ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 5700

В.М. Виноградов

ТРЕХМЕРНАЯ ФОРМУЛИРОВКА РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1971

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:
член-корреспондент АН СССР Д.И. Блохинцев
доктор физико-математических наук В.Г. Кадышевский

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук О.В. Хрусталев
кандидат физико-математических наук В.Б. Беляев

Ведущее научное учреждение: Институт теоретической и экспериментальной физики, г. Москва.

Автореферат разослан " " 1971 г.

Защита диссертации состоится " " 1971 года на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А. Асанов

2 - 5700

В.М. Виноградов

ТРЕХМЕРНАЯ ФОРМУЛИРОВКА РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

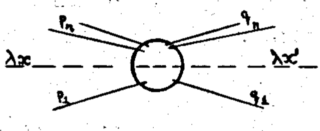
Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

На протяжении всего развития квантовой теории поля (КТП) четырехмерный формализм Фейнмана-Дайсона является основным инструментом при исследовании структуры релятивистской теории и построении динамических уравнений.

Вместе с тем четырехмерный характер такого подхода ограничивает, а часто даже делает невозможным перенесение в релятивистскую область математического аппарата, развитого в нерелятивистской теории. В связи с этим представлялось заманчивым построить такую формулировку КТП, которая приводила бы к трехмерным уравнениям и при этом содержала бы все квантово-полевые свойства обычной теории.

Такой метод в рамках четырехмерной теории был развит в квазипотенциальном подходе Логунова и Тавхелидзе /1/. Уравнения квазипотенциальной теории успешно применялись при изучении широкого круга вопросов КТП /2,3/.

В работах Кадышевского /4/ рассмотрен вариант трехмерной гамильтоновой формулировки КТП. Отличительной чертой этой схемы является то, что здесь все частицы находятся на массовой поверхности, а выход за поверхность энергии-импульса определяется присутствующим в теории шпурионом с 4-импульсом λx, $\lambda^0 > 0$, $\lambda^2 = 1$



который интерпретируется как динамический эквивалент пространства-времени[x)].

x) Диаграммная техника формулировки /4/ соответствует перестройке фейнмановского ряда теории возмущений вне поверхности энергии-импульса и переходит в него при $x = x' = 0$.

Благодаря этому теория обладает следующими привлекательными свойствами, которые делают ее чрезвычайно близкой по форме к нерелятивистской:

I) лоренц-ковариантность

2) все частицы находятся на массовой поверхности

3) при выборе λ -вектора коллинеарным 4-скорости системы /5/

$$\lambda_{nq} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_i}{\sqrt{s_{nq}}} , \quad s_{nq} = \left(\sum_{i=1}^{n} q_i\right)^2$$

имеют место законы сохранения

$$\lambda_{np} = \lambda_{nq} , \qquad \sqrt{s_{np}} - x = \sqrt{s_{nq}} - x' ; \qquad (I)$$

4) роль функции Грина играет пропагатор квазичастицы

$$G_0(x) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{x - i\epsilon} .$$

В рамках такой формулировки КТП было найдено релятивистское обобщение уравнений Липпмана-Швингера ($E_k = \sqrt{m^2 + \vec{k}^2}$) /5/

$$T(\vec{p},\vec{q};) = V(\vec{p},\vec{q};E_q) + \frac{1}{(4\pi)^3}\int V(\vec{p},\vec{k};E_q)\frac{d\vec{k}}{\sqrt{m^2+\vec{k}^2}} \frac{T(\vec{k},\vec{q})}{E_k(E_k - E_q - i\epsilon)} \qquad (2)$$

и показано /6/, что можно ввести релятивистское конфигурационное представление, если в качестве плоских волн пространства Лобачевского использовать функции Шапиро /7/

$$\xi(\vec{p},\vec{r}) = \left(\frac{p^0 - \vec{p}\vec{n}}{m}\right)^{-1-irm} , \quad \vec{r} = r\vec{n}$$

реализующие унитарные представления однородной группы Лоренца. При этом роль свободного гамильтониана играет конечно-разностный оператор, а релятивистский аналог уравнения Шредингера имеет вид

$$\left[2E_q - 2m\,\mathrm{ch}\left(\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{2i}{r}\,\mathrm{sh}\left(\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\Delta_{\theta\varphi}}{m r^2}\exp\left(\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r}\right)\right]\Psi_q(\vec{r}) = V(r;E_q)\Psi_q . \qquad (3)$$

На основе (3) проблема двух релятивистских взаимодействующих частиц может быть сформулирована в рамках теории рассеяния /8/ и сведена к решению (3) с некоторым полевым потенциалом. В случае простейших потенциалов такая задача решается точно /8,9/.

В ряде работ исследовались другие аспекты рассматриваемого подхода: релятивистская кулонова проблема, аналитические свойства амплитуд рассеяния, высокоэнергетическое представление эйконального типа, гармонический осциллятор, уравнения для частиц со спином /9/.

Для системы трех релятивистских частиц формулировка такого подхода может представлять интерес как в импульсном представлении x): изучение взаимодействий сложных систем, вычисление параметров трехчастичных резонансов, а также релятивистских поправок, так и в конфигурационном представлении, например, в связи с кварковыми моделями.

При таком обобщении прежде всего необходимо обосновать применимость обсуждаемого подхода к релятивистской задаче двух тел в случае произвольной системы отсчета и развить методы ее решения для реалистических потенциалов.

Работа состоит из шести глав. Ниже приводится ее содержание.

I. Трехмерная ковариантная формулировка релятивистской задачи двух тел в КТП /I2/.

§ I посвящен сравнению нерелятивистской формулировки с релятивистской, исходным для которой является импульсное представление. Вводятся относительные переменные. В релятивистском случае для этого необходимы два этапа: I-й осуществляется посредством операции сложения в пространстве Лобачевского /I3/

$$\vec{k}' = \Lambda_{m\lambda}\vec{k} = \vec{k}(-)m\vec{\lambda} = \vec{k} - \vec{\lambda}\left[k^0 - \frac{\vec{\lambda}\vec{k}}{1+\lambda^0}\right] , \quad k'^2 = k'^{0\,2} - \vec{k}'^2 = m^2 ;$$

и при выборе λ -вектора в виде $\lambda = \lambda_{2q}$ есть построение импульсов системы центра масс (с.ц.м.)

$$(I)_2 \quad \vec{k}_{12} = \vec{k}_1(-)m_1\vec{\lambda}_2 , \; \vec{k}_{21} = \vec{k}_2(-)m_2\vec{\lambda}_2 , \quad \vec{k}_{12} + \vec{k}_{21} = 0 , \quad k^0_{12} + k^0_{21} = \sqrt{s_{2k}}$$

---

x) При рассмотрении трехчастичной задачи в рамках формализма Бете-Солпитера возникают принципиальные трудности в связи с проблемой исключения относительных времен и условием унитарности. В квазипотенциальной теории эта задача рассматривалась в работах /10,11/.

П этап – выделение релятивистской приведенной массы $\sqrt{m_1 m_2}$ /I4/ ($\hat{\kappa} = \vec{\kappa}/|\vec{\kappa}|$)

$$(\Pi)_2 \quad \hat{\kappa}_{12} = \hat{\kappa}_{(12)}, \quad \kappa^\circ_{12}+\kappa^\circ_{21} = \frac{m_1+m_2}{\sqrt{m_1m_2}}\sqrt{m_1m_2+\vec{\kappa}^2_{(12)}} = \frac{m_1+m_2}{\sqrt{m_1m_2}}\,\kappa^\circ_{(12)} = \kappa^\circ_{\{12\}}$$

В § 2 показано, что в уравнении для инвариантной амплитуды T(2→2), полученном в /5/ на основе формулировки /4/, можно осуществить переход к относительным переменным и после интегрирования по λ_2-вектору

$$\frac{d\vec{\kappa}_1}{\kappa_1^\circ}\,\frac{d\vec{\kappa}_2}{\kappa_2^\circ} = (\sqrt{s_{2\kappa}})^3\, \frac{d\vec\lambda_2}{\lambda_2^\circ}\,\frac{\kappa_{12}}{\kappa_{(12)}}\,\frac{d\vec\kappa_{(12)}}{(\kappa^\circ_{(12)})^2}$$

придти к релятивистскому аналогу уравнения Липпмана-Швингера в относительных переменных ($\mu = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$, $d\Omega_{\vec\kappa_{(12)}} = d\vec\kappa_{(12)}/\sqrt{1+\frac{\vec\kappa^2_{(12)}}{m_1m_2}}$)

$$A(\vec p_{(12)},\vec q_{(12)}) = -\frac{\mu}{2\pi}\tilde V(\vec p_{(12)},\vec q_{(12)};\sqrt{s_q}) + \frac{1}{(2\pi)^3}\int \tilde V(\vec p_{(12)},\vec\kappa_{(12)};\sqrt{s_q})\,\frac{d\Omega_{\vec\kappa_{(12)}}\, A(\vec\kappa_{(12)},\vec q_{(12)})}{\sqrt{s_{2q}} - \kappa^\circ_{\{12\}} + i\varepsilon}, \quad (4)$$

решение которого на энергетической поверхности удовлетворяет условию нормировки

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \left(\frac{p_{(12)}}{p_{12}}\right)^2 |A(\vec p_{(12)},\vec q_{(12)})|^2 .$$

Таким образом, вследствие того, что в рассматриваемой формулировке 4-скорость системы является сохраняющимся вектором и все частицы находятся на массовой поверхности, движение с.ц.м. отделяется и задача формулируется в относительных переменных.

На основе (4) можно сформулировать квазипотенциальный подход в ковариантной форме и обосновать построение локального потенциала /2,6/

$$\tilde V(\vec p_{(12)},\vec\kappa_{(12)};\sqrt{s_q}) = \tilde V((\vec p_{(12)}(-)\vec\kappa_{(12)})^2;\sqrt{s_{2q}}).$$

В § 3 вводится конфигурационное представление. Построения § 2 показывают, что волновая функция для рассматриваемой задачи имеет следующую структуру

$$\Psi_q(\lambda_{2p},\vec p_{(12)}) = \delta(\vec\lambda_{2p}(-)\vec\lambda_{2q})\,\varphi_q(\vec p_{(12)})$$

и удовлетворяет уравнению

$$(\sqrt{s_{2q}} - p^\circ_{\{12\}})\,\Psi_q(\lambda_{2p},\vec p_{(12)}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \tilde V((\vec p_{(12)}(-)\vec\kappa_{(12)})^2;\sqrt{s_{2q}})\,\Psi_q(\lambda_{2p},\vec\kappa_{(12)})\,d\Omega_{\vec\kappa_{(12)}}. \quad (5)$$

Конфигурационное представление вводится с помощью полного набора функций

$$e^{i\sqrt{s_{2q}}(\lambda_{2p},X)}\;\xi(\vec p_{(12)},\vec r).$$

Задача о собственном значении – инвариантной массе $\sqrt{s_{2q}}$ – формулируется по относительной координате $\vec r$ разностным уравнением вида (3), движение с.ц.м. отделяется и описывается плоской экспонентой.

Рассмотренная формулировка удовлетворяет принципу соответствия. В частности, в нерелятивистском пределе

$$\Psi_q(X,r)\Big|_{\substack{v=0\\ m\to\infty}} \longrightarrow e^{-i(Y_0E_q - \vec Y\vec Q)}\, e^{-i(Y_0\epsilon_q - \vec r\vec q)},$$

где $\vec Q,\vec q$ – импульсы Якоби; $E_q = \frac{\vec Q^2}{2(m_1+m_2)}$; $\epsilon_q = \frac{\vec q^2}{2\mu}$; $\{Y\} = -\{X\}$.

II. Метод приближенного решения задачи на собственные значения для релятивистского разностного уравнения Шредингера.

В § 4 кратко приводится суть метода, развитого Мюллером в нерелятивистской теории /I5/, и обсуждается переход к менее сингулярному потенциалу Юкавы в релятивистской формулировке

($\delta = \operatorname{Arch}\frac{\sigma^2-2m^2}{2m^2}$; $\sigma > 4m^2$) /5/:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi r}\,\frac{\cos mr\delta}{\operatorname{sh} mr\pi} \longrightarrow \mathcal{V}(r) = \frac{1}{4\pi r}\,\frac{\cos mr\delta}{\operatorname{ch} mr\pi}, \quad (6)$$

для которого возможно обобщить метод /I5/. В импульсном представлении это соответствует переходу к такой суперпозиции

$$V(\vec p,\vec q) = \frac{1}{\sigma - (p-q)^2} = V((\vec p(-)\vec q)^2), \quad (7)$$

которая, в отличие от исходного потенциала, по переменной χ ($p = m\operatorname{sh}\chi$) обладает лишь парой полюсов $\chi = \pm i\pi \mp \delta$.

В § 5 при обобщении метода Мюллера используется два обстоятельства: а) кулонова задача для (3) решается точно и собственные функции имеют вид /9/

$$\tau^{(\ell)} \quad e^{i\tau\lambda}(-\tau)^{(\ell+1)}\,{}_2F_1\left(\ell+1-\frac{e^2}{2\operatorname{sh}\lambda};-i\tau-\ell-1;2\ell+1;2\operatorname{sh}\alpha\, e^{-\chi}\right), \tag{8}$$

где $\tau^{(\ell)}$ – обобщенная степень в исчислении конечных разностей [8];

б) в качестве релятивистского потенциала Юкавы можно использовать функцию (6).

Получено в аналитическом виде приближенное выражение для траекторий Редже, справедливое в достаточно широкой области значений κ

$$\ell(\kappa) = -1 - n + \frac{M_0}{h} + \frac{|M_2|}{h^5}4n(n+1) - \frac{4M_0|M_2|}{h^6}(2n+1) - + \frac{M_4}{h^8}\left(4n(n+1)+M_0^2\right) + \ldots, \tag{9}$$

где $n = 0,1,2,.$; $h = \sqrt[4]{4M_0|M_2|-(2\kappa)^4}$, $M_{2i}\ (i=0,1,..)$ – коэффициенты тейлоровского разложения $\beta(\tau) \equiv 4\pi\tau\, \mathcal{V}(\tau)$.

В § 6 выражение (9) используется для вычисления параметров траекторий Редже в $(\pi\pi)$ – системе, взаимодействие в которой описывается потенциалом, соответствующим обмену векторным мезоном в кросс-канале[x)]

$$\mathcal{V}(\tau, E_q) = -24\beta_{I1}\Gamma_{in}\, s_{2q}^{-1/2}\left(s_{2q}+4q_R\right)\frac{\cos m\tau\delta}{\tau\operatorname{ch} m\tau\delta}.$$

При выборе $\Gamma_{in} = 0{,}15 = \Gamma_{in\,\rho}^{\text{эксп}}$ вычисления дают для $\alpha_i(q), i=\{\rho, P, P'\}$ соответственно значения 0,49; I,I5; 0,I4, которые можно сравнить с экспериментальными значениями 0,49; I,00; 0,2I(0,37), полученными из анализа мезонных резонансов в плоскости Чью-Фраучи [17].

Неоднократные попытки рассмотреть $(\pi\pi)$-систему в рамках нерелятивистского уравнения приводят к самосогласованному результату лишь при $\Gamma_{in} = 0{,}5 \approx 3\Gamma_{in\,\rho}^{\text{эксп}}$ [16].

С точки зрения применяемого метода отличие результатов вычислений в двух формулировках не случайно – оно обусловлено различной структурой потенциалов, а также собственных функций кулоновой задачи.

---

x) Здесь β_{I1} – изотопическая кросс-матрица, Γ_{in} -приведенная ширина, $q_R^2 = \frac{1}{4}(m_\rho^2-4)$; $m_\rho = 5{,}5$, $m_\pi = 1$.

Ш. Трехмерная формулировка задачи трех тел в КТП [18].

В § 7 на основе диаграммной техники [4] в лестничном приближении теории возмущений формулируется процедура построения ядра уравнения Липпмана-Швингера для оператора $T(3 \to 3)$.

В § 8 в двухчастичном приближении для ядра осуществлена перестройка этого уравнения в форме системы интегральных уравнений. После введения инвариантных амплитуд система уравнений принимает вид ($\lambda_3 = \lambda_{3q}$; $i,j,\ell = 1,2,3$; $i \neq j \neq \ell$)

$$T(3\to 3) = \sum_{\tau=1}^{3} T_\tau, \qquad T_i(p|q) = 2(2\pi)^3\,\delta(\vec p(-)\vec q)\,t_{j\ell}(p|q) + + \frac{1}{4(2\pi)^3}\int t_{j\ell}(p|k)\frac{d\Omega_{\vec k_j}}{K_\ell^0\left(\sqrt{s_{3k}}-\sqrt{s_{3q}}-i\varepsilon\right)}\left\{T_j(k|q)+T_\ell(k|q)\right\}, \tag{10}$$

где двухчастичная амплитуда есть решение уравнения ($K_\ell^0 = (\lambda_3 k_\ell)$; $d\Omega_{\vec k_j} = \frac{d\vec k_j}{k_j^0}$)

$$t_{j\ell}(p|q) = V_{j\ell}(p|q) + \frac{1}{4(2\pi)^3}\int V_{j\ell}(p|k)\frac{d\Omega_{\vec k_j}}{K_\ell^0\left(\sqrt{s_{3k}}-\sqrt{s_{3q}}-i\varepsilon\right)}\,t_{j\ell}(k|q) \tag{11}$$

Уравнения удовлетворяют трехчастичной (упругой) унитарности и в пределе больших масс переходят в нерелятивистские уравнения Фаддеева.

Явный вид волнового оператора в (10) позволяет на основе принципа соответствия ввести релятивистский аналог уравнения Шредингера для системы трех релятивистских частиц

$$\left(\sqrt{s_{3q}}-\sqrt{s_{3p}}\right)\Psi_q(p) = \frac{1}{(2\pi)^6}\int V(p|k)\Psi_q(k)\,d\Omega_{\vec k_j}\,d\Omega_{\vec k_\ell} \tag{12}$$

IУ. Релятивистская задача трех тел в относительных переменных [19].

В § 9 рассматриваются относительные переменные в системе трех частиц. Построения используют сохранение 4-скорости $\lambda_{3p} = \lambda_{3k} = \lambda_{3q} = \lambda_3$ (I) и осуществляются в три этапа:

$(I)_3$ $\vec K = \vec k_i(-)m_i\vec\lambda_3$, $K_i^0 = (k_i,\lambda_3)$, $\sum_{\tau=1}^{3}\vec K_\tau = 0$, $\sqrt{s_{3k}} = \sum_{\tau=1}^{3} K_\tau^0$;

$(\text{II})_3$ построение двухчастичного относительного импульса по правилу $(\text{I})_2$, $(\text{II})_2$;

$(\text{II})_3$ выделение приведенной массы($\mu_i = m_i(m_j+m_\ell)/\sum_{n=1}^{3} m_n$): $\hat{\mathcal{K}}_{(i)} = \hat{\mathcal{K}}_i$

$$\sqrt{s_{3\kappa}} = \frac{m_j+m_\ell}{\sqrt{m_j m_\ell}}\sqrt{m_j m_\ell + \vec{\mathcal{K}}_{(j\ell)}^{2}} + \frac{m_i}{\sqrt{m_i\mu_i}}\sqrt{m_i\mu_i + \vec{\mathcal{K}}_{(i)}^{2}} \equiv \frac{m_j+m_\ell}{\sqrt{m_j m_\ell}}\mathcal{K}^{\circ}_{(j\ell)} + \frac{m_i}{\sqrt{m_i\mu_i}}\mathcal{K}^{\circ}_{(i)} \equiv \mathcal{K}^{\circ}_{\{j\ell\}} + \mathcal{K}^{\circ}_{\{i\}} \qquad (13)$$

Соотношение (I3) является обобщением нерелятивистской записи инвариантной энергии в относительных переменных - в качестве полной массы двухчастичной подсистемы здесь фигурирует ее инвариантная энергия $\sqrt{s_{3\kappa}}$

$$\mathcal{K}^{\circ}_{(i)} = |\vec{\mathcal{K}}_i|\, th\!\left(\frac{\chi_{j\ell}}{2}\right) + \mathcal{K}^{\circ}_i \,, \qquad \alpha_{j\ell} = Ar\, sh\!\left(\frac{|\vec{\mathcal{K}}_i|}{\mathcal{K}^{\circ}_{\{j\ell\}}}\right).$$

В § I0 в уравнениях (I0), (II) осуществлен переход к относительным переменным в симметрической параметризации $(\text{I})_3$($d\Omega_{\vec{\mathcal{K}}_j} = d\Omega_{\vec{\mathcal{K}}_i}$), а также к переменным с выделенной двухчастичной подсистемой $(\text{I})_3$, $(\text{II})_3$

$$\frac{d\vec{\mathcal{K}}_j}{\mathcal{K}^{\circ}_\ell \mathcal{K}^{\circ}_j} = \frac{1}{\chi^{\circ}_{j\ell}}\,\frac{\mathcal{K}_{j\ell}}{\mathcal{K}_{(j\ell)}}\,\frac{d\vec{\mathcal{K}}_{(j\ell)}}{\left(\mathcal{K}^{\circ}_{(j\ell)}\right)^2}.$$

Отмечается, что запись уравнений в двух системах переменных позволяет, следуя нерелятивистской теории, выполнить парциальный анализ в симметричной форме и в форме с выделением орбитального момента двухчастичной подсистемы.

Обсуждаются свойства уравнений. Благодаря трехмерному характеру уравнений, при их исследовании и решении можно применять методы, развитые в нерелятивистской теории.

Рассмотрен вывод уравнений для функций Грина, которые отличаются от соответствующих нерелятивистских уравнений лишь кинематикой в виде (I0).

У. Конфигурационное представление в релятивистской задаче трех тел /20/.

§ II. С помощью полной системы функций

$$e^{i\sqrt{s_{3q}}(\lambda_{3p},X)}\,\xi(\vec{P}_{(j\ell)},\vec{r}_{j\ell})\,\xi(\vec{P}_{(i)},\vec{r}_i) \qquad (14)$$

в уравнении (I2) осуществлен переход в конфигурационное представление

и получен разностный аналог уравнения Шредингера для системы трех релятивистских частиц:

$$\left(\sqrt{s_{3q}} - \frac{m_j+m_\ell}{\sqrt{m_j m_\ell}}H^{\circ}_{(j\ell)} - \frac{m_i}{\sqrt{m_i\mu_i}}H^{\circ}_{(i)}\right)\Psi_q(X,\vec{r}_{j\ell},\vec{r}_i) = \int V(\vec{r}_{j\ell},\vec{r}_i;\vec{r}\,'_{j\ell},\vec{r}\,'_i;\sqrt{s_{3q}})\,\Psi_q(X,\vec{r}\,'_{j\ell},\vec{r}\,'_i)\,d\vec{r}\,'_{j\ell}\,d\vec{r}\,'_i, \qquad (15)$$

где $H_{(\sigma)}$ - есть разностный оператор из (3) с массами $\sqrt{m_j m_\ell}\,\big|_{(\sigma)=(j\ell)}$, $\sqrt{m_i\mu_i}\,\big|_{(\sigma)=(i)}$.

В §I2 рассматривается случай равных масс. Учет тождественности частиц приводит к уравнению

$$\left(\sqrt{s_{3q}} - 3P^{\circ}_6\right)\Phi_q(\lambda_{3p},P_6) = \frac{1}{(2\pi)^6}\int V(P_6;P'_6;\sqrt{s_{3q}})\,\Phi_q(\lambda_{3p},P'_6)\,d\Omega_{P'_6},$$

которое формулируется в относительных переменных, принадлежащих гиперболоиду

$$P^{\circ 2}_6 - \vec{P}^{\,2}_6 = m^2, \qquad P^{\circ}_6 > 0. \qquad (16)$$

В качестве полной системы функций используется набор

$$e^{i\sqrt{s_{3q}}(\lambda_{3p},X)}\,\xi(\vec{P}_6,\vec{\rho}) = e^{i\sqrt{s_{3q}}(\lambda_{3p},X)}\left(\frac{P^{\circ}_6 - \vec{P}_6\vec{n}}{m}\right)^{-\frac{5}{2}-i\rho m},$$

где $\xi(\vec{P}_6,\vec{\rho})$ - есть функции, посредством которых реализуется представление группы движений гиперболоида (I6). Уравнение имеет вид

$$\left(\sqrt{s_{3q}} - \frac{3}{2}\left[2ch\!\left(\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial\rho}\right) + i\frac{5}{\rho}sh\!\left(\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial\rho}\right) - \frac{\Delta_{\omega_6}\,e^{\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial\rho}}}{m\rho\left(\rho - i\frac{3}{2m}\right)}\right]\right)\Phi_q(X,\vec{\rho}) = \int V(\vec{\rho};\vec{\rho}\,';\sqrt{s_{3q}})\,\Phi_q(\vec{\rho}\,')\,d\vec{\rho}\,'. \qquad (17)$$

В § I3 сформулирована задача об определении асимптотических волновых функций в задаче трех тел. Для случая невзаимодействующих частиц эти функции совпадают с (I4), остальные три класса имеют вид

$$e^{i\sqrt{s_{3q}}(\lambda_3,X)}\,\xi(\vec{P}_{(i)},\vec{r}_i)\,\varphi_{m_{j\ell}}(\vec{r}_{j\ell}),$$

где $\varphi_{m_{j\ell}}(\vec{r})$ - есть решение уравнения вида (3), принадлежащее дискретному спектру

$$m_{j\ell} = m_j + m_\ell - |W^{cb}_{j\ell}| = m_j + m_\ell - \alpha^2. \qquad (18)$$

Рассмотрен вывод уравнений Фаддеева для волновых функций. Уравнения сходны с нерелятивистскими и имеют кинематическую структуру, подобную (I0).

УI. Некоторые применения релятивистской теории трёх тел /21/.

В настоящее время при исследовании ядерных взаимодействий в области низких энергий чрезвычайно важным является решение вопроса об учёте релятивистских эффектов. В § 14 и § 15 производится сравнение релятивистских и нерелятивистских уравнений при формулировке задачи об определении энергии связанных состояний.

§ 14. В рамках трёхмерной формулировки рассмотрена релятивистская задача двух тел в сепарабельном приближении $(m=1)$:

$$V(\vec{p},\vec{p}\,') = -g\,v(p)\,v(p'), \qquad v(p) = \frac{(2\pi)^{3/2}}{\mu^2 - 2 + 2p^0} \tag{19}$$

В случае слабосвязанной системы $(\mu \ll 1,\ \alpha \ll 1)$ условие для определения энергии связи имеет вид:

$$\frac{1}{g} = \frac{\pi^2}{\mu(\mu+\alpha)^2}\left[1 - \frac{3}{8}\mu(2\alpha+\mu)\right] \tag{20}$$

и отличается от соответствующего условия в нерелятивистской теории множителем в квадратной скобке.

В § 15 подробно рассмотрен практически важный случай одинаковых частиц. Система уравнений в этом случае сводится к одному уравнению

$$\Psi(\vec{k},\vec{p}) = (2\pi)^3\delta(\vec{p}\ominus\vec{p}^{\,0})\,\varphi_{m_{12}}(\vec{k}) + G_0(\vec{k},\vec{p};Z)\int\left[t'(\vec{k},\vec{k}';p,Z) + t'(\vec{k},-\vec{k}';p,Z)\right]\Psi(\vec{k}'',\vec{p}\,')\frac{d\vec{p}\,'}{p'^0 p''^0}, \tag{21}$$

где

$$G_0(\vec{k},\vec{p};Z) = \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{(2k^0)^2+p^2} + p^0 - Z - i\varepsilon}$$

и использована следующая параметризация относительных переменных

$$\vec{k}' = \vec{p}\,'(+)\frac{\vec{p}}{2k'^0} \qquad \vec{k}'' = \vec{p}\,(+)\frac{\vec{p}\,'}{2k''^0} \tag{22}$$

$$k'^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[p'^0(p'^0+p''^0)+\vec{p}\vec{p}\,'\right]^{1/2} \qquad k''^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[p^0(p^0+p''^0)+\vec{p}\vec{p}\,'\right]^{1/2}$$

$$p''^0 = \sqrt{m^2 + (\vec{p}+\vec{p}\,')^2}\,.$$

Двухчастичная амплитуда $t' = t^{инв}/4$ нормирована согласно равенству

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{|t'(\vec{k}',\vec{k}')|^2}{4\pi^2 s_{2k}}.$$

Выполнен угловой анализ уравнения (21) в релятивистском каноническом базисе.

Для связанного состояния с орбитальным моментом, равным нулю, в приближении (19)задача об определении энергии связи

$$m_3 = 3m - |W_3^{св}| = 3m - x^2$$

сводится к решению одномерного интегрального уравнения

$$a(p) = 4\pi g\,\tau(m_3,p)\int_0^\infty J(p,p';m_3)\,a(p')\,p'^2 dp'. \tag{23}$$

В уравнении (23) функцию

$$W(p,p';m_3,m_{12}) = 4\pi g\,\tau(m_3,p)\,J(p,p';m_3)$$

можно рассматривать как обобщённый потенциал. Сравнение асимптотик при $p \to \infty$

$$J^{рел}(p,0;m_3) \sim p^{-3,5},\quad J^{рел}(0,p;m_3) \sim p^{-4,5},\quad J^{нер}(p,0;x) \sim J^{нер}(0,p;x) \sim p^{-6}$$

показывает, что релятивистский потенциал является более "сильным". В связи с этим можно ожидать, что учёт релятивистских эффектов с помощью обсуждаемых уравнений приведёт к увеличению энергии связи трёхчастичных систем.

В § 16 рассмотрен вопрос о релятивистском обобщении известной формулы Глаубера для высокоэнергетического рассеяния на сложной слабосвязанной системе/11/.

Показано, что если амплитуда двухчастичного рассеяния $t(z,\vec{\Delta})$ и волновая функция слабосвязанной системы $\varphi_{m_{12}}(\vec{\Delta})$ быстро убывают вне области

$$|\vec{\Delta}|^2 \ll m^2, \tag{24}$$

то вторую итерацию релятивистских уравнений Фаддеева можно представить в виде ($T'_{if} = T_{if}^{\text{инв}}/8$)

$$T'_{if} = t'(\vec{\Delta})\,\rho\left(\frac{\vec{\Delta}}{2}\right) + t'(\vec{\Delta})\,\rho\left(-\frac{\vec{\Delta}}{2}\right) - \frac{i}{(2\pi)^2}\,\frac{P_2^\circ}{P_3^\circ}\,\frac{1}{p_f}\int \rho(\vec{q})\,t'\left(\vec{q}+\frac{\vec{\Delta}}{2}\right) t'\left(\vec{q}-\frac{\vec{\Delta}}{2}\right)\frac{d^2\vec{q}}{q^\circ} \tag{25}$$

$$P_2^\circ = \sqrt{4m^2+p_f^2}\ , \qquad P_3^\circ = \sqrt{4m^2+p_f^2} + \sqrt{m^2+p_f^2}\ ,$$

где $\rho(\vec{\Delta})$ - формфактор сложной частицы, $\vec{\Delta} = \vec{p}_i (-) \vec{p}_f$.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах /I2,I8-2I/.

Л И Т Е Р А Т У Р А :

I. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380 (1963).

2. A.N.Tavkhelidze. Lectures in Quasipotential method in Field Theory, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1964.

3. V.R.Garsevanishvili, V.A.Matveev, L.A.Slepchenko, A.N.Tavkhelidze. Phys.Lett., 29B, 191 (1969); Preprint IC/69/87. Trieste (1969); В.Р.Гарсеванишвили, В.А.Матвеев, Л.А.Слепченко. Сборник ЭЧАЯ, т.I, вып. I, стр.9I, Атомиздат, Москва, 1970.

4. В.Г.Кадышевский. ЖЭТФ, 46, 654, 872 (1964). ДАН СССР, I60, 573 (1965).

5. V.G.Kadyshevsky. Nuclear Physics, B6, 125 (1965).

6. V.G.Kadyshevsky, R.M.Mir-Kasimov, N.B.Skachkov. Nuovo Cim., 55A,233 (1968).

7. И.С.Шапиро. ДАН СССР, I06, 647 (1956).

8. В.Г.Кадышевский, Р.М.Мир-Касимов, Н.Б.Скачков. ЯФ, 9, 2I2, 462 (1969); M.Freeman, M.D.Mateev, R.M.Mir-Kasimov. Nuclear Phys.,B12, 197 (1969).

9. В.Г.Кадышевский, Р.М.Мир-Касимов, М.Фриман. ЯФ, 9, 646 (1969). C.Itzykson, V.G.Kadyshevsky, I.T.Todorov. Phys.Rev., 10, 2823 (1970). Н.Б.Скачков. ТМФ, 5, 57 (1970). V.R.Garsevanishvili, V.G.Kadyshevsky, R.M.Mir-Kasimov, N.B.Skachkov. JINR - preprint E2-5341, Dubna (1970). A.D.Donkov, V.G.Kadyshevsky, M.D.Mateev, R.M.Mir-Kasimov. JINR-preprint E2-5339, Dubna(1970); V.G.Kadyshevsky,M.D.Mateev.Nuovo Cim.,55A,275 (1968); M.D.Mateev,R.M.Mir-Kasimov,N.B.Skachkov. JINR-preprint E2-5605 Dubna (1971).

I0. В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ Р2-3909, Дубна, (1968).

II. А.Н.Квинихидзе, Д.Ц.Стоянов. ТМФ, 3, 332 (1970).

I2. В.М.Виноградов, ТМФ,8 ,3, 347 (197I).

I3. В.Г.Кадышевский. ДАН СССР, I47, 588 (1962).

I4. В.Г.Кадышевский, М.Д.Матеев, Р.М.Мир-Касимов. ЯФ, II, 692 (1970).

15. H.J.Muller. In "Lectures in Theoretical High Energy Physics", Edited by H.H.Aly, A Wieley-Interscience Publication, 1968.

16. H.J.Muller. W.Z.Physik, 205, 145 (1967).

17. A.Burnell, H.Caprasse. Preprint Universite de Liege, 70/7, Liege, Belgium (1970).

18. В.М.Виноградов. Препринт ОИЯИ Р2-5099, Дубна (1970).

19. В.М.Виноградов. Препринт ОИЯИ Р2-5100, Дубна (1970).

20. В.М.Виноградов. Препринт ОИЯИ Р2-5101, Дубна (1970).

21. В.М.Виноградов. Препринт ОИЯИ Р2-5661, Дубна (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел
18 марта 1971 года.