ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2-5980

Р.Н. Фаустов

КОВАРИАНТНАЯ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ СЛАБО СВЯЗАННЫХ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ

Специальность 041 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук

Дубна 1971

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук профессор А.А. Соколов

доктор физико-математических наук профессор Л.Д. Соловьев

доктор физико-математических наук Р.М. Мурадян

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт теоретической физики АН УССР, Киев.

Автореферат разослан " " 1971 года.

Защита диссертации состоится " " 1971 года на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А. Асанов

Р.Н. Фаустов

КОВАРИАНТНАЯ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ СЛАБО СВЯЗАННЫХ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ

Специальность 041 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук

Одной из простейших и наиболее полно разработанных областей применения квантовой механики является теория слабо связанных систем двух частиц. Сюда в первую очередь относятся атомы водорода (e^-p), мюония $(e^-\mu^+)$, позитрония (e^-e^+) мюонный и пионный водород $(\mu^-p$ и $\pi^-p)$ и ядро дейтерия. Водородоподобные (в дальнейшем ВП) атомы являются связанными состояниями двух заряженных частиц, взаимодействующих через электромагнитное поле. В случае дейтрона обычно вводится феноменологический ядерный потенциал.

На протяжении почти всей истории развития квантовой механики и квантовой электродинамики (в дальнейшем КЭД) атом водорода играл фундаментальную роль в проверке основных положений теории /1-4/. ВП системы были также основными объектами исследования в релятивистской квантовой проблеме двух тел. Различные релятивистские и КЭД поправки, вычисленные с помощью соответствующих уравнений, хорошо согласуются с экспериментом.

Причина такого привилегированного положения ВП атомов состоит в том, что, с одной стороны, радиационные и релятивистские поправки к кулоновским уровням энергии малы и могут быть вычислены с высокой точностью по теории возмущений /3,4/. С другой стороны, энергетические уровни этих атомов доступны прецизионному экспериментальному исследованию. Наконец, детально разработана и экспериментально подтверждена теория ВП атомов во внешних электромагнитных полях. Все это вместе взятое делает ВП атомы идеальными системами для проверки справедливости основных положений квантовой механики и КЭД. Изучение дейтрона дает ценную информацию о свойствах ядерных сил.

В релятивистской квантовой теории имеется несколько методов рассмотрения систем двух частиц:

1. Метод ковариантного уравнения Швингера-Бете-Солпитера.

2. Метод "усеченных уравнений" Фока-Тамма-Данкова--Дайсона.

3. Использование комбинации дисперсионных соотношений, впервые строго доказанных Н.Н. Боголюбовым [5], и условия унитарности для амплитуды рассеяния.

Все эти методы не свободны от некоторых недостатков. Наиболее подходящим представляется формализм, который сочетал бы богатую информацию релятивистской квантовой теории поля (например, в виде фейнмановских диаграмм теории возмущений) с простотой и наглядностью физической интерпретации нерелятивистской квантовой механики (уравнение Шредингера). Такой метод был предложен Логуновым и Тавхелидзе [6,7] и получил название квазипотенциального. Он является эффективным средством исследования как свойств связанных состояний [8,9], так и задач рассеяния [10,11].

Система частиц в этом подходе описывается одновременной волновой функцией, удовлетворяющей уравнению типа Шредингера с комплексным, зависящим от энергии и, вообще говоря, нелокальным ядром - квазипотенциалом. Основным достоинством этого уравнения является его трехмерный характер, что проявляется в отсутствии нефизического параметра относительного времени (или соответственно относительной энергии). Перенормировка квазипотенциального уравнения аналогична перенормировке S-матрицы [12].

Ковариантное обобщение квазипотенциального уравнения на основе использования импульсного пространства Лобачевского

было предложено В.Г.Кадышевским [13]. Наш подход, однако, в некоторых отношениях ближе к ковариантной формулировке квазипотенциального метода, рассмотренной в интересных работах В.А.Матвеева, Р.М.Мурадяна, и А.Н.Тавхелидзе [14], где существенную роль играет дополнительное условие Маркова--Юкавы [15]. Ковариантные уравнения квазипотенциального типа исследовались также в работах П.Н.Боголюбова [16] и И.Т.Тодорова [17]. Новый вывод квазипотенциального уравнения в квантовой теории поля содержится в работе [18].

Простейшим приложением указанных выше обобщений является задача нахождения матричных элементов локальных операторов (например, токов) между связанными состояниями. Здесь важное значение имели работы Н.Н.Боголюбова, В.А.Матвеева, А.Н.Тавхелидзе [19], где впервые было введено понятие динамических моментов токов составных частиц. Ценные результаты в этом направлении были получены в модели квазинезависимых кварков П.Н. Боголюбовым [20] и В.П.Шелестом [21].

Диссертация посвящена развитию и обобщению квазипотенциального метода и созданию на этой основе теории слабо связанных составных систем. Диссертация содержит 5 глав и приложение.

<u>Во второй главе</u> дана новая ковариантная формулировка квазипотенциального метода.

В разделе I определена релятивистская волновая функция составной системы, зависящая от одного инвариантного временного параметра. В нерелятивистской квантовой механике состояние системы частиц может быть описано волновой функцией, зависящей от координат (импульсов) частиц в определенный момент времени. Наиболее естественным релятивистски-инвариантным обобщением такого описания является задание волновой функции в собственном времени системы[22]. Для этого нужно направить ось времени по вектору полного импульса системы. Таким образом, понятие одновременности приобретает вполне определенный и лоренц-инвариантный смысл: следует приравнять времена частиц в системе центра масс (с.ц.м.). Физическое обоснование этой процедуры в образной форме дал Эддингтон: "Атом водорода состоит из протона и электрона, но протон сегодня и электрон вчера не образуют атома водорода"[23].

В соответствии с этими идеями определим[24] волновую функцию составной системы в импульсном пространстве следующим образом:

$$(2\pi)^4\,\delta^4(\mathcal{P}-K)\,\Psi_{B\vec{\mathcal{P}}}(\mathring{\vec p}) =$$

$$= \int d^4x_1\, d^4x_2\, e^{ip_1\cdot x_1 + ip_2\cdot x_2}\,\delta(h\cdot x_1 - h\cdot x_2)\,\Psi_{B\vec K}(x_1,x_2), \qquad \text{(I)}$$

где $h^\mu = \frac{\mathcal{P}^\mu}{\sqrt{\mathcal{P}^2}}$, $\mathcal{P} = p_1 + p_2$, $\mathcal{P}^2 > 0$; $\mu = 0,1,2,3,$

$$a\cdot b = a^\mu b_\mu = a_0 b_0 - \vec a\cdot\vec b,$$

$$\Psi_{B\vec K}(x_1,x_2) = \langle 0 | T\{\varphi_1(x_1)\varphi_2(x_2)\} | M, J; \vec K\rangle,$$

M, J, K обозначают массу, спин и импульс связанной системы, а $\varphi_{1,2}$ – полные гейзенберговские операторы поля, преобразующиеся по конечномерным представлениям группы Лоренца. Предполагается, что координаты и импульсы частиц выражены через соответствующие величины в системе центра масс (с.ц.м.):

$$x^\mu_{1,2} = \{L_{\mathcal{P}}\,\mathring{x}_{1,2}\}^\mu = \tau_{1,2}\, h^\mu + \sum_{i=1}^{3} n^{(i)\mu}(\mathcal{P})\,\mathring{x}^i_{1,2},$$

$$\tau_{1,2} = (h\cdot x_{1,2}),$$

$$p^\mu_{1,2} = \{L_{\mathcal{P}}\,\mathring{p}_{1,2}\}^\mu = \mathring{\varepsilon}_{1,2}\, h^\mu + \sum_{i=1}^{3} n^{(i)\mu}(\mathcal{P})\,\mathring{p}^i_{1,2}, \qquad (2)$$

$$\mathring{\varepsilon}_1 + \mathring{\varepsilon}_2 = \sqrt{\mathcal{P}^2}, \quad \mathring{\vec p}_1 + \mathring{\vec p}_2 = 0, \quad \mathring{\vec p} = \mathring{\vec p}_1 = -\mathring{\vec p}_2 .$$

$L_{\mathcal{P}}$ – чистое преобразование Лоренца, такое, что

$$L_{\mathcal{P}}\{\sqrt{\mathcal{P}^2}, \vec 0\} = \{E, \vec{\mathcal{P}}\}.$$

Три линейно независимых четырехвектора

$$n^{(i)\mu}(\mathcal{P}) = L^\mu_{\mathcal{P}\,i}$$

обладают свойствами

$$\mathcal{P}\cdot n^{(i)}(\mathcal{P}) = 0, \quad n^{(i)}\cdot n^{(j)} = -\delta_{ij},$$

$$\Lambda n^{(i)}(\mathcal{P}) = \sum_{j=1}^{3} n^{(j)}(\Lambda\mathcal{P})\, R^{W\,ji}_{\Lambda,\mathcal{P}},$$

где Λ – произвольное преобразование Лоренца, а вигнеровское вращение

$$R^W_{\Lambda,\mathcal{P}} = L^{-1}_{\Lambda\mathcal{P}}\,\Lambda\, L_{\mathcal{P}} . \qquad (3)$$

Таким образом, $\mathring{x}^i$ и $\mathring{p}^i$, с одной стороны, являются пространственными компонентами векторов координат и импульса в с.ц.м., а с другой стороны, их можно рассматривать как параметры, определяющие трехмерные относительные координаты и импульсы частиц в произвольной системе отсчета. При переходе из одной системы отсчета в другую они в этом случае преобразуются по представлению малой группы Лоренца

$$\mathring{\vec x}' = R^W \mathring{\vec x}, \quad \mathring{\vec p}' = R^W \mathring{\vec p} .$$

При таком подходе трехмерные скалярные произведения этих векторов вида $(\overset{\circ}{\vec{x}}\cdot\overset{\circ}{\vec{p}})$, $\overset{\circ}{\vec{x}}{}^2$, $\overset{\circ}{\vec{p}}{}^2$ будут релятивистски-инвариантными величинами, $d\overset{\circ}{\vec{x}}$ и $d\overset{\circ}{\vec{p}}$ – инвариантными элементами объема, а $\delta(\overset{\circ}{\vec{p}}-\overset{\circ}{\vec{q}})$ – инвариантной дельта-функцией. Заметим, что пространство трехмерных относительных координат и импульсов является плоским евклидовым пространством – в отличие от подхода в работах /13/. В то же время представление (2) для импульсов частиц имеет сходство с параметризацией, предложенной в работе /14/.

Аналогичным образом можно определить /24/ ковариантную двухвременную функцию Грина G, которая при наличии связанных состояний с массой M имеет полюса и вблизи такого полюса

$$G(\overset{\circ}{\vec{p}},\overset{\circ}{\vec{q}};\mathcal{P}) \cong \frac{\Psi_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec{p}})\otimes\overline{\Psi}_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec{q}})}{2M(\sqrt{\mathcal{P}^2}-M)}.$$

В разделе 2 рассмотрены некоторые общие свойства квазипотенциального уравнения.

Введем амплитуду рассеяния T вне массовой поверхности с помощью равенства

$$G - G_f = G_f T G_f, \tag{4}$$

где G_f – двухвременная функция Грина свободных невзаимодействующих частиц. Тогда оператор квазипотенциала можно определить следующим образом /6,8/:

$$V = T(1+G_f T)^{-1}, \tag{5}$$

где умножение понимается в операторном смысле, как интегрирование по пространству трехмерных относительных импульсов. Волновая функция связанного состояния при этом удовлетворяет квазипотенциальному уравнению

$$G_f^{-1}\Psi_B = V\Psi_B \tag{6}$$

и условию нормировки /25,26/

$$\overline{\Psi}_{B\vec{\mathcal{P}}}\left[\frac{\partial}{\partial\sqrt{\mathcal{P}^2}}\left(G_f^{-1}-V\right)\right]_{\sqrt{\mathcal{P}^2}=M}\Psi_{B\vec{\mathcal{P}}} = 2M. \tag{7}$$

Функция Грина свободных частиц G_f может быть вычислена /24/ в общем виде для частиц с произвольными спинами и массами:

$$G_f(\overset{\circ}{\vec{p}},\overset{\circ}{\vec{q}};\mathcal{P}) = \frac{(2\pi)^3\delta(\overset{\circ}{\vec{p}}-\overset{\circ}{\vec{q}})}{4\varepsilon_1(\overset{\circ}{\vec{p}})\varepsilon_2(\overset{\circ}{\vec{p}})}\left\{\frac{\Lambda_1^{(+)}(\vec{p}_1^{\,+})\Lambda_2^{(+)}(\vec{p}_2^{\,+})}{\sqrt{\mathcal{P}^2}-\varepsilon_1(\overset{\circ}{\vec{p}})-\varepsilon_2(\overset{\circ}{\vec{p}})} - \right.$$

$$\left. - \frac{\Lambda_1^{(-)}(\vec{p}_1^{\,-})\Lambda_2^{(-)}(\vec{p}_2^{\,-})}{\sqrt{\mathcal{P}^2}+\varepsilon_1(\overset{\circ}{\vec{p}})+\varepsilon_2(\overset{\circ}{\vec{p}})}\right\}, \tag{8}$$

где

$$\Lambda^{(+)}(\vec{p}) = \sum_{\lambda=-s}^{s} u^{\lambda}(\vec{p})\otimes\overline{u}^{\lambda}(\vec{p}),$$

$$\Lambda^{(-)}(\vec{p}) = -\sum_{\lambda=-s}^{s} v^{\lambda}(\vec{p})\otimes\overline{v}^{\lambda}(\vec{p}),$$

$$p_{1,2}^{\pm} = \varepsilon_{1,2}(\overset{\circ}{\vec{p}})h \pm \sum_{i=1}^{3} n^{(i)}(\mathcal{P})\cdot\overset{\circ}{p}{}^{i}_{1,2},$$

$$\overset{\circ}{\vec{p}}_1 = -\overset{\circ}{\vec{p}}_2 = \overset{\circ}{\vec{p}}, \quad \varepsilon_{1,2}(\vec{p}) = \sqrt{m_{1,2}^2+\vec{p}^{\,2}}.$$

Здесь u^{λ} и v^{λ} – положительно- и отрицательночастотные волновые функции свободных частиц со спином s и массой m , а $\Lambda^{(\pm)}$ – обычные операторы Казимира, проектирующие на положительно-и отрицательночастотные состояния.

Поскольку, как видно из формулы (8), оператор G_f , вообще говоря, не имеет обратного, удобно спроектировать все величины, например, на положительночастотные состояния с помощью соотношений типа [24,25]

$$\Psi^{(+)}_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec p}) = \frac{2}{c_1 c_2}\sqrt{\varepsilon_1(\overset{\circ}{\vec p})\varepsilon_2(\overset{\circ}{\vec p})}\;\bar{u}_1(\vec p_1^{\,+})\,\bar{u}_2(\vec p_2^{\,+})\,\Psi_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec p}), \qquad (9)$$

где

$$c_{1,2} = \bar{u}_{1,2}\, u_{1,2} \; .$$

Квазипотенциальное уравнение (6) при этом приобретает вид

$$\left\{ M - \varepsilon_1(\overset{\circ}{\vec p}) - \varepsilon_2(\overset{\circ}{\vec p}) \right\} \Psi^{(+)}_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec p}) =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\overset{\circ}{\vec q}\; V^{(+)}(\overset{\circ}{\vec p},\overset{\circ}{\vec q};\mathcal{P})\,\Psi^{(+)}_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec q}), \qquad (10)$$

а условие нормировки (7) выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{(2\pi)^3}\int d\overset{\circ}{\vec p}\;\bar{\Psi}^{(+)}_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec p})\,\Psi^{(+)}_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec p}) -$$

$$(11)$$

$$-\frac{1}{(2\pi)^6}\int d\overset{\circ}{\vec p}\, d\overset{\circ}{\vec q}\;\Psi^{(+)}_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec p})\left[\frac{\partial}{\partial\sqrt{\mathcal{P}^2}} V^{(+)}(\overset{\circ}{\vec p},\overset{\circ}{\vec q};\mathcal{P})\right]_{\sqrt{\mathcal{P}^2}=M}\Psi^{(+)}_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec q}) =$$

$$= 2M.$$

Если квазипотенциал не зависит от полного импульса системы, то это условие имеет привычный вид, а волновая функция допускает обычную статистическую интерпретацию.

Спроектированная волновая функция $\Psi^{(+)}_B$ обладает простыми трансформационными свойствами:

$$\Psi^{(+)}_{B\vec{\mathcal{P}}}(\overset{\circ}{\vec p}) = \mathcal{D}^{s_1}(R_1^W)\,\mathcal{D}^{s_2}(R_2^W)\,\Psi^{(+)}_{B0}(\overset{\circ}{\vec p}), \qquad (12)$$

где $\mathcal{D}^s(R)$ – хорошо известные матрицы конечных вращений для момента s , а вигнеровские вращения $R^W_{1,2}$ определены формулами типа равенства (3) с $\Lambda = L_{\mathcal{P}}$.
Рассматривались также другие способы проектирования на различные подпространства состояний [14,27].

Все предыдущие формулы легко могут быть обобщены на случай N частиц [14,25]. Для этого достаточно под величиной $\overset{\circ}{\vec p}$ в аргументе волновой функции и функции Грина понимать набор импульсов $\{\overset{\circ}{\vec p}_1, \ldots \overset{\circ}{\vec p}_N\}$ при условии

$$\sum_{n=1}^{N} \overset{\circ}{\vec p}_n = 0 \; ,$$

а дифференциал $d\overset{\circ}{\vec p}$ определить следующим образом:

$$d\overset{\circ}{\vec p} = d\overset{\circ}{\vec p}_1 \ldots d\overset{\circ}{\vec p}_N\,(2\pi)^3\,\delta\Big(\sum_{n=1}^{N}\overset{\circ}{\vec p}_n\Big) \; .$$

В разделе 3 исследованы матричные элементы локальных операторов между связанными состояниями. Следуя работе [28], рассмотрим [24,25] фурье-образ пятиточечной гриноподобной функции в импульсном пространстве

$$R(\overset{\circ}{\vec p},\overset{\circ}{\vec q};\mathcal{P},Q) = \int d^4x_1 d^4x_2 d^4y_1 d^4y_2\, e^{ip_1\cdot x_1 + ip_2\cdot x_2 - iq_1\cdot y_1 - iq_2\cdot y_2}\,\times$$

$$\times\,\delta(h_{\mathcal{P}}\cdot x_1 - h_{\mathcal{P}}\cdot x_2)\,\delta(h_Q\cdot y_1 - h_Q\cdot y_2)\,R(x_1,x_2;y_1,y_2), \qquad (13)$$

где

$$R(x_1,x_2;y_1,y_2)=\langle 0|T\{\varphi_1(x_1)\varphi_2(x_2)\mathcal{J}(0)\bar{\varphi}_2(y_2)\bar{\varphi}_1(y_1)\}|0\rangle,$$

$$\mathcal{P}=p_1+p_2\,,\ Q=q_1+q_2\,,\ h_{\mathcal{P}}=\frac{\mathcal{P}}{\sqrt{\mathcal{P}^2}}\,,\ h_Q=\frac{Q}{\sqrt{Q^2}}\ .$$

$\mathcal{J}(z)$ – произвольный локальный оператор (например, векторного тока). Предполагается, что для координат и импульсов введена параметризация (2), причем вектора $x_{1,2}$ и $p_{1,2}$ выражены через вектора $h_{\mathcal{P}}$ и $n^{(i)}(\mathcal{P})$, а вектора $y_{1,2}$ и $q_{1,2}$ – через h_Q и $n^{(i)}(Q)$. Для функции R получено двумерное спектральное представление, откуда следует, что при наличии связанных состояний функция R имеет полюса и вблизи этих полюсов может быть представлена в виде

$$R(\mathring{\vec{p}},\mathring{\vec{q}};\mathcal{P},Q)\cong\frac{\Psi_{A\vec{\mathcal{P}}}(\mathring{\vec{p}})\langle A|\mathcal{J}(0)|B\rangle\bar{\Psi}_{B\vec{Q}}(\mathring{\vec{q}})}{2M_A 2M_B(\sqrt{\mathcal{P}^2}-M_A)(\sqrt{Q^2}-M_B)}\ .$$

Введем теперь обобщенную вершинную функцию Γ с помощью операторного равенства[24,25]

$$R(\mathcal{P},Q)=G(\mathcal{P})\Gamma(\mathcal{P},Q)G(Q)\ . \qquad (14)$$

Тогда, сравнивая левую и правую части равенства (14) вблизи полюсов, нетрудно получить важное соотношение [24]

$$\langle A|\mathcal{J}(0)|B\rangle=\frac{1}{(2\pi)^6}\int d\mathring{\vec{p}}\,d\mathring{\vec{q}}\,\bar{\Psi}_{A\vec{\mathcal{P}}}(\mathring{\vec{p}})\Gamma(\mathring{\vec{p}},\mathring{\vec{q}};\mathcal{P},Q)\Psi_{B\vec{Q}}(\mathring{\vec{q}})\,,$$

$$\vec{K}_A=\vec{\mathcal{P}},\ \vec{K}_B=\vec{Q},\ \sqrt{\mathcal{P}^2}=M_A,\ \sqrt{Q^2}=M_B\,, \qquad (15)$$

которое является релятивистски-инвариантным определением матричного элемента локального оператора между связанными состояниями. Впервые такого рода соотношение в рамках квазипотенциального метода было получено в работах[19].

В случае, когда $\mathcal{J}(z)$ является оператором сохраняющегося векторного тока, можно вывести[24,25] тождество типа Уорда-Фрадкина-Такахаши

$$(\mathcal{P}-Q)^\mu\Gamma_\mu(\mathcal{P},Q)=Z\left[G^{-1}(\mathcal{P})-G^{-1}(Q)\right]\,, \qquad (16)$$

$$\frac{\mathcal{P}}{\sqrt{\mathcal{P}^2}}=\frac{Q}{\sqrt{Q^2}}\,,$$

где Z – собственное значение оператора заряда. Это тождество позволяет получить условие ортогональности волновых функций и проверить самосогласованность нормировок волновых функций и векторов состояний. Как и раньше, удобно спроектировать функцию R на положительночастотные состояния.

В разделе 4 рассмотрены релятивистские формфакторы составных систем в импульсном приближении. Вершинную функцию Γ обычно удается найти лишь по теории возмущений. В низшем порядке, который соответствует отсутствию взаимодействия между частицами системы (импульсное приближение),

$$\Gamma_{(0)}=G_f^{-1}R_{(0)}G_f^{-1},$$

и после проектирования на положительночастотные состояния в явном виде[24]

$$\Gamma^{(+)}_{(0)}(\overset{\circ}{\vec p},\overset{\circ}{\vec q};\mathcal{P},Q)=\frac{\langle\vec p_1|\mathcal{J}_1(0)|\vec q_1\rangle}{2\sqrt{\varepsilon_1(\overset{\circ}{\vec p})\varepsilon_1(\overset{\circ}{\vec q})}}(2\pi)^3\frac{\varepsilon_2(\vec p_2)\delta(\vec p_2-\vec q_2)}{\sqrt{\varepsilon_2(\overset{\circ}{\vec p})\varepsilon_2(\overset{\circ}{\vec q})}}+(1\leftrightarrow 2), \quad (17)$$

где

$$p_{1,2}=\varepsilon_{1,2}(\overset{\circ}{\vec p})h_{\mathcal{P}}+\sum_{i=1}^{3}n^{(i)}(\mathcal{P})\overset{\circ}{p}{}^{i}_{1,2} \quad , \overset{\circ}{\vec p}=\overset{\circ}{\vec p}_1=-\overset{\circ}{\vec p}_2 \quad ,$$

$$q_{1,2}=\varepsilon_{1,2}(\overset{\circ}{\vec q})h_{Q}+\sum_{i=1}^{3}n^{(i)}(Q)\overset{\circ}{q}{}^{i}_{1,2} \quad , \overset{\circ}{\vec q}=\overset{\circ}{\vec q}_1=-\overset{\circ}{\vec q}_2 \quad ,$$

а матричный элемент оператора $\mathcal{J}_1(0)$ берется между одночастичными свободными состояниями. Таким образом, если известны волновые функции связанной системы (хотя бы приближенно), то можно на основе этих соотношений исследовать различные свойства релятивистских формфакторов составной системы.

Например, выражение для скалярного формфактора системы, состоящей из двух скалярных частиц, при больших передачах импульса в брейтовской системе отсчета имеет вид/24/

$$\mathcal{J}^{B}(\Delta^2)\equiv\langle A|\mathcal{J}(0)|B\rangle\underset{\Delta\to\infty}{\cong}\frac{g}{(2\pi)^3}\int\frac{d\vec p}{2\sqrt{\varepsilon_1(\vec p)\varepsilon_2(\vec p)}}\left\{\overline{\Psi}^{(+)}_{B0}(\vec p)\Psi^{(+)}_{B0}\left(\vec p-\vec\Delta\frac{E\varepsilon_2(\vec p)}{M^2}\right)+\right.$$

$$\left.+\overline{\Psi}^{(+)}_{B0}(\vec p)\Psi^{(+)}_{B0}\left(\vec p+\vec\Delta\frac{E\varepsilon_1(\vec p)}{M^2}\right)\right\}, \quad (18)$$

$$M_A=M_B=M\ ,\ \vec{\mathcal{P}}=-\vec Q=\frac{\vec\Delta}{2}\ ,\ E=\sqrt{M^2+\frac{\vec\Delta^2}{4}}\ .$$

Соотношение (18) находится в явном разногласии с результатами работы/29/. Причина этого разногласия состоит в том, что в работе/29/ было сделано, на наш взгляд, ничем не оправданное предположение о сохранении одновременного характера волновой функции при переходе из с.ц.м. в брейтовскую систему отсчета. Такое предположение, очевидно, противоречит смыслу релятивист-

ской инвариантности и преобразований Лоренца.

Третья глава посвящена исследованию уровней энергии водородоподобных атомов на основе квазипотенциального уравнения.

В разделе 5 рассмотрены различные методы построения квазипотенциала и, в частности, метод, использующий элементы матрицы рассеяния на массовой поверхности/6,30/.

В разделе 6 изучается структура кулоновских уровней энергии в приближении однофотонного обмена/8,31/. Квазипотенциальное уравнение в нерелятивистском пределе сводится к обычному уравнению Шредингера с приведенной массой. Таким образом, в качестве исходного приближения мы имеем кулоновские уровни энергии и волновые функции. В этом состоит основное преимущество квазипотенциального уравнения по сравнению с уравнением Бете-Солпитера, поскольку при работе с последним приходится конструировать сложную вспомогательную волновую функцию. Получены формулы для тонкого (включая лэмбовский сдвиг) и сверхтонкого расщепления кулоновских уровней энергии с учетом эффектов структуры и движения ядра.

Обсуждается недавнее исправление значения поправки порядка α^2 к наклону дираковского формфактора электрона в нуле/32/.

В разделе 7 исследуются поправки к кулоновским уровням энергии, связанные с двухфотонным обменом/8,31,33/. Основное внимание при этом уделено сверхтонкому расщеплению S-уровней. В результате величину расщепления триплетного и синглетного S-уровней удается представить в виде/31/

$$\nu_{hfs} = W(^3S_1) - W(^1S_0) = \nu_F(1+\varkappa_1+\varepsilon+\delta) \quad , \qquad (19)$$

где

$$\nu_F = \frac{8(Z\alpha)^4\mu^3}{3n^3 m_1 m_2}(1+\varkappa_2), \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \quad ,$$

$$\delta = \frac{(Z\alpha)m_1}{\pi(1+\varkappa_2)m_2}\left\{\frac{3m_2^2}{i\pi^2}\int\frac{d^4k}{k^4}N_{1\mu\nu}(k)N_2^{\mu\nu}(k) - 8m_2(1+\varkappa_2)\int_0^\infty\frac{dk}{k^2-2\mu W_c}\right\} ,$$

$$N_{1,2}^{\mu\nu} = \frac{1}{4}\,Sp\left[C_{1,2}^{\mu\nu}\,\frac{1+\gamma_0}{2}\gamma_z\gamma_5\right] , \quad W_c = -\mu\frac{(Z\alpha)^2}{2n^2},\ n=1,2,\ldots$$

$C_{1,2}^{\mu\nu}(k)$ — амплитуда виртуального комптоновского рассеяния вперед, $\varkappa_{1,2}$ – аномальные магнитные моменты, индекс I относится к электрону, а индекс 2 – к протону или мюону, ε обозначает различные радиационные поправки, выражения для которых известны. Основной вклад в величину δ дает полюсный член в комптоновской амплитуде $C_2(k)$, который может быть точно вычислен[33]. Как показывают оценки[31], эффекты "поляризации" протона дают малый вклад. Обсуждаются возможные причины этого явления.

В разделе 8 получена[9] величина расщепления уровней энергии пара- и ортопозитрония с точностью до членов порядка α^5. Найденное выражение совпадает с результатом Карплюса и Клейна[34], полученным гораздо более сложным путем с помощью уравнения Бете-Солпитера.

В разделе 9 проведено сравнение теории с новейшими экспериментальными данными[35]. При этом использовалось новое уточненное значение постоянной тонкой структуры[36]

$$\alpha^{-1} = 137{,}03608\,(26)\ . \qquad (20)$$

Величина сверхтонкого расщепления основного уровня энергии водорода в настоящее время измерена[37] с громадной точностью

$$\nu_H = 1420405751{,}7667(10)\ \text{гц}\ . \qquad (21)$$

Теоретическое значение, полученное на основании формулы (I9), равно

$$\nu_H^{th} = 1420{,}4023\ (1 + \delta_{pol}) \pm 0{,}0057\ \text{Мгц}\ , \qquad (22)$$

где неопределенность в основном связана с ошибкой в значении α. Сравнивая равенства (2I) и (22), мы заключаем, что

$$\delta_{pol} = (2{,}5 \pm 4{,}0) \times 10^{-6}\ .$$

Этот вывод находится в согласии с ожидаемым малым вкладом эффектов "поляризации" протона[31]. Обсуждается также сверхтонкое расщепление уровней энергии мюония и позитрония и лэмбовский сдвиг в атоме водорода. Проведенный анализ показывает, что квазипотенциальная теория связанных состояний плюс КЭД дают прекрасные результаты при описании уровней энергии ВП систем. В настоящее время в этой области атомной физики не имеется ни одного серьезного расхождения теории и эксперимента.

<u>В четвертой главе</u> исследуются электромагнитные свойства составных систем. Здесь в отличие от предыдущей главы, где все рассмотрение проводилось в с.ц.м., существенно используются волновые функции в произвольной системе отсчета.

В разделе I0 найден сдвиг уровней энергии связанной системы в слабом внешнем электромагнитном поле и получено обычное мультипольное разложение[19,24,25]. При этом выражение для магнитного момента связанной системы в брейтовской системе отсчета имеет вид

$$\vec{\mathcal{M}}_B = -\frac{i}{4M}\left[\frac{\partial}{\partial\vec{\Delta}}\times\langle A|\vec{J}(0)|B\rangle\right]_{\vec{\Delta}=0} , \qquad (23)$$

где $J^{\mu}(z)$ – оператор электромагнитного тока.

В разделе II рассмотрены релятивистские поправки порядка $(\vec{p}^2/m^2)$ к магнитному моменту слабо связанной системы двух частиц со спином I/2 (например, дейтрона)[38]. При этом оказывается недостаточным ограничиться импульсным приближением и необходимо учесть следующий член в разложении вершинной функции, явно зависящий от вида взаимодействия между частицами системы

$$\Gamma_{(1)} = G_f^{-1} R_{(1)} G_f^{-1} - V_{(1)} G_f \Gamma_{(0)} - \Gamma_{(0)} G_f V_{(1)} .$$

Этот факт является следствием общих свойств разложений по обратным массам частиц, исследованных в работах В.П.Шелеста[21].

В качестве примеров рассмотрены случаи векторного и скалярного потенциалов. В случае скалярного потенциала магнитный момент связанной системы в S – состоянии равен

$$\vec{\mathcal{M}}^s_B = \frac{e_1}{2m_1}\left\{\left[(1+\varkappa_1)\left(1-\frac{\langle\vec{p}^2\rangle}{6m_1^2}\right)+\frac{\langle\vec{p}^2\rangle}{2m_1m_2} + \frac{m_1+m_2-M}{m_1}\right]\langle\vec{\sigma}_1\rangle - \frac{\langle\vec{p}^2\rangle}{6M}\left[\frac{\langle\vec{\sigma}_1\rangle}{m_2}-\frac{\langle\vec{\sigma}_2\rangle}{m_2}\right]\right\}+(1\leftrightarrow 2). \qquad (24)$$

Поправка $(1-\langle\vec{p}^2\rangle/6m_1^2)$ была впервые получена другим методом П.Н.Боголюбовым[20] в модели квазинезависимых кварков. Последнее слагаемое с квадратными скобками в равенстве (24) является вкладом релятивистского

преобразования волновых функций . Для дейтрона в триплетном S – состоянии при $m_1 = m_2$ это слагаемое обращается в нуль, и выражение (24) совпадает с результатом, найденным другим методом Брейтом[39].

В разделе I2 вычислены g – факторы электрона и протона в ВП атомах[40] с учетом релятивистских и радиационных поправок порядка $\alpha^3(m_1/m_2)$ и $\alpha^2(m_1/m_2)^2$. Для S – состояний магнитный момент атома водорода может быть представлен в виде

$$\vec{\mathcal{M}}_H = \frac{1}{2} g_1^H \frac{e_1}{2m_1}\langle\vec{\sigma}_1\rangle + \frac{1}{2} g_2^H \frac{e_2}{2m_2}\langle\vec{\sigma}_2\rangle . \qquad (25)$$

С точки зрения эксперимента представляют интерес следующие два отношения g – факторов:

$$r_a^{th} = \frac{g_1^H}{g_2^H} = \frac{g_1}{g_2}\left\{1+\frac{\alpha^3}{4\pi} - \frac{\varkappa_2}{6(1+\varkappa_2)}\alpha^2\frac{m_1}{m_2}\right\} \cong \frac{g_1}{g_2}(1+0{,}028\times 10^{-6}), \qquad (26)$$

$$r_b^{th} = \frac{g_1^H}{g_1^D} = 1+\alpha^2\frac{m_1}{4m_2} - \frac{\alpha^3}{\pi}\cdot\frac{5m_1}{24m_2} - \alpha^2\frac{m_1^2}{4m_2^2} \cong \qquad (27)$$

$$\cong 1+7{,}3\times 10^{-9} ,$$

где $g_{1,2}$ – g – факторы свободных электрона и протона, $\varkappa_2$ – аномальный магнитный момент протона, индекс D означает дейтерий. Эти результаты были позднее подтверждены в работах[41].

Отношение r_a используется для экспериментального определения величины магнитного момента протона в единицах магнетона Бора. Отметим, что в работе[36] использовалось неверное теоретическое выражение для отношения r_a .

Не так давно впервые было измерено отношение r_b ("изотопический эффект")

$$r_\beta = \begin{cases} 1 + (7{,}2 \pm 1{,}2) \times 10^{-9}, & \text{работа [42]}, \\ 1 + (9{,}4 \pm 1{,}4) \times 10^{-9}, & \text{работа [43]}. \end{cases} \qquad (28)$$

Теоретическое значение (27) находится в прекрасном согласии с первым результатом и несколько в худшем со вторым. Таким образом, необходимы дальнейшие экспериментальные исследования с лучшей точностью.

В целом надо отметить, что прецизионные измерения атомных g-факторов электрона и протона дают весьма ценную информацию и являются новой перспективной областью проверки КЭД и релятивистской теории связанных состояний.

В заключительной главе указаны другие возможные приложения ковариантного квазипотенциального формализма, а именно, описание процессов рассеяния с участием слабо связанных составных систем (например, атомов и ядер). Этот подход может оказаться весьма полезным в недавно появившейся новой области исследований - релятивистской ядерной физике [44].

В Приложении подробно рассмотрены свойства релятивистских преобразований волновых функций свободных частиц с произвольным спином [24,45]. Получен следующий закон преобразований:

$$S_{\alpha\beta}(\Lambda)\, u^{\lambda}_{\beta}(p) = \sum_{\sigma=-s}^{s} u^{\sigma}_{\alpha}(\Lambda p)\, \mathcal{D}^{s}_{\sigma\lambda}(R^{W}_{\Lambda,p}), \qquad (29)$$

где $S(\Lambda)$-матрица конечномерного представления группы Лоренца.

Перечислим основные результаты, содержащиеся в диссертации.

1. Дано новое определение ковариантной квазипотенциальной волновой функции; релятивистски-инвариантным образом введено понятие плоского пространства трехмерных относительных импульсов и координат.

2. Получено ковариантное квазипотенциальное уравнение для волновой функции связанной системы частиц с произвольными спинами и массами.

3. Выведены общие условия нормировки и ортогональности волновых функций и точный закон преобразований волновой функции при переходе из системы центра масс в произвольную систему отсчета.

4. В терминах гриноподобной функции определена обобщенная вершинная функция,и с ее помощью найдено релятивистски-инвариантное выражение для матричного элемента локального оператора между связанными состояниями в рамках ковариантного квазипотенциального формализма.

5. В случае оператора сохраняющегося векторного тока доказан аналог тождества Уорда-Фрадкина-Такахаши.

6. Рассмотрены свойства релятивистских формфакторов составной системы в импульсном приближении.

7. На основе квазипотенциального уравнения развит метод вычисления уровней энергии водородоподобных атомов с учетом эффектов структуры и движения ядра. Детально рассмотрено сверхтонкое расщепление в атоме водорода и позитрония и проведено сравнение теории с новейшими экспериментальными данными.

8. Сформулирован метод описания электромагнитных свойств составных систем в терминах матричного элемента электромагнитного тока между связанными состояниями.

9. Получены релятивистские поправки к магнитному моменту связанной системы двух частиц со спином I/2 с учетом нового эффекта - отдачи системы как целого.

I0. С высокой степенью точности вычислены атомные g-факторы электрона и протона в хорошем согласии с экспериментом.

Эти результаты неоднократно докладывались на всесоюзных и международных конференциях и опубликованы в работах /7-9, I2,24-26, 30, 3I, 33, 38,40/ .

ЛИТЕРАТУРА

I. Сдвиг уровней атомных электронов, ИЛ, Москва, I950.
2. Г.Бете, Э.Солпитер, Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, Физматгиз, Москва, I960.
3. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков, Введение в теорию квантованных полей, Гостехиздат, Москва, I957.
4. А.А.Соколов, Введение в квантовую электродинамику, Физматгиз, Москва, I958.
А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий, Квантовая электродинамика, Физматгиз, Москва, I969.
5. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов, Вопросы теории дисперсионных соотношений, Физматгиз, Москва, I958.
6. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, Nuovo Cim. 29, 380 (1963).
7. А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе, Р.Н.Фаустов, Труды XII Международной конференции по физике высоких энергий в Дубне, I964, стр.222, Атомиздат, Москва, I966.
8. R.N.Faustov, Nucl.Phys. 75, 669 (1966).
9. Р.Н.Фаустов, Препринт ОИЯИ,Р-I572,Дубна (I964), Международная зимняя школа теоретической физики, курс лекций, т.2 стр.I08, Дубна (I964).
I0. В.Р.Гарсеванишвили, В.А.Матвеев, Л.А.Слепченко, ЭЧАЯ, т.I, вып.I, стр.92, Атомиздат, Москва, I970.
II. А.А.Логунов, О.А.Хрусталев, ЭЧАЯ, т.I, вып.I , стр.7I (I970).
I2. Р.Н.Фаустов, ДАН СССР,I56, I329 (I964).
13. V.G.Kadyshevsky, R.M.Mir-Kasimov,N.B.Skachkov,Nuovo Cim.55A, 233 (1968).
I4. В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе, Препринт ОИЯИ, Р2- 3900 (I968) и Е2- 3498 (I967), Дубна.
I5. М.А.Марков, Гипероны и К-мезоны, Физматгиз, Москва, I958.
I6. П.Н.Боголюбов, ТМФ,5, 244 (I970).
I7. I.T.Todorov, Phys.Rev. D3, 2351 (1971).
I8. А.А.Логунов, В.И.Саврин, Н.Е.Тюрин, О.А.Хрусталев, Препринт ИФВЭ, СТФ 70-60, Серпухов, I970.

19. Н.Н.Боголюбов, В.А.Матвеев, А.Н.Тавхелидзе, Вопросы теории элементарных частиц, стр.269, Киев, 1968 .
А.Н.Тавхелидзе, Доклад на Сольвеевском конгрессе, Брюссель, 1967.
20. Н.Н.Боголюбов, ЯФ, 5, 458 (1967).
21. В.П.Шелест, Вопросы теории элементарных частиц, стр.280, Киев, 1968.
22. Ю.М.Широков, ЖЭТФ, 21, 748 (1951).
23. A.Eddington, Relativity Theory of Protons and Electrons, Cambridge, 1936.
24. Р.Н.Фаустов, Препринт ОИЯИ, Р2-5691, Дубна (1971).
25. Р.Н.Фаустов, ТМФ, 3, 240 (1970).
26. Р.Н.Фаустов, А.А.Хелашвили, ЯФ, 10, 1085 (1969).
27. Г.Десимиров, Д.Стоянов, Препринт ОИЯИ, Р- 1658, Дубна (1964).
А.А.Хелашвили, Препринт ОИЯИ, Р2-4327 (1969).
28. S.Mandesltam, Proc.Roy.Soc. 233A, 248 (1955).
29. A.L.Licht, A.Pagnamoneta. Phys.Rev. D2, 1150, 1156 (1970).
30. Nguyen van Hieu, R.N.Faustov, Nucl.Phys. 53, 337 (1964).
31. Г.М.Зиновьев, Б.В.Струминский, Р.Н.Фаустов, В.Л.Черняк, ЯФ, 11, 1284 (1970).
32. Л.Д.Соловьев, Обзорный доклад на ХУ Международной конференции по физике высоких энергий, Киев, 1970.
33. Ю.Н.Тюхтяев, Р.Н.Фаустов, ЯФ, 2, 882 (1965).
34. R.Karplus, A.Klein, Phys.Rev. 87, 848 (1952).
35. R.Wilson, Rapporteur's talk presented at the XY International Conference on High Energy Physics, Kiev, 1970.
36. B.N.Taylor, Parker W.H., D.N.Langenberg, Rev.Mod.Phys. 41, 375 (1969).
37. Essen L. et al. Nature, 229, 110 (1971).
38. R.N.Faustov, Nuovo Cim. A69, 37 (1970).
39. G.Breit, R.Thaler, Phys.Rev. 89, 1177 (1953).
40. R.N.Faustov, Phys.Lett. 33B, 422 (1970).
41. H.Grotch, Phys.Rev. A2, 1605 (1970).
F.Close, H.Osborn, Phys.Lett. 34B, 400 (1971).

42. W.M.Hughes, H.G.Robinson, Phys.Rev.Lett. 23, 1209 (1969).
43. D.J.Larson, P.A.Valberg, N.F.Ramsey, Phys.Rev.Lett. 23, 1369 (1969).
44. А.М.Балдин, Сообщения ОИЯИ, Р7-5808, Дубна (1971).
45. Н.Н.Боголюбов, А.А.Логунов, И.Т.Тодоров, Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля, Наука, Москва, 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 августа 1971 года.