ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 5595

О.И. Завьялов

КАНОНИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ И ИТЕРАЦИОННЫЕ СХЕМЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Дубна 1971

Работа выполнена в Математическом институте имени В.А. Стеклова АН СССР.

Официальные оппоненты:

Член-корреспондент Болгарской АН

доктор физико-математических наук	И.Т. Тодоров,
доктор-физико математических наук	Л.Д. Фаддеев,
доктор физико-математических наук	О.А. Хрусталев.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт теоретической физики АН УССР.

Автореферат разослан "   "   1971 года.

Защита диссертации состоится "   "   1971 года на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А. Асанов

2 - 5595

О.И. Завьялов

КАНОНИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ И ИТЕРАЦИОННЫЕ СХЕМЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Канонические методы квантования, дополненные предписаниями перенормировочной процедуры, привели, как известно,квантовую теорию поля к блестящему согласию с экспериментом в главных порядках разложения по константе связи. Однако для современного развития релятивистской физики элементарных частиц характерны довольно заметные отклонения от традиционных квантово-полевых направлений. С одной стороны, это связано с проблемами логического характера, возникающими при эксплуатации идей канонического формализма в случае систем с бесконечным числом степеней свободы. В частности, именно эти проблемы стимулировали пересмотр формальных основ диаграммной техники и создание, так сказать, "аксиоматической" теории возмущений, нашедшей свое окончательное выражение в известной R-операции Боголюбова-Парасюка-Степанова /1-3/. По тем же причинам большое распространение получили сейчас различные аксиоматические теории, сознательно избегающие динамической детализации и базирующиеся лишь на самых общих принципах инвариантности, локальности и проч. С другой стороны, потребность в эффективном вычислительном аппарате, возможности которого не ограничивались бы рамками теории слабой связи, питает пристальный интерес к различным "полуполевым подходам к описанию сильных взаимодействий - таким как метод дисперсионных соотношений, квазипотенциальный подход,аппарат алгебры токов, методы комплексных угловых моментов. Эти схемы в сильной степени способствовали систематизации опытных фактов,прояснению ряда принципиальных вопросов физики элементарных частиц (см.,например, рочестерский доклад А.Н.Тавхелидзе /4/).Однако чем успешней идет развитие в этих "дочерних" по отношению к теории поля направлениях, тем настоятельней ощущается потребность и в укреплении их фундамента – традиционного формализма квантованных полей.

Вполне естественен поэтому наблюдающийся сейчас повышенный интерес к каноническим методам квантовой теории поля вообще и к диаграммной технике в частности. Действительно, обычно предполагается, что каждая высказываемая гипотеза отнюдь не должна вступать в противоречие с основными принципами квантово-полевой идеологии, так что аргументы за или против любой новой концепции, как правило, ищутся в простых полевых моделях или различных порядках стандартной теории возмущений. В связи с этим весьма актуальной в настоящее время представляется задача построения методик, позволяющих единообразно, не делая различий между сходящимися и расходящимися диаграммами, описывать произвольные графы Фейнмана, дающих возможность, обойдя характерные для высших порядков запутанные комбинаторные вопросы, извлекать динамическую информацию из любых старших членов итерационного ряда. Вместе с тем неоднократно отмечалось, что канонический формализм, вероятно, допускает разумные, совместимые с релятивистской инвариантностью, модификации, явно учитывающие наличие нефоковских представлений канонических перестановочных соотношений. Поэтому исследование особенностей канонических переменных систем с бесконечным числом степеней свободы ("бесконечных" систем) привлекает теперь все возрастающие усилия теоретиков.

Высказанные выше соображения и определили выбор темы настоящей работы. Её основные цели состоят, с одной стороны, в построении общих методов исследования произвольных порядков обычной квантово-

полевой теории возмущений, а с другой стороны – в критическом анализе канонического подхода к квантовой теории поля, именно, в выяснении формально-математических свойств канонических переменных систем с бесконечным числом степеней свободы, в обсуждении некоторых теоретических схем, явно учитывающих наличие нефоковских представлений канонических перестановочных соотношений, и, наконец, в изучении соответствующих итерационных рядов.

Структура диссертации такова. В первой главе основное внимание уделено так называемому α – представлению теории возмущений. Главный результат этой главы состоит в обобщении известных для сходящихся графов Фейнмана α – параметрических формул на случай диаграмм с ультрафиолетовыми расходимостями. Возникающие при этом представления задают довольно компактную формулировку предписаний R – операции. Именно /21/, пусть $G(p_1,\dots,p_n)$ – произвольная диаграмма скалярной теории, содержащая n вершин и ℓ линий, причем p_i –"внешний" импульс, выходящий из i -ой вершины.

Перенумеруем все расходящиеся подграфы диаграммы $G_1, G_2, \dots G_k$ (подграф G_i является расходящимся, если его индекс $\omega_i = \ell_i - 2n_i + 2 \geq 0$, где n_i и ℓ_i – число вершин и линий G_i соответственно). Сопоставим каждой (j -ой) линии диаграммы фейнмановский параметр α_j, а каждому (i -ому) расходящемуся подграфу – параметр $\varkappa_i$. Пусть также $\beta_j = \alpha_j$, если j -я линия не входит ни в один из расходящихся подграфов, и $\beta_j = \varkappa_{z_1} \dots \varkappa_{z_n} \alpha_j$, если j-я линия входит в расходящиеся подграфы $G_{z_1}, \dots, G_{z_n}$. Тогда утверждается, что

$$G(p_1,\dots,p_n) = \lim_{\epsilon\to 0} \frac{i^{2n-\ell}}{2^{4(\ell-n)}\pi^{2(\ell-n)-2}\,\omega_1!\dots\omega_k!} \times$$

$$\int_0^1 d\varkappa_1\dots d\varkappa_k \int_0^\infty \prod d\alpha_j\,(1-\varkappa_1)^{\omega_1}\dots(1-\varkappa_k)^{\omega_k}\times$$

$$\cdot\frac{\partial^{\omega_1+1}}{\partial\varkappa^{\omega_1+1}}\dots\frac{\partial^{\omega_k+1}}{\partial\varkappa^{\omega_k+1}}\,\frac{\varkappa_1^{2\ell_1-2n_1+2}\dots\varkappa_k^{2\ell_k-2n_k+2}}{\Delta^2(\underline{\beta})}\times \tag{I}$$

$$\exp\left\{i\,\frac{A(\underline{p},\underline{\beta})}{\Delta(\underline{\beta})}\right\}\;\exp\left\{-i\sum_j\alpha_j(m_j^2-i\epsilon)\right\},$$

где формы Δ и A строятся из параметров β по тем же правилам, что и в случае сходящихся диаграмм /19/.

Представление (I) в буквальном его понимании справедливо лишь для скалярных диаграмм. Однако его обобщение на теории, содержащие частицы с ненулевыми спинами, можно провести вполне тривиальным образом, если воспользоваться рецептами Ефремова /5/ или Степанова /6/, позволяющими распространить α – технику на диаграммы со спинорными линиями. Для наших целей несколько удобнее подход Б.М.Степанова; поэтому в диссертации дано весьма простое (отличное от первоначального) доказательство результатов последнего. Представление (I) весьма удобно в общих рассмотрениях и существенно используется в последующих разделах диссертации.

Первая глава содержит также описание стандартной вычитательной процедуры и обсуждение неоднозначностей канонического квантования в случае бесконечного числа степеней свободы. Для рассмотрения поставленных здесь вопросов нужна адекватная формальная

база, поэтому вторая глава диссертации посвящена математической теории канонических переменных /22-25/. В ее первом параграфе обсуждаются простейшие свойства операторов Вейля, отвечающих различным классам представлений канонических перестановочных соотношений. Хотя этот параграф имеет, по преимуществу, обзорный характер, в нем все же содержится ряд положений, которые, насколько нам известно, не могут быть прямо извлечены из существующей литературы; например, условие интегрируемости канонических переменных или характеристика представлений, допускающих расширение.

Во втором параграфе рассматривается произвольное представление интегрируемых канонических переменных, то есть вейлевская система $\langle \mathcal{I}, \mathcal{H}, W\rangle$, где $\mathcal{I}$ – предгильбертово пространство основных функций, $\mathcal{H}$ – гильбертово пространство представления, а W – отображение Вейля. Здесь мы строим спектральную ортогональную меру $\mathcal{M}$, позволяющую одновременно диагонализовать абелево семейство $\{N_j\}_{j=1}^\infty$ порожденных рассматриваемым представлением операторов числа частиц $N_j = a_j^+ a_j$, причем a_j^+ и a_j – соответственно операторы рождения и уничтожения частиц в состоянии с волновой функцией e_j ($\{e_j\}_{j=1}^\infty$ – некоторый фиксированный базис в $\mathcal{I}$). Это построение используется для изложения схемы доказательства результатов Гординга и Вайтмана /7/, касающихся классификации произвольных представлений бозевских канонических переменных (в оригинальной статье упомянутых авторов доказательство не приводится; полное доказательство соответствующих теорем применительно к ферми-случаю опубликовано недавно в работе В.Я.Голодца /8/). Согласно теории Гординга-Вайтмана, любое представление можно унитарным преобразованием привести к специальному виду, в котором пространство представления $\mathcal{H}$ оказывается прямым интегралом $\mathcal{H} = \int_\Gamma^\oplus \mathcal{H}_{[n]}\, d\mu$ гильбертовых пространств $\mathcal{H}_{[n]}$ по множеству Γ всех последовательностей $[n]=[n_1,n_2,\dots]$, состоящих из неотрицательных целых чисел (по декартову произведению спектров операторов N_j : $\Gamma = Sp\,N_1 \times Sp\,N_2 \times \dots$). При этом представление однозначно определяется тройкой $\langle \nu([n]), \mu, \{C_k([n])\}\rangle$, где $\nu([n])$ – размерность пространства $\mathcal{H}_{[n]}$, μ – квазиинвариантная (по отношению к сдвигам $[n_1, n_2, \dots, n_k, \dots] \to [n_1, n_2, \dots, n_k\pm 1, \dots]$) мера на Γ, а C_k – специального вида унитарные операторы, заданные на $\mathcal{H}_{[n]}$. В терминах этих величин и производится полное описание всех вейлевских систем.

Центр тяжести второй главы лежит в изучении тензорно-умноженных представлений канонических переменных и в исследовании канонических преобразований полевых операторов (§§ 3 и 5). Неприводимые тензорно-умноженные представления W^χ реализуются в подпространствах $\prod^\chi \otimes \mathcal{H}_k$ фон-неймановского бесконечного произведения $\mathcal{H} = \prod_k \otimes \mathcal{H}_k$ гильбертовых пространств $\mathcal{H}_k = \mathcal{L}^2(x)$, в каждом из которых задана шредингеровская система Вейля, отвечающая одной степени свободы. Таким образом, любое неприводимое тензорно-умноженное представление W^χ полностью характеризуется вектором-произведением $\chi = \prod_k \otimes \chi_k \in \prod_k \otimes \mathcal{H}_k$ $(\chi_k \in \mathcal{H}_k)$, порождающим пространство $\prod_k^\chi \otimes \mathcal{H}_k$. Ответ на вопрос, когда два таких представления W^χ и $W^{\chi'}$ эквивалентны, дает следующее утверждение /9,22/: два неприводимых тензорно-умноженных представления, отвечающих соответственно векторам-произведениям $\chi = \prod_k \otimes \chi_k$ и $\chi' = \prod_k \otimes \chi'_k$, унитарно

эквивалентны тогда и только тогда, когда векторы χ и χ' слабо эквивалентны $\chi \overset{w}{\sim} \chi'$ в смысле фон-Неймана, то есть когда

$$\sum_k \left\{ 1 - |(\chi_k, \chi'_k)| \right\} < \infty . \qquad (2)$$

Это утверждение, впервые сформулированное в /9/, доказывается в диссертации другим, значительно менее громоздким способом /22/. Другая проблема, связанная с тензорно-умноженными представлениями, относится к их месту в общей схеме Гординга-Вайтмана. Решение проблемы достигается следующей теоремой, доказанной в § 3 : представление канонических переменных, заданное тройкой $\langle \nu([n]), \mu, \{C_k\} \rangle$, унитарно эквивалентно неприводимому тензорно-умноженному представлению тогда и только тогда, когда $\nu([n]) \equiv 1$, μ эквивалентна некоторой мере-произведению $\mu^{\otimes} = \mu_1 \otimes \mu_2 \otimes \dots$, а $C_k([n])$ – скалярные операторы, имеющие вид $C_k([n]) = \exp\{i\varphi_k(n_k)\} I$. Для фиксированного неприводимого тензорно-умноженного представления W^χ , где $\chi = \prod_k \otimes \chi_k$, а $\chi_k = \sum_m q_k^m h^m(x)$, причем $h^m(x)$ – m-я функция Эрмита, элементы $\mu = \mu_1 \otimes \mu_2 \otimes \dots$ и $\{C_k\}$ канонической тройки $\langle \nu, \mu, \{C_k\} \rangle$ можно вычислить явно. Именно,

$$C_k([n]) = \exp\left[i \left\{ \varphi_k(n_k+1) - \varphi_k(n_k) \right\} \right] I , \qquad (3)$$

где $\varphi_k(n_k) = \arg q_k^{n_k}$ и

$$\mu_j(\{n_j = m\}) = |q_j^m|^2 . \qquad (4)$$

В § 5 подробно рассматривается специальный класс канонических преобразований, часто встречающихся в различных моделях квантовой теории поля и статистической физики (заметим, к примеру, что известное U-V – преобразование Боголюбова, существенно используемое в теории сверхпроводимости /9/, также принадлежит к рассматриваемому классу). Пусть имеется набор операторов рождения и уничтожения a_j^+ и a_j и задано разбиение семейства $\{\langle a_j^+, a_j \rangle\}$ пар $\langle a_j^+, a_j \rangle$ на непересекающиеся подсемейства

$$A_\kappa = \{ \langle a^+_{\kappa_1}, a_{\kappa_1} \rangle \dots \langle a^+_{\kappa_{n(\kappa)}}, a_{\kappa_{n(\kappa)}} \rangle \}, \qquad (5)$$

каждое из которых содержит конечное число $n(\kappa)$ таких пар. Пусть дано также другое семейство пар "новых" операторов рождения $\tilde{a}_j^+$ и уничтожения $\tilde{a}_j$ и точно такое же разбиение этого семейства на конечные подсемейства $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_\kappa, \dots$. Если для всех κ_j операторы $\tilde{a}^+_{\kappa_j}$ и $\tilde{a}_{\kappa_j}$ могут быть выражены через a_j^+, a_j таким образом, что операторы пар $\langle \tilde{a}^+_{\kappa_j}, \tilde{a}_{\kappa_j} \rangle$ из подсемейства $\tilde{A}_\kappa$ зависят только от операторов пар $\langle a^+_{\kappa_j}, a_{\kappa_j} \rangle$ из соответствующего подсемейства A_κ, то мы говорим, что задано блочное конечночастотное каноническое преобразование. Результаты § 3 позволяют получить необходимое и достаточное условие собственности канонических блочных преобразований. Так, например, критерий собственности одночастотного преобразования, заданного в неприводимом тензорно-умноженном представлении W^χ $(\chi = \prod_\kappa \otimes \chi_\kappa)$, сводится к утверждению, что преобразование является собственным тогда и только тогда, когда

$$\sum_j \{ 1 - |(V_j \chi_j, \chi_j)| \} < \infty, \qquad (6)$$

где V_j – унитарные операторы в $\mathcal{L}^2(x)$, которые в каждом конкретном случае явно определяются по некоторым стандартным правилам. Основываясь на условии (6), можно высказать следующие общие утверждения:

1) Для каждого блочного конечночастотного канонического преобразования найдется такое представление канонических переменных, в котором оно будет собственным. (В частности, это означает, что в таком представлении для квантово-полевого гамильтониана, допускающего диагонализацию с помощью соответствующего преобразования, построение S-матрицы может быть проведено в полной аналогии со стандартной квантовомеханической теорией рассеяния. В произвольном же представлении это, вообще говоря, не так.)

2) Для каждой однопараметрической группы конечночастотных блочных канонических преобразований найдется такое представление, в котором все преобразования этой группы будут собственными. (На физическом языке, когда роль параметра играет время, это означает, что лишь в таких представлениях существует полный гамильтониан полевой системы.)

Параграф 5 содержит также рассмотрение конкретных примеров конечночастотных канонических преобразований и обсуждение связи между свойствами канонических преобразований и другими характеристиками соответствующих вейлевских систем (так, например, здесь установлено, что вопрос о возможности расширить вейлевскую систему на более широкий класс основных функций сводится к вопросу о собственности канонических преобразований сдвига). Наконец,

§ 4 второй главы посвящен описанию простейших C^*-алгебр, ассоциированных с каноническими переменными.

Третья глава диссертации носит заглавие "Проблемы канонического формализма бесконечных систем". Ее первый параграф посвящен бесконечным системам статистической физики, то есть, например, равновесным системам в термодинамическом пределе, когда N (число частиц) и V (объем, занимаемый системой) бесконечны, а $\rho = \frac{N}{V} < \infty$. В этом пределе стандартный формализм статистической механики, как правило, приобретает целый ряд специфических черт. В частности:

а) Канонические переменные, задающие кинематику бесконечной системы, реализуют нефоковское представление перестановочных соотношений. Характер и свойства этих переменных могут существенно меняться при изменении термодинамического состояния ансамбля. Например, представления, отвечающие каноническим переменным бесконечной системы при двух сколь угодно близких температурах (или химических потенциалах), оказываются унитарно неэквивалентными.

б) Микродинамика бесконечной системы в общем случае не может описываться обычным гамильтоновским методом, поскольку в "предельном" пространстве гамильтониан не имеет операторного смысла. Однако развитие бесконечной системы во времени можно описать внешним автоморфизмом соответствующей алгебры наблюдаемых.

Появление такого рода специфики аргументируется в первом параграфе как общими соображениями, так и рассмотрением конкретной модели бесконечной системы- ансамбля, описывающего равновесное

состояние бесконечного числа невзаимодействующих осцилляторов во внешнем поле. Результаты этого рассмотрения во многом аналогичны результатам работ /II,I2/, где изучался идеальный бесконечный бозе- и ферми-газ.

Во втором параграфе анализируются различные возможности, возникающие при описании бесконечных систем квантовой теории поля. Одна из таких не изученных пока в должной мере возможностей, тесно связанная с бесконечностью числа степеней свободы и привлекательная в смысле канонических методов, состоит в ослаблении требования спектральности (в крайнем выражении это может быть, например, полный отказ от условия существования ограниченного снизу самосопряженного полного гамильтониана системы). На языке канонического формализма последнее означает, что в теории допустимы не только собственные канонические преобразования, но на тех же правах также и несобственные преобразования, порождающие некоторую динамику квантованного поля. Поскольку такого рода теория оказывается, разумеется, вне привычных рамок, скажем, аксиом Вайтмана, в § 2 мы формулируем ряд основных требований к ней. Естественность и самосогласованность этих требований иллюстрируется в § 3 хорошо известными линейными моделями квантовой теории поля, которые рассматриваются здесь с точки зрения результатов главы II о конечночастотных канонических преобразованиях.

В § 5 мы обсуждаем некоторые предложенные в литературе теоретические схемы, в той или иной степени приспосабливающие канонический формализм к наличию бесконечного числа неэквивалентных представлений канонических переменных и способные, хотя бы частично, реализовать изложенные в § 2 идеи. Основное внимание здесь уделено схеме квантования Сигала/13/ и Стритера/14/, представляющей в данном контексте несомненный методический интерес. Проведенное в § 5 рассмотрение итерационного ряда, основанного на этой схеме, показывает, однако, что соответствующие *in*- и *out*-поля реализуют различные представления перестановочных соотношений, и следовательно, теория Сигала-Стритера не допускает S-матричной корпускулярной интерпретации.

Весьма перспективным для развития упоминавшихся выше "негамильтоновых" методов квантовой теории поля представляется подход Фейнмана, связывающий функцию Грина с континуальным интегралом по классическим траекториям. Поэтому § 6 посвящен обоснованию фейнмановской схемы квантования в релятивистском случае бесконечного числа степеней свободы и обсуждению простейших модификаций этой схемы . Здесь подробно рассмотрены конечномерные аппроксимации функционального интеграла, которым определяется так называемый производящий функционал, служащий в рамках фейнмановского подхода отправной точкой для построения итерационного ряда. Соответствующие расчеты, которые удается выполнить явно, позволяют доказать правомерность стандартного выбора причинной функции Грина уравнения Кляйна-Гордона в качестве ядра квадратичной формы производящего функционала. Заметим также, что рассмотрение "допредельных" выражений для континуального интеграла полезно и с другой точки зрения - на стадии конечномерных аппроксимаций автоматически возникает естественная для фейнмановского метода регуляризация D^c-функции, обеспечивающая конечность диаграмм Фейнмана в процессе промежуточных вычислений.

В заключительной части § 6 обсуждаются канонические преобразования континуального интеграла.

Несколько особняком в главе III стоит § 4, посвящённый четырёхфермионной модели Тирринга/15,26/. Модель решается здесь посредством суммирования итерационного ряда теории возмущений. С одной стороны, такое рассмотрение, основанное на представлении (I) главы I (и сравнение его с другими предлагаемыми в литературе решениями) позволяет обсудить вопрос о зависимости алгебраической структуры теории от выбора исходного представления канонических переменных; с другой стороны, ввиду известной противоречивости различных литературных данных, оно, возможно, представляет и самостоятельный интерес.

Глава IУ имеет целью дать общие правила вычисления асимптотически главных членов как сходящихся, так и расходящихся плоских (скалярных) диаграмм Фейнмана в высокоэнергетическом режиме/21, 28,29/. И в том, и в другом случаях здесь оказывается возможным сформулировать довольно компактный универсальный рецепт определения асимптотики непосредственно по топологическим элементам соответствующих графов. Заметим, что техника главы IУ нашла в дальнейшем существенное применение, например, в работах/16-18/.

Таково вкратце содержание предлагаемой диссертации. Её основные результаты неоднократно докладывались на всесоюзных и международных конференциях и совещаниях, а также опубликованы в работах/19-29/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н.Боголюбов,О.С.Парасюк. ДАН СССР,100,25 (1955).
2. Н.Н.Боголюбов,О.С.Парасюк. ДАН СССР,100,429 (1955).
3. Б.М.Степенов. Изв.АН СССР,сер.мат.,27,819 (1963).
4. А.Н.Тавхелидзе. Раппортёрский доклад на ХУ Рочестерской конференции, Киев - 1970.
5. А.В.Ефремов. Препринт ОИЯИ, Р-1242 (1963).
6. Б.М.Степанов. Доклад на ХУ Рочестерской конференции, Киев - 1970.
7. L.Garding,A.Wightman.Proc.Nat.Acad.Sci.,40,622 (1954)
8. В.Я.Голодец. УМН, XXIУ,4 (1969).
9. J.Klauder,J.Mc.Kenna,E.Woods.J.Math.Phys.7,822 (1966).
10. Н.Н.Боголюбов,В.В.Толмачёв,Д.В.Ширков "Новый метод в теории сверхпроводимости" Изд.АН СССР,М-1958.
11. H.Araki,E.Woods.J.Math.Phys.4,637 (1963).
12. H.Araki,W.Wyss.Helv.Phys.Acta 37,136 (1964).
13. I.Segal. J.Math.Phys.5,269 (1964).
14. R.Streater. Comm.Math.Phys.2,354 (1966).
15. W.Thirring. Ann.Phys.3,91 (1958).
16. И.Ф.Гинзбург,А.В.Ефремов,В.Г.Сербо. ЯФ,2,451 (1969).
17. И.Ф.Гинзбург,В.Г.Сербо. ЯФ,2,868 (1969).
18. A.V.Efremov,I.Ginzburg,V.Serbo.Preprint JINR,E-2-4572(1969).
19. О.И.Завьялов. Автореферат диссертации, МИАН, Москва - 1963.
20. О.И.Завьялов. ДАН СССР,133,64 (1960).
21. О.И.Завьялов,Б.М.Степанов. ЯФ,1,922 (1965).
22. О.И.Завьялов,В.Н.Сушко. ДАН СССР,183,56 (1968).

23. О.И.Завьялов,В.Н.Сушко. Препринт ОИЯИ,Е-2-283 (1968).
24. О.И.Завьялов,В.Н.Сушко. ТМФ,1 ,153 (1969).
25. О.И.Завьялов,В.Н.Сушко. Препринт ИТФ-68-29,Киев-1968.
26. А.В.Астахов,О.И.Завьялов,А.Д.Суханов.Препринт ИТФ-67-39, Киев-1967.
28. О.И.Завьялов,А.В.Ефремов.Труды XXII Международной конференции по физике высоких энергий.Дубна-1964,стр.360.
29. О.И.Завьялов. ЖЭТФ, 47, 1103 (1964).

Рукопись поступила в издательский отдел
3 февраля 1971 года.