность слабое взаимодействие нейтрального векторного мезона со спинорным полем /II,I5,29/. Дан краткий вывод основных результатов Салама в гравитационно-модифицированной электродинамике /I5/ и вычислен электромагнитный формфактор пиона в теории кирального типа /I5,27/.

Перечислим основные результаты, содержащиеся в диссертации.

I. Предложен метод построения двухточечных функций Грина – суперпропагаторов в импульсном пространстве в теориях с неполиномиальными лагранжианами. Эти теории описывают широкий класс взаимодействий как локализуемого, так и нелокализуемого типов.

2. Показана явная неаналитическая зависимость функций Грина и амплитуд рассеяния от константы связи g и тем самым незаконность обычной теории возмущений в неполиномиальных теориях.

3. Получены спектральные представления для суперпропагаторов, облегчающие проверку выполнения условий унитарности S-матрицы в высших порядках теории возмущений.

4. Получены интегральные представления для суперпропагаторов, позволяющие строить высшие порядки теории возмущений по главной константе G.

5. Показано, что предлагаемая регуляризационная процедура достаточна для того, чтобы сделать теорию конечной в произвольном порядке по G.

6. Найден порядок роста амплитуд в произвольном порядке теории возмущений. Показано, что он не меняется при переходе от порядка к порядку.

7. Доказана унитарность S-матрицы в третьем порядке по G. Проведены общие исследования n-го порядка по G.

8. Показано, что в случае массивных частиц поведение суперпропагаторов при больших импульсах резко отличается от случая безмассовых частиц в нелокализуемых взаимодействиях. Даны приближенные формулы для описания поведения массивных суперпропагаторов.

9. Найдена аналитическая структура массивного суперпропагатора по константе связи g.

I0. Вычислен электромагнитный формфактор пиона в теории кирального типа.

Эти результаты неоднократно докладывались на всесоюзных и международных конференциях и опубликованы в работах /8-I2,I4-I7, 27,28,33-4I/.

Литература:

I. Н.Н.Боголюбов и Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей, Гостехиздат, Москва, 1957.
2. Труды Международного совещания по нелокальной квантовой теории поля. Препринт ОИЯИ Р2-3590, Дубна (1967).
3. Нелокальные, нелинейные и неренормируемые теории поля. Препринт ОИЯИ 2-5400, Дубна (1970); Препринт ОИЯИ Д2-7161, Дубна (1973).
4. S.Okubo. Prog.Theor.Phys. (Kyoto) II, 80, (1954).
5. T.D.Lee, Phys.Rev., 128, 899 (1962).
6. Б.А.Арбузов, А.Т.Филиппов. Препринт ОИЯИ Е2-3610 Дубна, (1967).
7. А.Т.Филиппов. Препринт ОИЯИ Е2-4189, Дубна (1968).
8. М.К.Волков. ЯФ 6, 1100 (1967).
9. М.К.Волков. Препринт ИТФ-69-5, Киев (1969).
10. M.K.Volkov. Ann.Phys. (N.Y.) 49, 202 (1968).
11. М.К.Волков, ЭЧАЯ т.2, вып.I (1971).
12. M.K.Volkov. Fortschr.Phys. 19, 757 (1971).
13. Nonpolynomial Lagrangians, renormalization and gravity. N.Y. (1971).
14. М.К.Волков. Международная конференция по математическим проблемам квантовой теории поля и квантовой статистики, Д2-6823, стр.6 (1972).
15. М.К.Волков. Препринт ОИЯИ, Д2-7161 Дубна (1973).
16. М.К.Волков. Сообщение ОИЯИ Р2-6393, Дубна (1972).
17. М.К.Волков. ТМФ II, 273 (1972).
18. Д.И.Блохинцев. Препринт ОИЯИ Р2-4941 Дубна (1970).
19. G.V.Efimov, Preprint CERN-Geneva, TH 1087 (1969).
20. F.Gursey, Nuovo Cim. 16, 230 (1960).
21. J.Schwinger. Phys.Lett. 24B, 473 (1967).
22. S.Weinberg. Phys.Rev.Lett. 18, 188 (1967).
23. Д.В.Волков. Препринт ИТФ 69-75, Киев (1969).
24. А.А.Славнов, Л.Д.Фаддеев. ТМФ 8, 297 (1971).
25. H.Lehmann and H.Trute. Nucl.Phys. 52, 280 (1973); H.Lehmann, Phys.Lett. 41B, 529 (1972).
26. G.Eoker and I.Honerkamp. Phys.Lett. 42B, 253 (1972), Nucl.Phys. B52, 211 (1973).
27. М.К.Волков, В.Н.Первушин. Препринт ОИЯИ Е2-7283 Дубна (1973).
28. M.K.Volkov. Commun.math.Phys. 7, 289 (1968).
29. T.D.Lee. Nuovo Cim. 59A, 579 (1969).
30. Г.В.Ефимов. ЖЭТФ 44, 2107 (1963).
31. E.S.Fradkin. Nucl.Phys. 49, 624 (1963).
32. C.J.Isham, A.Salam and J.Strathdee. Preprint IC/71/14, Trieste (1971).
33. М.К.Волков. Препринт ОИЯИ 2-5400, стр.167, Дубна (1970).
34. М.К.Волков. ЯФ 7, 445 (1968).
35. M.K.Volkov. Commun. Math.Phys. 15, 69 (1969).
36. М.К.Волков. Препринт ОИЯИ Р2-3590, стр.114, Дубна (1967).
37. М.К.Волков. Препринт ОИЯИ Р2-4050, стр.56, Дубна (1968).
38. М.К.Волков. ТМФ 2, 197 (1970).
39. М.К.Волков. ТМФ 6, 21 (1971).
40. М.К.Волков. Препринт ОИЯИ, Р2-5569, Дубна (1971).

41. М.К.Волков. Препринт ОИЯИ Е2-6728 Дубна (1972).

42. H.Lehmann and K.Pohlmeyer. Commun.math.Phys. 20, 101 (1971).

43. A.Salam, J.Strathdee. Phys.Rev. D1, 3296 (1970).

44. M.Karowski. Commun.math.Phys. 19, 289 (1970).

45. B.W.Keck and I.G.Taylor. J.Phys. A, 4,441(1971);5,1473 (1972).

46. Г.В.Ефимов. ЖЭТФ 48, 596 (1965).

47. G.V.Efimov. Nucl.Phys. 74, 657 (1965).

48. Г.В.Ефимов. Препринт ОИЯИ Р2-4546 (1969).

49. Н.М.Атакишиев, А.Т.Филиппов. Препринт ОИЯИ Р2-5657 (1971).

50. A.A.Slavnov. Nucl.Phys. B31, 301 (1971).

51. Н.Н.Мейман. ЖЭТФ 47, 1966 (1964).

52. A.M.Jaffe. Ann.Phys. (N.Y.) 32, 127 (1965).

53. Г.В.Ефимов. Препринт ИТФ, 68-52, 68-54,68-55, Киев (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
21 сентября 1973 года.