ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2-5739

Р.А. Асанов

# СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ С ИСТОЧНИКАМИ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

**Специальность 041 - теоретическая и математическая физика**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна, 1971

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель - академик М.А. МАРКОВ

Официальные оппоненты

-доктор физико-математических наук,
профессор Н.А. ЧЕРНИКОВ

-доктор физико-математических наук
О.А. ХРУСТАЛЕВ

Ведущее научно-исследовательское учреждение -
Институт физики высоких энергий.

Автореферат разослан " " 1971 г.

Защита диссертации состоится " " 1971 г.

На заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ СОВЕТА ЛТФ

2707 Ср.

2-5739

Р.А.Асанов

# СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ С ИСТОЧНИКАМИ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Скалярное поле всегда привлекало к себе внимание с точки зрения его использования не только в теории элементарных частиц, но и в общей теории относительности. Достаточно вспомнить так называемые скалярные или скалярно-тензорные теории гравитации, в которых скалярное поле используется наравне с полем спина 2 с целью описания явлений тяготения.

С другой стороны, теперь уже почти не возникает сомнения, что, по меньшей мере, общие принципы, заложенные в общей теории относительности, могут играть большую роль в теории элементарных частиц.

Многие крупнейшие физики, начиная с самого Эйнштейна/I/, высказывались по этому вопросу с большим оптимизмом. И в последние годы работы Уилера, Дезера, О. Клейна, Зельдовича, Маркова и многие другие убеждают в большой важности учета принципов теории относительности для теории элементарных частиц.

Действительно, даже такое очевидное достоинство общей теории относительности, как отсутствие проблемы классической расходимости собственной энергии не нашло пока своего отражения в теории элементарных частиц, хотя к вопросу о возможной регуляризующей роли гравитации периодически привлекается внимание[2-4].

Исследованию подобных достоинств общей теории относительности как внутренне непротиворечивой классической теории поля и была посвящена, с одной стороны, предлагаемая работа.

В то же время, исследуется возможность непротиворечивого включения скалярного поля с источниками в схему теории Эйнштейна. Дело также и в том, что само скалярное поле обладает целым рядом интересных свойств, которые,несомненно,будут проявляться и в рамках теории относительности. (Перечисление ряда свойств скалярного поля, в основном по работам Дикке[5,6], содержится во Введении к диссертации).

Во Введении приводится краткий обзор имеющихся в литературе работ по скалярному полю с источниками в рамках общей теории относительности. Прежде всего, это работа Фишера[7] о точечном источнике статического поля. Решение Фишера имеет истинную особенность в месте нахождения источника, поэтому возникает вопрос о нахождении "внутреннего" решения без особенностей. В работе Фишера и в некоторых других был получен ряд неверных выводов вследствие некорректного обращения с этой особенностью, в частности,при различного рода преобразованиях координат.



Далее во Введении характеризуется используемый в работе аппарат, т.е. теория Эйнштейна, и формулируется точка зрения на особенности, возникающие при решении уравнений теории, на возможные преобразования координат, на последовательное использование римановой геометрии и т.п.

Коротко говоря, излагаемая точка зрения состоит в том, что для последовательной физической интерпретации необходимо пытаться отыскивать решения без особенностей. К этому, как мы убеждаемся, в общей теории относительности очень часто имеются все возможности.

В § I построена статическая модель тела конечных размеров (шара) из "пылевидного" вещества без давления при наличии гравитационного, электрического и скалярного безмассового поля с распределенными источниками. Рассмотрение проводится в рамках статической сферически-симметричной метрики

$$ds^2 = -e^{\lambda}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2) + e^{\nu}dt^2, \qquad \lambda = \lambda(r),\ \nu = \nu(r). \tag{I}$$

Мы не вводим при этом феноменологических "сторонних сил" или давления. Тем самым мы избегаем также представления о несжимаемой жидкости и, следовательно, возможности распространения сигналов со скоростью, большей скорости света.

Электрический заряд вводится в систему потому, что,в отличие от гравитационных и скалярных сил, электростатические силы для зарядов одинакового знака – отталкивающие, и, следовательно, с их помощью можно рассчитывать достичь равновесия в системе.

Вначале рассматривается система уравнений Эйнштейна, электрического и скалярного полей в метрике (I) вне вещества и зарядов и находится асимптотика решений системы на пространственной бесконечности, при $r \to \infty$. В качестве решений для электрического и скалярного безмассового поля выбираются решения, исчезающие на бесконечности.

На метрику накладывается условие исчезновения искривленности 4-пространства при $r \to \infty$ $(e^{\nu} \to 1,\ e^{\lambda} \to 1)$ и условие соответствия с ньютоновским приближением, т.е.

$$e^{\nu} \to 1 - \frac{2\varkappa m}{r}, \tag{2}$$

здесь $\varkappa$ -ньютонова гравитационная постоянная, $c = 1$, $m$ - масса всей системы. Полученные для решений разложения при $r \to \infty$ являются сходящимися. Затем мы используем первые члены этих разложений в качестве приближенных выражений для внешнего решения, т.е. для решения вне шара. Для этого мы вводим условия приближения

$$R_0 \gg \varkappa m, \sqrt{\varkappa \varepsilon^2}, \sqrt{\varkappa G^2}, \tag{3}$$

здесь $\varepsilon$ -электрический заряд, $G$ -скалярный заряд, $R_0$ -координата поверхности шара.

С помощью известных условий непрерывности или "сшивания"[8] мы продолжаем внешнее решение через границу внутрь шара таким образом, чтобы не получить в решении особенности. Поскольку решение для функции $e^{\lambda}$ имеет вид

$$e^{\lambda} = \left(1 + \frac{r\nu'}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{D}{r^2 e^{\nu}}\right)^{-1}, \tag{4}$$

$$D = \varkappa^2 m^2 + \varkappa G^2 - \varkappa \varepsilon^2,$$

для отсутствия особенности в начале пространственной системы координат получаем условие

$$\varkappa^2 m^2 + \varkappa G^2 - \varkappa \varepsilon^2 = 0. \tag{5}$$

Для обеспечения положительности инвариантной плотности массы $\rho$ в построенной модели получается еще одно условие

$$R_0 > \frac{\varepsilon^2}{2\ m}, \tag{6}$$

которое, как и условие (5), имеет, по-видимому, не только модельный характер.

Таким образом, удалось построить равновесное решение без особенностей в метрике, удовлетворяющее требованиям, обычно принимаемым в общей теории относительности. При этом внешнее решение при $r \to \infty$ имеет вполне "шварцшильдов" характер, т.е. $e^{\nu} \cong e^{-\lambda} = 1 - \frac{2\varkappa m}{r} + \ldots$

Отсутствие особенности в метрике обеспечивает законность вычисления объемного интеграла для полной энергии системы, которая по любой из известных в теории формул получается равной $m$. Полный электрический заряд системы равен $\mathcal{E}$, как и должно быть в соответствии с законом сохранения электрического заряда. Следовательно, несмотря на отсутствие уверенности в устойчивости этого решения, построенная модель хорошо интерпретируется физически с точки зрения представлений о теле конечной массы и электрического заряда.

При отсутствии электрического заряда невозможно выполнить вытекающее из (5) условие

$$\varkappa^2 m^2 + \varkappa G^2 = 0 . \qquad (7)$$

Это означает, что равновесное решение для системы с распределенными источниками только гравитационного и скалярного полей не существует. Такой вывод вполне соответствует нашим представлениям о характере действующих в системе сил.

В моделях с распределенными источниками только гравитационного и электрического полей (Папапетру[9], Боннор и др.) в качестве условия равновесия получалось

$$\varkappa^2 m_0^2 - \varkappa \mathcal{E}^2 = 0 . \qquad (8)$$

Рассматривая такую модель как возможную при описании элементарных частиц, для собственной энергии частицы из (8) получаем

$$m_0 = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{\varkappa}} \sim 10^{-6} \text{ г} . \qquad (9)$$

Возможно, что частицы таких больших масс и существуют в



природе[10], но можно рассмотреть вклад и других полей в собственную энергию. С этой точки зрения получаемое при нашем рассмотрении из (5) выражение

$$m = \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2 - G^2}{\varkappa}} \qquad (10)$$

говорило бы о возможном уменьшении величины собственной массы (9) за счет скалярного поля.

В § 2 решается задача, аналогичная рассмотренной в § I, но уже при наличии скалярного поля с массой. Это имело некоторый методический интерес, чтобы убедиться в справедливости выводов, полученных в § I.

Построена модель шара конечного размера без особенностей в метрике, с очень малой примесью скалярного поля, т.е. близкая к чисто электростатической модели.

В § 3 в связи с имеющимися в литературе разноречивыми выводами рассмотрены некоторые предельные случаи для статических решений со скалярным полем.

В отличие от результатов работы Джаниса и др.[11] показано, что предельный переход при исчезающем гравитационном поле (т.е. при $\varkappa \to 0$) не приводит к особенностям никогда, в том числе в случае решения Фишера для точечного источника. В пределе получается плоское ("галилеево") 4-пространство.

Появление ошибочного вывода было связано с пренебрежением авторами условием соответствия решения с ньютоновым приближением на пространственной бесконечности.

В работе Дезера и др.[12] рассмотрен предельный переход при исчезающем скалярном поле ( $G \to 0$) для решения Фишера и показано, что возникает существенная ообенность. Легко видеть,однако, что эта особенность возникает только в окрестности точки $r=0$ , и без того являющейся особой точкой решения, в силу чего решение Фишера не может быть использовано в качестве внутреннего решения.

Естественно, что в построенных нами решениях без особенностей никаких трудностей при $G \to 0$ не возникает. В решении Фишера, используемом в качестве внешнего решения, таких трудностей также не существует.

Рассмотрение перехода к исчезающей полной массе $m$ показывает, что присутствие скалярного поля никак не меняет известного положения в этом вопросе. Скажем, полагать $m=0$ в решении Шварцшильда довольно бессмысленно. Случай $m=0$ скорее соответствует пространственно замкнутому миру.

Отсутствие возможности перехода $m \to 0$ при статическом подходе вполне соответствует тому положению теории, что для безмассовой частицы не существует системы покоя. Ясно также, что рассмотрение систем с полной массой, равной нулю, требует динамического подхода.

В § 4 рассматривается поведение скалярного поля с источниками в случае пространственно замкнутого мира.

В работе М.А. Маркова[13] обсуждается вопрос о сохра-



нении различных зарядов (электрического, барионного, лептонного) в случае замкнутости Вселенной. Известно, например, что в замкнутом сферическом мире полный электрический заряд должен быть равен нулю. И наоборот, присутствие электрического заряда препятствовало бы образованию замкнутого мира. В нашей работе[14] показано, что точно такое же положение имеет место для эллиптического замкнутого мира.

Подобный вопрос возникает и по отношению к скалярному заряду. В этом случае положение резко отличается от предыдущего, поскольку скалярный заряд не сохраняется. Кроме того, даже в сферически симметричном нестатическом мире может существовать (монопольное) скалярное излучение.

Это приводит к мысли, что скалярное поле не будет препятствовать образованию замкнутого мира. Такое утверждение в общей форме было высказано Дикке.

В связи с этим нами найдены некоторые точные решения уравнений Эйнштейна в случае пространственно замкнутого мира с источниками скалярного поля.

Вначале построен пример замкнутого однородного изотропного мира (мира Фридмана) с источниками скалярного безмассового поля и "пылевидным" веществом. Построенное решение не имеет особенностей на некотором открытом промежутке изменения времени. На границах этого промежутка, так же как и в решении Фридмана, возникает особенность.

Отражением характерных свойств скалярного поля является поведение плотности скалярного заряда в построенном решении. Например, в некоторый момент времени плотность переходит через значение, равное нулю, и меняет знак. Такое поведение вполне соответствует отсутствию сохранения скалярного заряда. В рассмотренном случае скалярное поле могло быть задано с некоторым произволом.

В случае скалярного поля с массой несколько неожиданно оказалось, что существует однозначно определяемое решение в форме статической вселенной Эйнштейна, т.е. с метрикой

$$ds^2 = -dr^2 - a_0^2 \sin^2\frac{r}{a_0}\left(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2\right) + dt^2, \quad (11)$$

здесь $a_0$ -постоянная с размерностью длины.

В этом примере статического замкнутого мира со скалярным полем вещество неподвижно, а скалярное поле и заряды непрерывно "перекачиваются" в вещество, либо наоборот, вещество "перекачивается" в поле. На этом же примере отчетливо проявляется то отмеченное Дикке интересное свойство скалярного поля, что масса частицы, взаимодействующей со скалярным полем, должна быть функцией поля.

В § 5 рассмотрены некоторые свойства модифицированного скалярного уравнения. В предыдущих разделах мы пользовались простейшим обобщением уравнения Клейна-Гордона



$$\left(\nabla_\sigma \nabla^\sigma + \mu^2\right)\Psi = 0. \quad (12)$$

Здесь $\mu$ -масса скалярной частицы.

В 1968 году появилась работа Тагирова и Черникова /16/ по квантовой теории скалярного поля в пространстве де Ситтера, в которой авторы добились успеха в квантовании, только используя модифицированное обобщение уравнения для скалярного поля

$$\left(\nabla_\sigma \nabla^\sigma + \frac{R}{6} + \mu^2\right)\Psi = 0. \quad (13)$$

Здесь $R$ -скалярная кривизна. Эта работа дала сильное указание на преимущество уравнения (13) по сравнению с обычным уравнением (12). Поэтому мы остановились на некоторых свойствах уравнения (13) с правой частью (источником), с целью сравнения со свойствами обычного уравнения, проявляющимися в нашем подходе.

Рассмотрение позволяет думать, что модифицированное уравнение не вносит существенных изменений в физическую картину, получаемую в случае обычного уравнения в неквантовых задачах.

В "открытой" статической задаче с точечным источником безмассового скалярного поля показано, что решение обладает особенностью в месте нахождения источника. Это видно из того, что в предположении несингулярного поведения функций $e^\lambda$ и $e^\nu$ при $r \to 0$ их поведение может быть только следующим

$$e^{\lambda} = Ar^2 + \dots, \quad e^{\nu} = Br^2 + \dots, \qquad (14)$$

здесь $A$ и $B$ - постоянные.

Вместе с тем, поведение решения на пространственной бесконечности имеет "шварцшильдов" характер и аналогично случаю обычного уравнения.

При наличии скалярного поля с источниками и "пылевидным" веществом без давления найдены решения в форме статической замкнутой вселенной Эйнштейна. Некоторое отличие от случая обычного уравнения состоит в том, что здесь даже безмассовое поле может привести к статическому миру.

Заметим также, что не существует статического изотропного решения для поля без источников - как для обычного, так и для модифицированного скалярного уравнения.

Диссертация основана на работах /17-21/. Выводы работ /14,15/ используются в тексте.



## Литература


1. А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, "Наука", М., 1965 г., т. I, ст. 53, 1917 г.
2. B.S.De Witt. Phys.Rev.Lett. 13, 114 (1964).
3. M.A.Markov. Suppl. Progr. Theor. Phys. Extra Numb. p.85 (1965).
4. A.Salam, J.Strathdee. Lett.Nuovo. Cim. 4, 101 (1970).
5. Р. Дикке. Многоликий Мах. В сб. "Гравитация и относительность", "Мир", М., 1965.
6. Р. Дикке. Теория гравитации и наблюдение. В кн. "Эйнштейновский сборник 1969-1970, "Наука", 1970.
7. И.З. Фишер. ЖЭТФ 18, 636 (1948).
8. Дж. Синг. Общая теория относительности. ИИЛ, М., 1963.
9. A.Papapetrou. Proc.Roy. Irish. Acad. A51, 191 (1947).
10. М.А. Марков. К теории фридмонов. Доклад на ХУ Международной конференции по физике высоких энергий, Киев, 1970 г.
11. A.I.Janis, E.T.Newman, J.Winicour. Phys.Rev.Lett. 20, 878 (1968).
12. S.Deser, J.H.Higbie. Phys.Rev.Lett. 23, 1184 (1969). Ann. of Phys. 58, 56 (1970).
13. M.A.Markov. Ann. of Phys. 59, 109 (1970).
14. Р.А. Асанов. ТМФ 6, 341 (1971).
15. Р.А. Асанов. Препринт ОИЯИ Р2-3485, Дубна, 1967.
16. N.A.Chernikov, E.A.Tagirov. Ann.Inst.H.Poincaré 9, 109 (1968).
17. Р.А. Асанов. ЖЭТФ 53, 673 (1967).
18. Р.А. Асанов, М.А. Марков. Письма в ЖЭТФ 5, 417 (1967).

19. Р.А. Асанов. ТМФ 2, 289 (1970).

20. Р.А. Асанов. Сообщение ОИЯИ, Е2-5005, Дубна, 1970.

21. Р.А. Асанов. Сообщение ОИЯИ, Р2- 5738, Дубна, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 апреля 1971 года.