ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 6189

П.Н.Боголюбов

О НЕКОТОРЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ УРАВНЕНИЯХ В ТЕОРИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Специальность - 041 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1971

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук Б.А. АРБУЗОВ,

доктор физико-математических наук Р.М. МУРАДЯН,

доктор физико-математических наук В.В. СЕРЕБРЯКОВ.

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Физико-технический институт АН УССР, г. Харьков.

Автореферат разослан "   " ____________ 197   года

Защита диссертации состоится "   " ____________ 1972 года на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Ученый секретарь Совета

Р.А. АСАНОВ

2 - 6189

П.Н.Боголюбов

О НЕКОТОРЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ УРАВНЕНИЯХ В ТЕОРИИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Специальность - 041 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

В физике элементарных частиц проблема релятивистски-инвариантного описания систем двух и трех частиц занимает одно из центральных мест. С одной стороны, основная часть экспериментальных данных в этой области физики получается из опытов по рассеянию, для анализа которых необходимо детальное знание закономерностей взаимодействия, по крайней мере, двух частиц.

С другой стороны, существующая теперь тенденция рассматривать элементарные частицы как сложные образования находит выражение, в частности, в широком применении составных моделей, которые требуют соответствующих методов описания.

В диссертации развиваются методы релятивистски-инвариантного описания систем двух и трех частиц и предлагаются новые приложения этих методов к задачам рассеяния и проблеме связанных состояний.

Первая глава диссертации посвящена исследованию квазипотенциальных уравнений.

В § I рассматривается квазипотенциальное уравнение Логунова-Тавхелидзе /I/:

$$\sqrt{\vec{p}^2+m^2}\left\{\vec{p}^2+m^2-\left(\frac{E}{2}\right)^2\right\}\psi = V(r,E)\psi .$$

Для рассмотрения процессов при высоких энергиях можно пользоваться более простой формой уравнения /2/

$$\left\{\vec{p}^2+m^2-\left(\frac{E}{2}\right)^2-V(r,E)\right\}\psi = 0. \qquad (I)$$

Здесь m - масса, $\frac{E}{2}$ - энергия частицы, квазипотенциал V в общем случае является комплексной величиной, зависящей от полной энергии системы. Мнимая часть квазипотенциала характеризует неупругие процессы, которые могут иметь место в данной системе, и определяет, в частности, ширины энергетических уровней связанных состояний. Это уравнение обобщается/3/ на случай, когда массы частиц m_1 и m_2 различны. Такое обобщение можно произвести с помощью дополнительных условий типа:

$$(p_1^2 - p_2^2)\psi = (m_1^2 - m_2^2)\psi \tag{2}$$

и привести уравнение (I) к двум уравнениям

$$\{\vec{p}^{\,2} + m_j^2 - E_j^2 - V(r,E)\}\psi = 0, \quad j = 1,2, \tag{3}$$

где

$$E_1 = \frac{E}{2} + \frac{m_1^2 - m_2^2}{2E}, \quad E_2 = \frac{E}{2} - \frac{m_1^2 - m_2^2}{2E}.$$

Как видно, каждое из уравнений (3) эквивалентно другому из этих уравнений совместно с дополнительным условием (2).

В § 2 рассматриваются возможные формы квазипотенциальных уравнений для случая, когда одна частица обладает спином I/2, а другая – бесспиновая. Показано, каким образом можно получить два уравнения:

$$\{\gamma_0 E_1 - \vec{\gamma}\vec{p} - m_1 - V(r,E)\}\psi = 0$$

для спиновой частицы, и

$$\{\vec{p}^{\,2} + m_2^2 - E_2^2 + 2m_1 V + V^2 + i\gamma_0\gamma_5 \vec{\sigma}\frac{\partial V}{\partial \vec{r}}\}\psi = 0$$

для бесспиновой. Эти уравнения также связаны условием типа (2). Видно, что, когда расстояние между частицами r увеличивается и квазипотенциал V исчезает, эти уравнения переходят в уравнения свободного движения спиновой и бесспиновой частиц.

В § 3 показывается возможность написания квазипотенциальных уравнений для двух частиц со спином I/2 в форме двух уравнений вида/4/

$$\{\gamma_0^{(j)} p_j^0 - \vec{\gamma}^{(j)}\vec{p}_j - m_j - U_j\}\psi = 0, \quad j = 1,2,$$

где

$$U\binom{1}{2} = \frac{V}{2} \pm \frac{(m_1 - m_2)V}{2(m_1 + m_2 + V)} \mp \frac{i}{2}(\vec{\gamma}^{(1)} + \vec{\gamma}^{(2)})\frac{\partial W}{\partial \vec{r}}; \quad W = \ln\left(1 + \frac{V}{m_1 + m_2}\right).$$

Для рассмотрения высокоэнергетического рассеяния такие уравнения можно упростить, производя преобразование волновой функции, не изменяя её асимптотических свойств:

$$\varphi = e^{W/2}\psi.$$

Удобство полученных в этом случае уравнений состоит в том, что квазипотенциал будет коммутировать со всеми γ-матрицами, входящими в уравнение. Такие уравнения можно также привести к виду (I), в котором квазипотенциал будет зависеть от спинов и масс обеих частиц.

Выполнение условия унитарности S- матрицы является важнейшим требованием при любом рассмотрении процессов рассеяния. В квазипотенциальном методе, на основе уравнения для амплитуды рассеяния, была установлена/5/ важная теорема о том, что если квазипотенциал является эрмитовым оператором, матрица рассеяния S будет унитарной, $S^+S = 1$. Но, при увеличении энергии падающих частиц, в реальной системе кроме упругого канала возникают различные неупругие каналы. Поэтому, если

S-матрица описывает только упругое рассеяние, то для такой двухчастичной S-матрицы мы должны иметь условие недоунитарности: $S^+S\leq 1$, т.е. оператор $1-S^+S$ должен оказаться положительным. В § 4 доказана теорема: если эрмитовский оператор $A=\frac{1}{i}(V-V^+)\geqslant 0$, то мы получим недоунитарную матрицу упругого рассеяния, $S^+S\leq 1$ /6/. В частности, когда $A=0$, т.е. в квазипотенциале отсутствует мнимая часть и он описывает только упругие процессы, имеет место точное равенство $S^+S=1$.

В § 5 рассмотрен механизм возникновения в квазипотенциале положительной мнимой части /7/. Исследуется система с гамильтонианом $H=H_0+H_1$, где H_1 -гамильтониан взаимодействия. В этом случае уравнение для полной амплитуды рассеяния получается в виде:

$$T=-H_1-H_1\frac{1}{H_0-E_0-i\varepsilon}T .$$

Далее амплитуда T "сужается" до чисто упругой, для которой получается уравнение квазипотенциального типа:

$$\tilde{T}=U(E)+U(E)\frac{1}{\mathcal{E}-E-i\varepsilon}\tilde{T},$$

с положительной мнимой частью квазипотенциала. Такое уравнение может быть приведено к виду уравнения Логунова-Тавхелидзе специальным преобразованием, не изменяющим T на энергетической поверхности, а, следовательно, не изменяющим и матрицы упругого рассеяния.

Далее в диссертации применяются четырехмерные методы описания систем двух и трех частиц, значительно более удобные для рассмотрения некоторых задач. В частности, четырехмерное описание используется при построении выражений для токов составных частиц, при анализе структуры их волновых функций и законов сохранения токов. В дальнейшем, на основании тщательного анализа выражений для токов в четырехмерных моделях, показано, как можно написать соответствующие выражения для токов в трехмерных моделях и некоторые преимущества таких выражений.

Во второй главе показывается возможность установления связи между методом когерентных состояний для высокоэнергетического рассеяния /8/ и кварковыми моделями мезонов и барионов, основанными на соответствующих релятивистски- инвариантных уравнениях /9/.

В § I кварковая модель мезонов рассматривается на основе уравнения:

$$\left\{p_1^2+p_2^2+V((x_1-x_2)^2)\right\}\psi(x_1,x_2)=0 , \qquad (4)$$

характеризующего движение кварка (I) и антикварка (2) в мезоне. Здесь производятся стандартные замены переменных для выделения относительного движения кварка-антикварка и вводятся соответствующие импульсы:

$$x_1=x+\xi , \quad x_2=x-\xi ,$$

$$\hat{p}_\alpha=ig_{\alpha\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\alpha} , \quad \eta_\alpha=ig_{\alpha\alpha}\frac{\partial}{\partial \xi_\alpha} .$$

Таким образом, уравнение (4) приводится к виду:

$$\left\{M^2+\eta^2+2V(4\xi^2)\right\}\psi(\xi)=0 . \qquad (5)$$

Существенные трудности решения таких уравнений демонстрируются на простейшем примере гармонического осциллятора:

$$2V(4\xi^2) = \omega^2\xi^2 + c \quad . \tag{6}$$

Решение уравнения (5) с потенциалом (6), получаемое стандартным способом, оказывается либо нековариантным, либо ненормируемым в обычном смысле, кроме того, квадрат массы может принимать отрицательные значения. Имея в виду такую ситуацию, в работе /IO/ мы использовали виковский поворот оси времени, который применяется и здесь, $\xi_0 = i\xi_4$, где ξ_4 -вещественная переменная. Норма $\langle\psi\psi\rangle$ определяется как

$$\int_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdots\!\int \psi^*(\xi)\,\psi(\xi)\,d\xi_1\cdots d\xi_4 \,.$$

При таком определении нормы решение является нормируемым и мы получаем ковариантную форму волновой функции ψ и положительный эквидистантный спектр $M^2 = 2\omega n + M_0^2$.

Рассмотрение уравнения (5) в такой трактовке эквивалентно рассмотрению 4-мерного гармонического осциллятора по способу, изложенному в работе /8/.

Выбрав потенциал, определяющий рассеяние двух мезонов при высокой энергии в виде:

$$W^{(I,II)} = i\sum_{j=1}^{2}\sum_{\ell=1}^{2} G_{j,\ell}^{(I,II)} \sum_{\alpha=0}^{3} g_{\alpha\alpha}\, V_{j,\ell}^{(\alpha)} \quad , \tag{7}$$

где

$G_{j,\ell}^{(I,II)}$ - постоянные, характеризующие взаимодействие кварка $(j=1)$, или антикварка $(j=2)$ в I-й частице (I), с кварком $(\ell=1)$ или антикварком $(\ell=2)$ во 2-й частице (П), можно получить формулу для амплитуды, аналогичную формуле из работы /8/

$$T(s,t) = i(s-u)\,G\,e^{t/2\omega} \,. \tag{8}$$

Формулу такого же вида можно получить не только для случая осцилляторного потенциала, но и для более общего случая вещественной функции $V((x_1-x_2)^2)$.

В § 2 полученные результаты обобщаются на случай модели барионов, характеризуемой следующим уравнением:

$$\Big\{\sum_{j=1}^{3} P_j^2 + U\big((x_1-x_2)^2, (x_1-x_3)^2, (x_2-x_3)^2\big)\Big\}\psi = 0 \,. \tag{9}$$

Здесь также производятся замены для выделения движения центра тяжести и относительного движения и вводятся соответствующие импульсы. Новые переменные X , y , z - импульсы - $\hat{p}$, η , ζ . В этих переменных уравнение (9) будет:

$$\Big\{\frac{M^2}{3} + \eta^2 + \zeta^2 + V(y^2+z^2)\Big\}\psi(y,z) = 0 \,. \tag{IO}$$

Здесь мы также совершаем поворот осей

$$y_0 \to iy_4 \;, \quad z_0 \to iz_4$$

и соответствующим образом определяем норму.

При рассмотрении частного случая осцилляторного потенциала, $V(y^2+z^2) = \frac{\omega^2}{4}(y^2+z^2)+c$, можно получить соответствующий линейный спектр для M^2. Вывод формулы типа (8) для барионов производится в общем случае потенциала вида $V(y^2+z^2)$. Эффективный потенциал, определяющий рассматриваемое рассеяние, выбирается в виде:

$$W^{(I,II)} = i \sum_{j,\ell} G_{j,\ell}^{(I,II)} \sum_{\alpha=0}^{3} g_{\alpha\alpha} V_{j,\ell}^{(\alpha)} ,$$

индексы j относятся к первой частице (I), ℓ - ко второй (П), $j=1,2$, если (I) есть мезон и $j=1,2,3$, если (I) есть барион. Таким образом, можно получить формулу, аналогичную (8):

$$T(s,t) = i(s-u) \sum_{j,\ell} G_{j,\ell}^{(I,II)} F_I(t) F_{II}(t) . \qquad (\text{П})$$

Сравнивая эту формулу с (8), можно видеть, что (П) относится как к мезон-мезонному, так и мезон-барионному и барион-барионному рассеянию.

Такую амплитуду можно использовать для построения соответствующего квазипотенциала и на основе квазипотенциального уравнения получить более точные выражения для амплитуды рассеяния. Если же прямо воспользоваться формулой (П), т.е. пренебречь поправками к борновскому приближению, можно получить следующее выражение для полного сечения:

$$\sigma_{tot} = 2 \sum_{j,\ell} G_{j,\ell}^{(I,II)} .$$

Если интерпретировать $2 G_{j,\ell}^{(I,II)}$ как полное сечение взаимодействия j кварка (антикварка) с ℓ - кварком (антикварком), получим закон аддитивности

$$\sigma_{tot} = \sum_{j,\ell} \sigma_{tot}^{(j,\ell)} ,$$

широко использовавшийся и обсуждавшийся в многочисленных работах. Можно получить обобщения формулы (П) на случай, когда вместо постоянных G используются функции $g(t)$. Для этого достаточно вместо δ- образного взаимодействия в $V_{j,\ell}$ взять размазанное взаимодействие. В случае замены в $V_{j,\ell}$ полных импульсов частиц индивидульными импульсами кварков, потенциал $W^{(I,II)}$ можно рассматривать как взаимодействие через кварковые токи, и амплитуда T будет определяться матричным элементом некоторого оператора, являющегося линейной комбинацией от произведений фурье-компонент трехмерных плотностей кварковых токов.

Третья глава посвящена исследованию токов составных частиц /II/. В первом параграфе подробно изучается унитарная и спиновая структура волновых функций адронов для модели, рассмотренной во второй главе, а также трансформационные свойства этих функций.

В § 2 строятся выражения для электромагнитных и изотопических токов. Для этого в уравнение вводится электромагнитное поле, характеризуемое вектор-потенциалом $\mathcal{U}(x)$, с помощью замены:

$$p_j \to p_j - e(A_j)\,\mathcal{U}(x_j),$$

где $e(A)$- заряд кварка с унитарным индексом A. Матричный элемент для перехода $\phi_p \to \phi'_{p'}$ выразится в виде:

$$\langle \bar{\phi}'_{p'}\, e^{ip'x} H^{(\kappa)}_{el}\, e^{-ipx} \phi_p \rangle = e(\varepsilon \langle \bar{\phi}'_{p'}\, j\, \phi_p \rangle),$$

где ε_ν -

- вектор поляризации,

$$j_\nu = \sum_{r=1}^{3} e^{i\kappa \xi_r} Q(A_r)\, j_{r,\nu}(p', p)$$

-электромагнитный ток, $j_{r,\nu} = \hat{P}_r' \gamma_{r,\nu} + \gamma_{r,\nu} \hat{P}_r$ - ток r- кварка. Чтобы связать матричные элементы таких токов с вероятностью процессов распада $B \to B' + \gamma$, применяется феноменологический метод эквивалентного лагранжиана, который может привести к конкретному результату, если с помощью какой-либо модели задать правила вычисления матричных элементов соответствующих токов. В случае рассматриваемой кварковой модели мы пользуемся матричным элементом $\langle \bar{\phi}'_{p'} j_\nu \phi_p \rangle$, где ϕ_p и $\phi'_{p'}$ - волновые функции, соответствующие барионам B, B'. На этой основе получены формулы для ширин распадов. Далее исследуются законы сохранения векторных токов. Для вырожденных состояний законы сохранения выполняются, однако при снятии вырождения, например, с помощью представления потенциала в виде $V = V_0 + c$, где V_0 - универсальная функция, а c -константа, принимающая разные значения для разных барионов, законы сохранения могут нарушаться. Рассматриваются разные возможности и условия, позволяющие избежать нарушения законов сохранения.

Сделанное во втором параграфе введение выражений для токов содержит некоторый произвол, связанный с тем, что замены

$$p_j \to p_j - e(A_j)\, \mathcal{U}(x_j)$$

совершаются с помощью специального, не единственно возможного представления релятивистского квадрата четырехимпульса, и соответствующие выражения для матричных элементов токов приводят к некоторым трудностям при рассмотрении соотношений между различными формфакторами, в частности, к неправильному значению отношения магнитного и электрического формфакторов протона.

В § 3 рассматриваются возможности модификации выражений для векторных токов. По аналогии с моделью квазинезависимых кварков /I2/ предлагается вводить выражения для токов так, чтобы спинорная часть токов коммутировала с γ_0, а именно, выражать суммарный ток r - кварка в виде

$$\gamma_r \mathcal{P} \mathcal{I}_r + \mathcal{I}_r \gamma_r \mathcal{P}, \quad \mathcal{P} = p_1 + p_2,$$

обладающем удобными для практического применения трансформационными свойствами. Законы сохранения для таких токов выполняются тогда и только тогда, когда они выполняются для обычных токов j_ν. Для компенсации умножения на размерные величины, производимого при симметризации токов, вводятся и вычисляются соответствующие нормировочные коэффициенты.

С помощью введенных симметризованных токов рассматриваются фотоэлектрические процессы. Матричный элемент такого процесса, взятый с помощью симметризованного тока, равен соответствующему элементу, взятому через обычный ток, разделенному на g^3- для барионов и на g^2- для мезонов,

$$g(k) = \left\{ \frac{(M+M')^2 - k^2}{4MM'} \right\}^{1/2}.$$

Таким образом, здесь автоматически получаются результаты работы/I3/, но уже не используются дополнительные параметры. Как мы уже отмечали, в некоторых случаях трехмерные модели являются более удобным способом описания, например, если мы здесь применим уравнение (I0) без временных компонент, в выражениях для матричных элементов появится режущий фактор

$$f = \exp\left\{ -\frac{(M^2 - M_1^2)^2}{4M^2\Omega} \right\},$$

который обеспечивает правильное поведение матричных элементов при большой разнице $M - M'$. Аналогичный фактор, полученный из полуэмпирических соображений, применялся и в работе/I3/.

В § 4 вводятся симметризованные выражения для аксиального тока в виде:

$$I_\nu^{(A)} = \sum_{\tau=1}^{3} e^{ik\xi_\tau} Q_\tau I_{\tau,\nu}^{(A)},$$

$$I_{\tau,\nu}^{(A)} = K\left\{ (P\gamma_\tau) j_{\tau,\nu}^{(A)} + j_{\tau,\nu}^{(A)} (P\gamma_\tau) \right\}, \quad P = P_1 + P_2,$$

где $j_{\tau,\nu}^{(A)}$- обычный аксиальный ток, K -нормировочный множитель, который выбирается так же, как и для векторных токов. На основе таких выражений для аксиальных токов рассматриваются распады барионов типа $B \to B' + \pi$ и вычисляются соответствующие матричные элементы. В качестве взаимодействия, вызывающего такие распады, выбирается псевдовекторное взаимодействие, испускаемые мезоны описываются локальным квантовым полем. Для случая гармонического потенциала формулы для матричных элементов несущественно отличаются от соответствующих формул, полученных в работе/I3/.

Далее, как и в случае векторных токов, рассматривается трехмерная модель и показываются некоторые её преимущества в приложениях к конкретным расчётам.

В § 5 рассматривается вопрос о нахождении формфактора протона. Для малых k^2 в разложении $F(k^2) = 1 + ak^2 + \dots$ структуру $F(k^2)$ определяет коэффициент a, физический смысл которого ясен из равенства

$$a/6 = r_{eff}^2 .$$

Если исходить из экспериментальной формулы для формфактора протона, $a = 2,8$. Для трехмерных и четырехмерных осцилляторных моделей $a = \frac{1}{\Omega}$ и при значении Ω, использованном в работе/I3/, получается неудовлетворительное значение a. Если же по аналогии с простейшей моделью квазинезависимых кварков/I2/ выбрать потенциал в виде скалярной потенциальной ямы бесконечной глубины, получается хорошее согласие с экспериментом $a = 2,6$.

Результаты, включенные в диссертацию, неоднократно докладывались на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР, всесоюзных и международных конференциях, совещаниях и семинарах. Основное содержание диссертации опубликовано в работах/3,4,6,7,9,II/.

Литература:

1. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim. 29, 380 (1963).
2. О.А.Хрусталев, Препринт ИФВЭ СТФ 69-24, Серпухов,1969.
3. P.N.Bogolubov. Prep.ICTP IC-69-76 (1969).
4. П.Н.Боголюбов. ТМФ 5, 244 (1970).
5. A.N.Tavkhelidze. Quasipotential Method in Field Theory. Tata Inst. of Fundamental Researoh, Bombay (1964).
6. P.N.Bogolubov, JINR preprint E2-4417 (1969).
7. П.Н.Боголюбов. Сообщения ОИЯИ Р2-5021, Дубна (1970).
8. V.A.Matveev, A.N.Tavkhelidze, JINR preprint E2-5141 (1970).
9. П.Н.Боголюбов. Сообщения ОИЯИ Р2-5682 ,Дубна (1971).
10. П.Н.Боголюбов, ЯФ 5, 458 (1967).
    П.Н.Боголюбов. Препринт ОИЯИ Р-2186 ,Дубна (1965).
11. П.Н.Боголюбов. Сообщения ОИЯИ Р2-6181,Дубна (1971).
12. P.N.Bogolubov, Ann.Inst.Henry Poincare 8, N.2 163 (1968).
13. R.P.Feynman, M.Kislinger, F.Ravndal. Phys.Rev. D3, 2706 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел
24 декабря 1971 года.