боратории теоретической физики Объединен-
следований.

их наук,

В.А.Мещеряков

их наук,

Л.Д.Соловьев

ских наук

В.Д.Кукин

овательское учреждение:

"   "   1971 года

стоится "   "   1971 года
а Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

та

Р.А.Асанов

2 - 5750

В.И. Журавлев

ТОЧНО РЕШАЕМЫЕ МОДЕЛИ В ДИСПЕРСИОННОЙ ТЕОРИИ πN-РАССЕЯНИЯ

Специальность 041 - теоретическая
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 5750

В.И. Журавлев

ТОЧНО РЕШАЕМЫЕ МОДЕЛИ В ДИСПЕРСИОННОЙ ТЕОРИИ πN-РАССЕЯНИЯ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1971

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник В.А.Мещеряков

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник Л.Д.Соловьев
кандидат физико-математических наук В.Д.Кукин

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
ИТФ АН УССР

Автореферат разослан "   " 1971 года

Защита диссертации состоится "   " 1971 года
на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А.Асанов

Одним из наиболее мощных методов в теории элементарных частиц является дисперсионный метод, основанный на таких общих принципах, как лоренц-инвариантность, аналитичность, унитарность и перекрестная симметрия. На основе этих принципов Н.Н.Боголюбовым были строго доказаны дисперсионные соотношения (д.с.) для амплитуды πN-рассеяния /1/. Следующим важным этапом в этом направлении были работы Мандельстама /2/, в которых постулированы двойные дисперсионные представления.

Представление Мандельстама и условие унитарности служат основой при выводе уравнений для матричных элементов двухчастичных процессов. При этом получаются системы нелинейных сингулярных интегральных уравнений /3/. Ввиду математической сложности подобных уравнений особо важная роль принадлежит моделям, приближенно учитывающим условия унитарности и перекрестной симметрии. Наиболее интересной моделью такого рода является статическая модель Чу-Лоу /4/. Уравнения этой модели (уравнения Чу-Лоу), первоначально полученные в рамках теории поля для конкретного взаимодействия, затем были выведены из строго доказанных релятивистских д.с. /5/. Несмотря на более чем 15-летнюю историю уравнений Чу-Лоу, до сих пор общее решение найдено только для двухрядной матрицы перекрестной симметрии (см., например, /6/).

Другое важное направление в дисперсионном методе, интенсивно развиваемое в последнее время, связано с учетом огромной экспериментальной информации о взаимодействии адронов. Наиболее естественным образом эта информация используется в дисперсионном методе в виде дисперсионных правил сумм /7-II/. Такой подход привел к популярной в настоящее время модели Венециано /I2/.

В диссертации изучаются некоторые точно решаемые модели в дисперсионной теории πN-рассеяния.

Во введении дан краткий обзор основных направлений дисперсионного метода, связанных с рассматриваемыми вопросами.

В первой главе рассмотрены дисперсионные правила сумм (д.п.с.) /9-II/. § I суммирует необходимые для дальнейшего кинематические и асимптотические свойства амплитуд πN-рассеяния. В качестве модели рассеяния при высоких энергиях принимается модель полюсов Редже с двумя вакуумными и ρ-полюсом /I4/.

В § 2 предложен метод получения д.с.п. на основе теоремы Коши. Несмотря на его эквивалентность методу, основанному на д.с. (интегральная формула Коши), получение различных д.п.с. из теоремы Коши более удобно.

На основе предложенного метода можно установить все правила сумм для S- и P- волновых длин πN-рассеяния, полученных ранее из обычных д.с., избежав при этом ряд дополнительных предположений, которые использовались при их выводе /I3/. Такие д.п.с. рассмотрены в § 3. Здесь получено новое правило сумм для S-волновых длин рассеяния.

$$\frac{1}{2}\int_1^\infty \frac{k\omega\left[\sigma_+(\omega)+\sigma_-(\omega)-\sigma_+(\omega_R)-\sigma_-(\omega_R)\right]}{(\omega^2-1)(\omega^2-\omega_R^2)}d\omega+32\pi^2 f^2\frac{M^3}{(4M^2-1)(4M^2\omega_R^2-1)}+$$
$$+\frac{2\pi}{3M}\frac{M+1}{\omega_R^2-1}(a_1+2a_3)=0 \qquad \text{(I)}$$

Обозначения соответствуют работе /5/. При выводе д.п.с. (I) используется тот факт, что в окрестности (3-3) -резонанса симметричная комбинация реальных частей амплитуд упругого $\pi^+ p$- и $\pi^- p$-рассеяния вперед равна нулю при $\omega_R = 185$ Мэв. Из д.п.с. (I) получено $a_1+2a_3=0{,}03$, что хорошо согласуется с ранее проведенными вычислениями /I3/.

В § 4 рассмотрены правила сумм, устанавливающие связь между параметрами полюсов Редже и областью низких энергий /8/. Наиболее интересны из них следующие:

$$-8\pi^2 f^2+\int_1^A k\left(\sigma_-(\omega)-\sigma_+(\omega)\right)d\omega=\frac{2c_\rho}{\alpha_\rho+1}\left(\frac{A}{\omega_0}\right)^{\alpha_\rho}A, \qquad (2)$$

$$4\pi^2 f^2\frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{4M^2}}}+\int_1^A\frac{\mathrm{Re}\,G^{(-)}(\omega)}{\sqrt{\omega^2-1}}d\omega=\frac{c_\rho}{\alpha_\rho}\left(\frac{A}{\omega_0}\right)^{\alpha_\rho}\mathrm{tg}\,\frac{\pi\alpha_\rho}{2}. \qquad (3)$$

Здесь c_ρ, α_ρ - вычет и траектория ρ-полюса для рассеяния вперед, A - энергия, при которой наступает редкевский режим. Проведен подробный анализ таких д.п.с. В частности, из (2) при $A = 5$ Гэв и $\alpha_\rho(0)=0{,}54$ получено $c_\rho = 2{,}47 \pm 0{,}29$ мбн, что находится в хорошем согласии с анализом сечений при высоких энергиях /I4/. Аналогичные д.п.с. установлены для KN-рассеяния. § 4 завершается рассмотрением д.п.с. для амплитуд с переворотом спина, анализ которых затруднен из-за отсутствия экспериментальной информации в области средних энергий. Недавно в этом направлении был получен ряд интересных результатов /I5/.

Во второй главе рассмотрена проблема решений уравнений статической модели. В § 5 приведена функциональная формулировка уравнений Чу-Лоу, развитая в работах В.А.Мещерякова /16/. Ключевым моментом при такой постановке задачи является конформное преобразование

$$W = \frac{1}{\pi} \arcsin \omega, \qquad (4)$$

которое приводит к униформизации матричных элементов статической S-матрицы. Основные свойства функций $S_i(W)$ принимают следующий вид в плоскости комплексного переменного W :

1) $S_i(W)$ - мероморфные в плоскости W функции;
2) $S_i^*(W) = S_i(W^*)$; (5)
3) $S_i(W) S_i(1-W) = 1$ - условие унитарности;
4) $S_i(-W) = \sum A_{ij} S_j(W)$ - условие перекрестной симметрии.

В работах /16/ для матрицы перекрестной симметрии произвольного порядка найден класс решений задачи (5), для которых любое из отношений S_i/S_j обладает только конечным числом полюсов в плоскости W. В конце § 5 поставлен вопрос о существовании решений иного класса, а именно решений, для которых хотя бы одно из отношений S_i/S_j обладает бесконечным числом полюсов. Ответу на этот вопрос посвящены следующие два параграфа /17/.

Как следует из (5), задача сводится к решению системы нелинейных функциональных уравнений 3) и 4) в классе мероморфных действительных функций комплексного переменного W. В § 6 проведен анализ этих уравнений. Удобно ввести отношения

$$X_{ik}(W) = \frac{S_i(W)}{S_k(W)}, \quad X_{jk}(W) = \frac{S_j(W)}{S_k(W)}.$$

Тогда из 3), 4) следует, что функции $X(W)$ подчиняются уравнениям вида

$$X_{ik}(W+1) = f_{ik}\left[X_{ik}(W), X_{jk}(W)\right], \qquad (6)$$

где f_{ik} - бирациональная функция. Дана геометрическая интерпретация уравнений (6) как преобразований плоскости $\{X_{ik}(W), X_{jk}(W)\}$ в плоскость $\{X_{ik}(W+1), X_{jk}(W+1)\}$. Дальнейшие исследования проведены для трехрядной матрицы перекрестной симметрии A(1,1):

$$A(1,1) = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -1 & \frac{5}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{5}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Для матрицы (7) найдены неподвижные точки преобразования (6). Здесь возможны два варианта: две совпадающие неподвижные точки, две различные точки.

Так как общих методов решения уравнений (6) нет, далее ищутся решения дробно-линейного типа, для которых

$$X_{ik}(W+1) = \frac{\alpha X_{ik}(W) - \beta}{X_{ik}(W) + \gamma}. \qquad (8)$$

При совпадающих неподвижных точках преобразование (8) называется параболическим. Показано, что этому случаю соответствует найденное ранее решение с конечным числом полюсов /16/. При наличии двух различных неподвижных точек преобразование (8) называется гиперболическим и для матрицы (7) приводит к решению с бесконечным числом полюсов.

В § 7 найдены два решения с бесконечным числом полюсов для матрицы (7)

$$1)\quad X_{12}=\frac{sh\frac{c}{2}(w-\frac{3}{2})}{sh\frac{c}{2}(w+\frac{1}{2})},\quad X_{32}=-1$$

$$2)\quad X_{12}=\frac{ch\frac{c}{2}(w-\frac{3}{2})}{ch\frac{c}{2}(w+\frac{1}{2})},\quad X_{32}=-1,\quad c=ln\frac{1}{2}(7+3\sqrt{5}). \tag{9}$$

Вторая глава завершается обсуждением в § 8 полученных результатов и возможности существования других решений задачи (5). В частности, отмечается, что преобразование (8) для матрицы A(I,I) эквивалентно существованию двух функциональных связей:

$$1)\quad S_2(w)=S_1(w)\cdot S_3(w)\,,$$
$$2)\quad S_2(w)=-S_3(w)\,, \tag{I0}$$

первая из которых приводит к решению с конечным числом полюсов /I6/, а вторая – к решениям (9). Вопрос о существовании других видов функциональных связей остается открытым /I8/. Однако можно привести эвристические соображения в пользу его положительного решения.

В третьей главе рассмотрены уравнения В.В.Серебрякова и Д.В.Ширкова /I9/, которые обобщают уравнения Чу-Лоу и учитывают вклады аннигиляционного канала и области высоких энергий.

В § 9 на примере уравнений для ρ-волн πN-рассеяния получены ограничения на характеристики резонансов и параметров, описывающих вклад области высоких энергий. Для этого с помощью конформного преобразования

$$\eta=\frac{1+i\sqrt{z^2-1}}{z}$$

плоскость z с разрезами отображается во внутренность единичного круга плоскости η. Тогда, согласно принципу максимума модуля, в любой точке внутри круга справедливо неравенство

$$|S_i(\eta)\mathcal{D}_i(\eta)|\leq Max|S_i(\eta)|. \tag{II}$$

Здесь $\mathcal{D}_i$ – функция Бляшке

$$\mathcal{D}_i(\eta)=\eta\prod_k\frac{|\eta_k|}{\eta_k}\;\frac{\eta_k-\eta}{1-\eta_k^*\eta}\,,$$

которая внутри круга не имеет полюсов и обладает тем свойством, что $|\mathcal{D}(\eta)|=1$ при $|\eta|=1$. Положение нулей функции Бляшке свяжем с положением полюсов матричных элементов S-матрицы. Из условий унитарности и перекрестной симметрии следует ограничение на модуль функций $S_i(\eta)$, справедливое на границе круга

$$|S_i(\eta)|\leq\sum_j|A_{ij}|\,, \tag{I2}$$

где A_{ij} – элементы матрицы перекрестной симметрии. Рассматривая (I1) в точках, соответствующих полюсам функций $S_i(\eta)$ с учетом (I2), получим ограничения на параметры, входящие в исходные уравнения.

В § I0 на основе уравнений работы /I9/ получена решаемая модель, основанная на малости нерезонансных парциальных амплитуд. Показано, что уравнения модели эквивалентны уравнениям Чу-Лоу с матрицей

$$A=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1&4\\2&-1\end{pmatrix}. \tag{I3}$$

Матрица (I3) не удовлетворяет всем свойствам, налагаемым на матрицу перекрестной симметрии /6/. Следствием этого является неоднородность условия перекрестной симметрии на матричные элементы S-матрицы. Указанная особенность связана с определенными физическими предположениями и делает рассмотренную модель интересной с методической точки зрения.

С помощью методов, развитых во второй главе, найдено решение уравнений модели с борновским полюсом.

$$S(w) = \frac{1}{3}\left[1 - th\frac{c}{2}\, th\frac{c}{2}w\right]\begin{pmatrix}-1\\+1\end{pmatrix}$$

$$c = \ln\lambda\,, \quad \lambda = \frac{1+2i\sqrt{2}}{1-2i\sqrt{2}} \qquad (I4)$$

Приведены соображения в пользу того, что это решение является единственным. Решение (I4) приводит к равенству длин рассеяния $a_{11} = a_{33}$ и постоянному сдвигу фаз между δ_{11} и δ_{33}, равному $\frac{\pi}{2}$, что не подтверждается опытом. Обсуждаются причины этого несоответствия.

В двух приложениях дан вывод некоторых формул, которые используются во второй и третьей главах.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах /9-II/, /I7/, /20/.

ЛИТЕРАТУРА

I. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Москва 1958.

2. S.Mandelstam, Phys.Rev., 112, 1344 (1958).

3. Д.В.Ширков, В.В.Серебряков, В.А.Мещеряков. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. "Наука" Москва, 1967.

4. G.Chew, F.Low. Phys.Rev., 101, 1570 (1956).

5. G.Chew, M.Goldberger, F.Low, Y.Nambu, Phys.Rev., 106, 1337 (1957).

6. В.А.Мещеряков. ЖЭТФ, 5I, 648, (I966).

7. В.А.Матвеев, Л.Д.Соловьев, Б.В.Струминский, А.Н.Тавхелидзе, В.П.Шелест. Препринт ОИЯИ, Р2-3II8, Дубна, 1967.

8. A.A.Logunov, L.D.Soloviev and A.N.Tavkhelidze, Phys.Lett. 24B, 181 (1967).

9. В.И.Журавлев, К.В.Рерих. ЯФ, 6, I65, (I967).

I0. V.A.Mesheheriakov, K.V.Rerikh, A.N.Tavkhelidze and V.I.Zhuravlev, Phys.Lett. 25B, 341 (1967).

II. В.И.Журавлев, В.А.Мещеряков, К.В.Рерих. ЯФ, 6, I36, (I968).

I2. G.Veneziano, Nuovo Cimento, 57A, 190 (1968).

I3. I.Hamilton, W.S.Woolcook, Rev.Mod.Phys., 35, 737 (1963).

I4. R.I.N.Phillips, W.Rarita, Phys.Rev., 139B, 1336 (1965).

I5. И.Г.Азнаурян, Л.Д.Соловьев, ЯФ, II, 870, (I970).

I6. В.А.Мещеряков. Препринт Р-2369, ОИЯИ, (I965). Метод решения статического предела дисперсионных уравнений рассеяния. Докторская диссертация, ОИЯИ, Дубна, (I967). ЯФ, 6, I75 (I969).

17. В.И.Журавлев, В.А.Мещеряков, К.В.Рерих. ЯФ, 10, 168, (1969).
18. В.А.Мещеряков, К.В.Рерих.ТМФ, 3, 78, (1970).
19. V.V.Serebryakov, D.V.Shirkov, Nucl.Phys., B6, 607 (1968).
20. В.И.Журавлев, В.М.Мещеряков. Сообщения ОИЯИ, Р2-5302, Дубна, (1970).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 апреля 1971 года.