ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 7035

А.Д.Донков

РАСШИРЕНИЕ S - МАТРИЦЫ ЗА МАССОВУЮ ПОВЕРХНОСТЬ И ГИПОТЕЗА О ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ДЛИНЕ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1973

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук В.Г.Кадышевский

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук А.Н.Лезнов,
доктор физико-математических наук Р.Н.Фаустов

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Математический институт им. В.А.Стеклова АН СССР.

Автореферат разослан "   "   1973 года

Защита диссертации состоится "   "   1973 года
на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
Р.А.Асанов

2 - 7035

А.Д.Донков

РАСШИРЕНИЕ S - МАТРИЦЫ ЗА МАССОВУЮ ПОВЕРХНОСТЬ И ГИПОТЕЗА О ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ДЛИНЕ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Релятивистская теория локальных квантовых полей в настоящее время является единственной последовательной теорией элементарных частиц и их взаимодействий /I-2/. В случае квантовой электродинамики имеется прекрасное согласие между экспериментальными данными и вычислениями по теории возмущений. Следует отметить, что при сегодняшней точности экспериментов это согласие имеет место для широкого круга явлений в масштабах от 10^{-15} см до галактических расстояний.

Однако при всех прагматических успехах этого раздела теории квантованных полей необходимо иметь в виду, что в целом данная теория еще не может считаться удовлетворительной.

В любой полевой теории частиц появляются трудности при попытке объединения пространственно-временной структуры специальной теории относительности и принципов квантовой теории. Именно, при применении правил квантования к лоренц-ковариантным дифференциальным уравнениям, описывающим взаимодействия между полями, из-за наличия бесконечного числа степеней свободы у рассматриваемой системы возникают расходящиеся выражения. С математической точки зрения причина указанных расходимостей - неопределенность произведений сингулярных обобщенных функций с совпадающими особенностями. В частности, это имеет место при решении уравнений квантовой теории поля методами теории возмущений (так называемые ультрафиолетовые расходимости).

В настоящее время многие физики разделяют убеждение, что этот дефект теории носит принципиальный характер и свидетельствует о неприменимости ее для описания физических процессов в малых областях пространства-времени, или, соответственно, в области больших энергий и импульсов.

Имеется обширная литература по так называемым "нелокальным" квантовым теориям поля, в которых из тех или иных физических соображений с привлечением различных математических средств модифицируется вид взаимодействия элементарных частиц в области малых дебройлевских длин волн. (Критический обзор многих попыток построения нелокальных теорий поля дан в монографии[3]). Общим моментом для работ этого направления является введение в теорию новой универсальной постоянной - фундаментальной длины ℓ_0 , определяющей пространственно-временные границы области, за пределами которой "старые" представления о частицах и их взаимодействиях теряют силу.

Одним из самых изящных в математическом отношении способов включения в теорию новой константы ℓ_0 был подход Снайдера[4]. В данной схеме вместо псевдоевклидова импульсного пространства вводится p-пространство постоянной кривизны. Эта идея развивалась далее в работах[5-11].

Существенным продвижением в развитии рассматриваемого направления явилась выдвинутая в работах В.Г.Кадышевского[12-13] гипотеза о том, что геометрию постоянной кривизны несет лишь пространство относительных импульсов.

Как известно, в любой нелокальной теории поля наибольшие трудности связаны с анализом причинных свойств теории. В локальной теории условие причинности в самом общем виде впервые было сформулировано Н.Н.Боголюбовым[14-15]. Для записи условия причинности необходимо выйти за массовую поверхность (м.п.), т.е. экстраполировать S -матрицу в область импульсного пространства, где $p_i^2 \neq m_i^2$ (индекс "i" относится к различным частицам). Выбор определенного варианта расширения за м.п., по существу, эквивалентен принятию конкретного способа описания взаимодействия квантованных полей[16].

Хорошей иллюстрацией этого является релятивистская проблема двух тел. Если расширение S - матрицы за м.п. осуществляется так

же, как в диаграммах Фейнмана, то релятивистская двухчастичная система описывается уравнением Бете-Солпитера. Однако соответствующая волновая функция, будучи зависимой от двух временных аргументов, не допускает обычного вероятностного толкования в духе квантовой механики. Из-за этого оказывается неясным вопрос о граничных условиях. Кроме того, в лестничном приближении, реально используемом в расчетах, уравнение Бете-Солпитера при устремлении массы одной из частиц к бесконечности не приводит к правильному релятивистскому уравнению (Клейна-Гордона или Дирака) во внешнем поле.

Эти недостатки устраняются в квазипотенциальном подходе Логунова и Тавхелидзе[17-18] к релятивистской задаче двух тел, в котором совершается более "экономный" выход за м.п. В результате в данном методе волновая функция выступает как непосредственное обобщение нерелятивистской волновой функции. Она зависит от одного временного аргумента и подчиняется уравнению типа Шредингера. Метод квазипотенциала был эффективно применен как в задачах о связанных состояниях (см. обзор[19]), так и при описании рассеяния на большие и малые углы при высоких энергиях (см. обзор[20]).

Другая формулировка задачи о взаимодействии двух релятивистских частиц была предложена В.Г.Кадышевским[21-22]. В этом методе, используя формализм разложения по матричным элементам унитарных представлений группы Лоренца, удалось построить адекватную формулировку квазипотенциальной теории в конфигурационном представлении[23].

В настоящей диссертации исследован круг вопросов, связанных с проблемой расширения S - матрицы за м.п. в рамках квантовой теории поля, содержащей новую универсальную постоянную - фундаментальную длину ℓ_0 . Развита также трехмерная формулировка задачи двух тел в данном формализме.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и трех приложений.

В первой главе рассматриваются различные аспекты проблемы расширения матрицы рассеяния за м.п.

Характерным моментом для стандартной процедуры расширения является допущение, что 4-пространство импульсов, в котором задаются расширенные объекты (поля, токи, коэффициентные функции S-матрицы и т.д.), представляет собой плоское пространство Минковского. Выдвигается гипотеза, что такой выбор геометрии в р-пространстве является "неудачным" и что именно он несет ответственность за известные трудности теории, связанные с проблемой умножения обобщенных сингулярных функций с совпадающими особенностями. В качестве альтернативы предлагается использовать в формализме расширенной S - матрицы импульсное 4-пространство постоянной кривизны (пространство де Ситтера):

$$p_0^2 - \vec{p}^{\,2} + \frac{\hbar^2}{\ell_0^2} p_4^2 = \frac{\hbar^2}{\ell_0^2} \equiv M^2 c^2 , \qquad (I)$$

где ℓ_0 - фундаментальная длина.
В новой схеме законы взаимодействия элементарных частиц с дебройлевскими длинами волн $\lesssim \ell_0$ должны иметь совершенно другой вид по сравнению с тем, который предписывается обычной локальной теорией поля. Развиваемый метод является применением подхода Кадышевского /21-22/ к задаче об аксиоматическом построении матрицы рассеяния.

Показано, что расширение S - матрицы за массовую поверхность, учитывающее требования геометрии р-пространства де Ситтера, может быть согласовано с условиями релятивистской инвариантности, трансляционной инвариантности, унитарности, спектральности, полноты системы асимптотических состояний.

Во второй главе с помощью специфического преобразования Фурье, существующего в импульсном пространстве постоянной кривизны, введено в рассмотрение новое конфигурационное ξ -пространство, геометрия которого в малых масштабах $\lesssim \ell_0$ чрезвычайно отличается от псевдоевклидовой. Новая координата ξ в нашем формализме непосредственно связана с решением задачи на собственные значения для оператора Казимира группы де Ситтера $SO(2,3)$. В терминах этого пространства обобщено <u>условие причинности</u> S - матрицы:

$$\int e^{i(p_1+p_2)} \left\langle \xi \middle| \frac{\mu_2 p_1 - \mu_1 p_2}{\mu_1+\mu_2} \right\rangle \frac{\delta f(p_1,p_{14})}{\delta \varphi(-p_2,p_{24})}\, d\Omega_{p_1}\, d\Omega_{p_2} = 0 , \qquad (2)$$

$$\left(\mu_1 = \frac{1}{2}\left(p_{14} + \frac{1}{2}\sqrt{(p_1+p_2)_L^2}\right) ; \quad \mu_2 = \frac{1}{2}\left(p_{24} + \frac{1}{2}\sqrt{(p_1+p_2)_L^2}\right) \right),$$

если $\xi \gtrsim 0$, x - произвольное.

Здесь $d\Omega_p$ - элемент объема р-пространства (I), а символ $\xi \gtrsim 0$ имеет следующий смысл:

I) либо ξ принадлежит дискретной серии унитарных неприводимых представлений группы де Ситтера, причем собственные значения оператора времени ξ^0 положительны;

2) либо ξ принадлежит непрерывной серии унитарных неприводимых представлений $SO(2, 3)$.

Условие (2) является непосредственным обобщением боголюбовского условия причинности и переходит в него в пределе $\ell_0 \to 0$.

Далее в этой главе на ряде примеров продемонстрировано, что в развиваемой теории проблема умножения обобщенных сингулярных функций теряет свою остроту. В частности, перестановочные функции и пропагаторы в новой схеме могут быть интерпретированы как обычные (не обобщенные!) функции. Так, перестановочная функция в случае частиц нулевой массы имеет вид:

$$\mathcal{D}(\xi,0)\Big|_{m=0} = \frac{1}{2\pi}\,\mathcal{E}(n)\frac{1}{L+2}\,\delta_{L,-1} \qquad (3)$$

$$|n| \geq L+3\,, \quad L=-1,0,1,\ldots,$$

где

$$\mathcal{E}(n) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad n>0 \\ -1, & \text{если} \quad n<0. \end{cases}$$

(Ср. с известным выражением плоской теории $\mathcal{D}(\xi)\Big|_{m=0} = \frac{1}{2\pi}\,\varepsilon(\xi^0)\,\delta(\xi^2)$).

Если в новой схеме построить аналог выражения

$$g^2\int e^{ip\xi}\,\theta(\xi)\langle 0|[j(\xi),j(-\xi)]|0\rangle\, d\xi\,,$$

которое в обычной теории в g^2 – приближении определяет реальную часть одночастичного пропагатора и, как известно, расходится при малых ξ, то в результате мы получим конечную величину.

Интересно отметить также, что в новой схеме существует спектральное представление типа Челлена-Лемана для двухточечной коэффициентной функции S – матрицы, главной особенностью которого является обрезание спектрального интеграла, или финитность спектральной функции.

В главе III дан вывод квазипотенциальных уравнений типа Шредингера и Липпмана-Швингера для случая частиц с равными и неравными массами. Наш подход является своеобразным объединением и обобщением ряда известных подходов к данной проблеме /23-26/.

Показано, что пространство относительных импульсов в нашем квазипотенциальном методе является пространством Лобачевского, реализованном на **верхней** поле гиперболоида

$$p_4^2 - \vec{p}^{\,2} = M^2c^2. \qquad (4)$$

Это позволяет получить уравнения квазипотенциального типа в конфигурационном пространстве и ввести взаимодействие между частицами с помощью локального комплексного квазипотенциала. Уравнение для волновой функции $\psi_{W_q}(\vec{r})$ имеет вид:

$$\left[H_0 + \frac{2\mu_{W_q}V_{W_q}(\vec{r})}{M^2c^2}\right]\psi_{W_q}(\vec{r}) = 2\sqrt{1+\frac{\vec{q}^{\,2}}{M^2c^2}}\;\psi_{W_q}(\vec{r})\,, \qquad (5)$$

где

$$\mu_{W_q} = \frac{m_1m_2c^2}{W_q} = \frac{m_1m_2c^2}{\sqrt{\vec{q}^{\,2}c^2+m_1^2c^4}+\sqrt{\vec{q}^{\,2}c^2+m_2^2c^4}}$$

$$H_0 = 2\,ch\, i\lambda\frac{d}{dr} + \frac{2i\lambda}{r}\,sh\, i\lambda\frac{d}{dr} - \Delta_{\theta\varphi}\frac{\lambda^2}{r^2}\,e^{i\lambda\frac{d}{dr}}$$

$$\Delta_{\theta\varphi} = \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\,.$$

В четвертой главе уравнение (5) применяется для исследования квазипотенциальной амплитуды рассеяния при высоких энергиях. В квазиклассическом приближении показано, что при малых передачах импульса амплитуда имеет эйкональный вид и не содержит фундаментальную массу M. (См. (I)). При больших передачах возникает представление типа Орира с поправкой, зависящей от М:

$$A^{WBK}(\theta,q) \approx e^{-a\sqrt{-t}}\left(1-\frac{a}{24M^2c^2}\,t\sqrt{-t}\right), \tag{6}$$

где t – переданный импульс: $|t| = 4q^2\sin^2\frac{\theta}{2}$.

Из этой формулы ясно, что для проверки гипотезы об искривленном импульсном пространстве, лежащей в основе нашего подхода, прецизионные измерения сечений упругого рассеяния адронов на большие углы при высоких энергиях имеют исключительно важное значение.

В главе У рассмотрена интересная в математическом отношении задача о гармоническом осцилляторе в трехмерном p-пространстве Лобачевского. Соответствующий гамильтониан строится из теоретико-групповых соображений. Показано, что приближенные собственные значения уравнения (5) в рассматриваемом случае даются формулой:

$$\mathcal{E}_{nl} = Mc^2 + \frac{m}{M}\,\mathcal{E}^{(0)}_{nl} + \Delta\mathcal{E}^{(1)}_{nl}, \tag{7}$$

где

$$\mathcal{E}^{(0)}_{nl} = \omega\hbar\left(2n+l+\frac{3}{2}\right). \tag{7a}$$

$$\Delta\mathcal{E}^{(1)}_{nl} = \frac{m^2\omega^2\hbar^2}{16M^3c^2}\left[\left(2n+l+\frac{3}{2}\right)^2 - 3l(l+1) + \frac{33}{4}\right]. \tag{7б}$$

Далее проведено исследование уравнения для S – волны (l = 0), которое относится к типу модифицированных уравнений Матье и имеет

вид:

$$\frac{d^2y}{dz^2} + \left(h - 2\theta\,\mathrm{ch}\,2z\right)y(z) = 0. \tag{8}$$

В Приложении I сконцентрированы необходимые сведения математического характера о пространстве де Ситтера (I).

В Приложении II дана оценка по абсолютной величине функции $\mathcal{D}^{(-)}(\xi,-\xi)_\gamma$, через которую выражается нормальное спаривание между φ – полями в развиваемой схеме.

В Приложении Ш даны необходимые сведения из теории уравнений Матье и получена асимптотика собственных значений уравнения (8):

$$h_n(\theta) \underset{\theta\to\infty}{\sim} 2\theta + 2(2n+1)\sqrt{\theta} + \frac{1}{4}\left(2n^2+2n+1\right). \tag{9}$$

Показано, что известные в литературе соотношения симметрии между собственными значениями уравнения Матье не имеют места в случае больших значений θ.

Основные результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР, на всесоюзных и международных совещаниях, семинарах и конференциях и опубликованы в работах:

I. А.Д.Донков, В.Г.Кадышевский, М.Д.Матеев, Р.М.Мир-Касимов. ТМФ 8, 6I (197I).

2. А.Д.Донков. Препринт ОИЯИ Р2-5527, Дубна, 1970.

3. А.Д.Донков, В.Г.Кадышевский, М.Д.Матеев, Р.М.Мир-Касимов. Препринт ОИЯИ Е2-6992, Дубна (1973), стр. I-83.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. ГИТТЛ, М., 1957.
2. Н.Н.Боголюбов, А.А.Логунов, И.Т.Тодоров. Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля. Москва, Наука, 1969.
3. Д.И.Блохинцев. Пространство и время в микромире. "Наука", М., 1970.
4. H.Snyder, Phys. Rev. 71, 38 (1947); 72, 68 (1947).
5. C.N.Yang, Phys. Rev. 72, 874 (1947).
6. Ю.А.Гольфанд, ЖЭТФ 37, 504 (1959); 43, 256 (1962); 44, 1248 (1963).
7. В.Г.Кадышевский, ЖЭТФ 41, 1885 (1961). ДАН СССР 147, 588, 1336 (1962).
8. Р.М.Мир-Касимов, ЖЭТФ 49, 905, 1161 (1965).
9. G.Cicogna. Nuovo Cim. 42A, 656 (1966).
10. Д.А.Киржниц, В.А.Чечин. ЯФ 7, 431 (1968).
11. А.Н.Лезнов, в сборнике "Труды международного совещания по нелокальной квантовой теории поля", Препринт ОИЯИ Р2-3590 (1967), стр. 52.
12. В.Г.Кадышевский. Сообщения ОИЯИ Р2-5717, Дубна, 1971.
13. В.Г.Кадышевский, статья в сборнике "Проблемы теоретической физики", посвященном памяти И.Е.Тамма, Москва, "Наука", 1972.
14. Н.Н.Боголюбов, ДАН СССР 81, 757, 1015 (1951); 82, 217 (1952).
15. Н.Н.Боголюбов, Изв. АН СССР, сер. физ. 19, 237 (1955).
16. Б.В.Медведев, В.П.Павлов, М.К.Поливанов, А.Д.Суханов. ТМФ 13, 3 (1972).

17. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, Nuovo Cim. 29, 380 (1963).
18. A.N.Tavkhelidze, Lectures on quasipotential method on field theory. Tata institute of fundamental research. Bombay (1964).
19. Р.Н.Фаустов. ЭЧАЯ 3, 238 (1972).
20. В.Р.Гарсеванишвили, В.А.Матвеев, Л.А.Слепченко. ЭЧАЯ 1, 91 (1970).
21. V.G.Kadyshevsky, Nucl. Phys. B6, 125 (1968).
22. V.G.Kadyshevsky, M.D.Mateev, Nuovo Cim. 55A, 275 (1967).
23. V.G.Kadyshevsky, R.M.Mir-Kasimov, N.B.Skachkov, Nuovo Cim. 55A, 223 (1968).
24. I.T.Todorov. Препринт IC/71/75 (1971).
25. V.A.Matveev, R.M.Muradyan, A.N.Tavkhelidze. Preprint E2-3498. Dubna 1967.
26. Н.Н.Боголюбов ТМФ 5, 244 (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел
27 марта 1973 года