

С 346
П-563



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 5585

Л.И. Пономарев

**МЕЗОАТОМНЫЕ
И МЕЗОМОЛЕКУЛЯРНЫЕ
ПРОЦЕССЫ В ВЕЩЕСТВЕ**

Специальность 041 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени доктора физико-математических наук

Дубна 1971

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований.

2 - 5585

Л.И. Пономарев

МЕЗОАТОМНЫЕ
И МЕЗОМОЛЕКУЛЯРНЫЕ
ПРОЦЕССЫ В ВЕЩЕСТВЕ

Специальность 041 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени доктора физико-математических наук

Официальные оппоненты:

член-корреспондент АН СССР

В.И. Гольданский

доктор физико-математических наук,
профессор

Ю.Н. Демков

доктор физико-математических наук,
профессор

С.М. Биленький

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Лаборатория
ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан " " " 1971 года.

Защита диссертации состоится " " " 1971 года

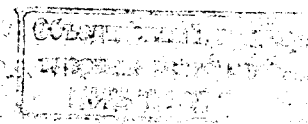
на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики
ОИЯИ, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Учёный секретарь Совета

Р.А. Асанов

7551/69



Процессы, происходящие при остановке отрицательно заряженных мезонов в веществе, в последние годы стали предметом оживленных дискуссий, экспериментальных работ и теоретических исследований. Интерес к этой области физики определяется несколькими обстоятельствами.

Прежде всего, мезоатомные и мезомолекулярные процессы в веществе иногда существенным образом определяют последующие стадии захвата отрицательных мезонов ядрами атомов^{/1/}.

Кроме того, повышение точности измерений фундаментальных констант физики элементарных частиц (например, таких как магнитные моменты протона и μ -мезона) требует учета довольно тонких эффектов, обусловленных молекулярным строением среды, в которой подобные измерения проводятся^{/2/}.

Далее, отрицательные мезоны после остановки в веществе образуют с ядрами его атомов высоковозбужденные мезоатомы. Изучая спектры излучения подобных мезоатомов, можно получить информацию о распределении электрического заряда в ядрах^{/3/}.

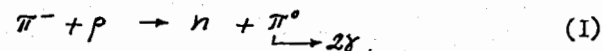
Наконец, создание более совершенной экспериментальной аппаратуры позволило установить и детально изучить такие эффекты, как влияние химической связи между атомами вещества на вероятность ядерного захвата π^- -мезонов^{/4-6/}. С точки зрения прежних представлений о механизме мезоатомных процессов обнаружение такого рода эффектов было некоторой неожиданностью, поскольку химические свойства веществ определяются внешними электронными оболочками, размеры которых ($\sim 10^{-8}$ см) намного превышают радиус действия ядерных сил ($\sim 10^{-13}$ см), а также величину мезоатомов ($\sim 10^{-11}$ см), с уровней которых происходит ядерный захват.

Попытки интерпретировать последнюю группу фактов привели к существенному уточнению картины захвата отрицательных мезонов в веществе^{/7,8/}.

Первая связанная картина процессов, которые происходят при торможении и захвате мезонов в веществе, сложилась к началу 60-х годов после работ Ферми и Теллера^{/9/}, Вайтмана^{/10/}, Панофского и др.^{/11/}, Дзя, Сноу, Сачера^{/12/}, Эйзенберга и Кесслера^{/13/}, Леона и Бете^{/14/} и др. Согласно представлениям, развитым в этих работах (см. главу I диссертации), процесс торможения и захвата мезонов ядром происходит в несколько стадий, из которых отметим главные:

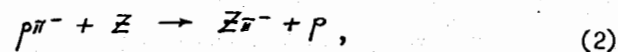
1. Замедление мезонов от скоростей $v \sim c$ до скоростей $v \sim dc$.
 2. Торможение от скоростей $v \sim dc$ до тепловых и захват из непрерывного спектра в дискретный, то есть переход в высоко-возбужденное состояние мезоатома.
 3. Процессы девозбуждения (переход мезонов с высоких орбит $n \gg 1$ на сравнительно низкие) и, в частности:
 - а) радиационные переходы (энергию перехода уносит γ -квант);
 - б) оже-переходы в изолированном атоме (энергию уносит атомный электрон).
 4. Реакции между ядрами и мезонами на нижних уровнях мезоатома.
- Наконец, при столкновении мезоатомов с "нормальными" атомами могут происходить реакции:
5. Перехват, образование мезомолекул, ядерный захват мезонов при столкновениях мезоатомов и т.д., которые в ряде случаев существенно изменяют течение стадий 3) и 4).

Существенно, что в изложенной схеме процессов нигде не принимается во внимание тот факт, что вещества, как правило, построены не из атомов, а из молекул. Первое указание на то, что факт этот учитывать необходимо, было получено в опытах Панофского и др.^{/11/}, но интерпретировано неправильно. В упомянутой работе изучалась реакция перезарядки



(Особенность этой реакции состоит в том, что она идет только на ядрах водорода. При поглощении π^- -мезона протоном сложного ядра идет другой процесс - развал ядра.)

При этом оказалось, что реакцию (1) можно наблюдать только в чистом водороде H_2 , в то время как в соединениях типа LiH и подобных им она подавлена до уровня 10^{-2} и ниже. Панофский и др. объясняли этот эффект перехватом π^- -мезонов по реакции



но никаких количественных закономерностей не выявили.

В работах^{/4-6/} было показано, что вероятность реакции перезарядки (1) в водородосодержащих веществах типа $Z_n H_n$ подавлена по сравнению с чистым водородом H_2 в отношении $W \approx \frac{n}{m} Z^{-3}$. При этом было установлено, что обнаруженная закономерность не зависит от плотности, агрегатного состояния вещества и не изменяется при добавлении примесей тяжелых элементов.

Более того, оказалось, что вероятность реакции (1) в гидразине $N_2 H_4$ подавлена в 30 раз по сравнению с той же реакцией

в эквивалентной механической смеси $N_2 + 2H_2$ /15/. Все упомянутые факты вынуждают к предположению, что причину отмеченных закономерностей следует искать не в реакции (2), а в особенностях химического строения веществ.

Для объяснения упомянутых явлений была предложена "модель больших мезомолекул" /1/, которая позволила их качественно объяснить и количественно описать. Модель основана на двух предположениях.

I. При торможении отрицательных мезонов в химических веществах типа $Z_m H_n$ часть их при переходе из непрерывного спектра в дискретный захватывается вначале не на мезоатомные уровни изолированных мезоатомов $p\pi^-$ и $Z\pi^-$, а на мезомолекулярные орбитали всей системы $Z \pi^- H$ в целом (см. рис. 1). Такое предположение равносильно утверждению о возможности существования устойчивой системы $Z_m \pi^- H_n$, состоящей из ядер, электронной оболочки и мезона, "размазанного" по громадной области $\sim 500 a_m$ ($a_m \approx 2 \cdot 10^{-11}$ см - мезоатомная единица длины).

При переходе мезона в дискретный спектр он как бы замечает электроны в системе $Z_m \pi^- H_n$, поэтому число мезонов, попавших на общие уровни N системы $Z_m \pi^- H_n$, сравнительно невелико и пропорционально числу валентных электронов. Отсюда же следует, что в стадии первоначального захвата мезон не может захватиться на уровни изолированного мезоатома $p\pi^-$, поскольку в химическом соединении у протона нет "своих" электронов - его единственный электрон отдан на образование химической связи.

В главе II диссертации подробно излагается существо модели больших мезомолекул и следствия, к которым она приводит. Кроме того, на основе этой модели проведен анализ многочисленных экспе-

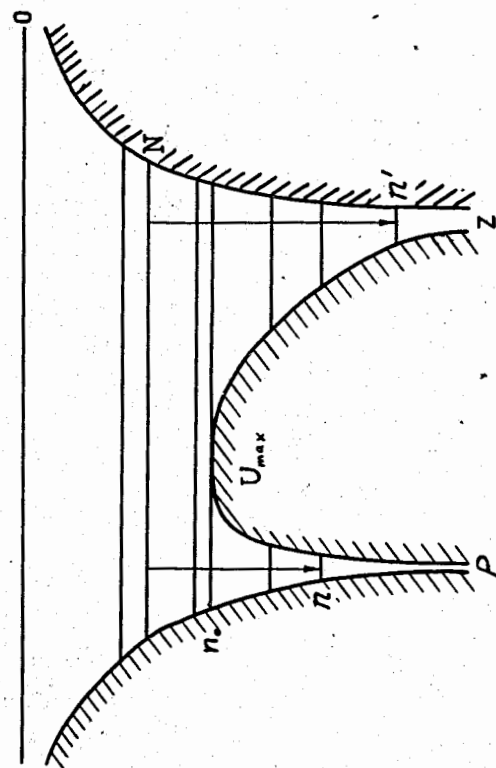


Рис. 1. Схема уровней в системе $p\pi^- Z$. N и N' - уровни изолированных мезоатомов $p\pi^-$ и $Z\pi^-$; N - общие уровни системы $p\pi^- Z$; N_0 - уровень, при котором энергия мезона $E_m = U_{max}$, т.е. равна высоте потенциального барьера между ядрами p и Z .

риментов^{/16/} по поглощению μ^- -мезонов в химических соединениях, который с одной стороны дает дополнительные подтверждения модели, а с другой — позволяет понять многие особенности упомянутых процессов, в частности, аномально большой вклад K_{β} -серии μ^- -мезорентгеновского излучения в химических соединениях.

Следует особо отметить, что независимо от деталей теоретического истолкования сам факт резкой зависимости реакции (I) от вида химических соединений, в которых она происходит, позволяет надеяться, что со временем реакция (I) станет одним из методов исследования строения веществ и структуры электронного облака их молекул^{/15/}. Среди таких исследований можно отметить следующие: тщательное изучение стадии первоначального захвата; выяснение поведения коэффициентов Q_1 в формуле (3); изучение процесса поглощения π^- -мезонов в изоэлектронных молекулах (CH_4, NH_3, H_2O, HF), в гомологических рядах ($C_n H_{2n+2}, C_n H_{2n}, C_n H_{2n-2}$), в циклических углеводородах, изучение связи OH в кислотах, основаниях и кристаллизационной воде и т.д. Подобные исследования планируются и уже ведутся в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ^{/18/}.

Среди многочисленных мезоатомных процессов особый теоретический интерес вызывают процессы столкновения мезоатомов водорода $p\mu^-$ (или его изотопов $d\mu^-$ и $t\mu^-$) с ядрами атомов водорода p, d, t , или же с ядрами Z других атомов.

Такие процессы почти в чистом виде реализуют квантовомеханическую задачу трех тел, взаимодействующих по закону Кулона, поскольку малая нейтральная система $p\mu^-$, подобно нейтрону, беспрепятственно пронизывает электронные оболочки атомов и может вплотную подходить к их ядрам.

Процессы столкновения $p\mu^-$ -мезоатомов доступны экспериментальному исследованию^{/19/}. Это обстоятельство крайне привлекательно, поскольку оно позволяет сравнить с опытом довольно громоздкие трехтельные расчеты. Но разработка методов вычисления сечений процессов, происходящих в системе трех тел, важна еще и по другой причине. Дело в том, что некоторые характеристики трехтельных процессов определить в эксперименте довольно трудно (например, константу перехвата для процесса $p\mu^- + t \rightarrow t\mu^- + p$ из-за радиоактивности трития и т.д.). В этих условиях особенно важно иметь заслуживающий доверия алгоритм расчета трехтельных реакций подобного типа.

При медленных столкновениях в системе трех тел, когда длина волны частиц де Бройля сравнима с размерами области взаимодействия и необходимо учитывать взаимное влияние всех трех частиц, существующие приближенные методы решения квантовомеханической задачи трех тел неудовлетворительны.

В главе III диссертации разработан и обоснован общий метод решения задач о медленных столкновениях в системе трех тел, взаимодействующих по закону Кулона^{/20-23/}. Излагаемая методика сводится к разделению мезонного и ядерного движения и позволяет выделить в задаче малый параметр — отношение масс мезона и ядер, что существенно упрощает ее решение.

Предлагаемый метод является последовательной реализацией метода возмущенных стационарных состояний (метод В.С.С.) и известен давно, однако был признан некорректным даже в солидных руководствах по теории столкновений (см., например,^{/25/}). В диссертации показано, что возражения, обычно выдвигаемые против метода В.С.С., обусловлены не его существом, а его непоследовательной реализацией; указан путь, на котором оказывается возможным упомянутые трудности преодолеть. В частности, подробно

рассмотрен вопрос о граничных условиях в методе В.С.С. и о его двухуровневом приближении.

Для последовательного применения метода В.С.С. необходимо решить предварительно задачу двух центров квантовой механики, то есть задачу о движении отрицательного мезона в поле двух закрепленных ядер Z_1 и Z_2 , удаленных на расстояние R :

$$\left(-\frac{1}{2} \Delta_{\vec{z}} - \frac{Z_1}{z_1} - \frac{Z_2}{z_2}\right) \varphi_n(\vec{z}; R) = E_n(R) \varphi_n(\vec{z}; R), \quad (4)$$

где z_1 , z_2 и R соответственно расстояния от мезона до ядер Z_1 , Z_2 и до центра их масс. В общей постановке эта задача довольно громоздка, решается только численно и до сих пор не была решена в общем виде.

В работах^{/26-30/} разработан общий метод для вычисления собственных значений (термов) $E_n(R)$ и собственных функций $\varphi_n(\vec{z}; R)$ задачи двух центров, а также матричных элементов $\bar{K}_{ij}(R)$ и $Q_{ij}(R)$ по этим волновым функциям от операторов ядерного движения.

При этом,

$$\varphi_n(\vec{z}; R) = \varphi_n(\xi, \eta, \omega; R) = N_n X_n(\xi; R) Y_n(\eta; R) e^{i m \omega}$$

$$Q_{ij}(R) = \frac{R}{R} \int d\vec{z} \varphi_i(\vec{z}; R) (-\nabla_{\vec{R}}) \varphi_j(\vec{z}; R)$$

$$\bar{K}_{ij}(R) = \int d\vec{z} \varphi_i(\vec{z}; R) (-\Delta_{\vec{R}}) \varphi_j(\vec{z}; R), \quad (5)$$

а функции $X_i(\xi; R)$ и $Y_i(\eta; R)$ удовлетворяют уравнениям Штурма-Лиувилля:

$$\frac{d}{d\xi} (\xi^2 - 1) \frac{dX}{d\xi} + [-p^2(\xi^2 - 1) + \rho' \xi + \lambda - \frac{m^2}{\xi^2 - 1}] X = 0$$

$$\frac{d}{d\eta} (1 - \eta^2) \frac{dY}{d\eta} + [-p^2(1 - \eta^2) + \rho \eta - \lambda - \frac{m^2}{1 - \eta^2}] Y = 0. \quad (6)$$

$$-1 \leq \eta \leq 1 \quad 1 \leq \xi < \infty,$$

где $p^2 = -\frac{R^2}{2} E_n(R)$, $\rho' = R(Z_2 + Z_1)$, $\rho = R(Z_2 - Z_1)$,

λ - константа разделения.

Обе задачи - вычисление термов $E_n(R)$ и матричных элементов $\bar{K}_{ij}(R)$ и $Q_{ij}(R)$ - доведены до степени алгоритма, а соответствующие им программы вычислений реализованы на языке ФОРТРАН-63 применительно к вычислительному комплексу Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИИИ^{/30/}. Создание такого алгоритма по существу эквивалентно определению нового класса специальных функций, которые можно было бы назвать кулоновскими сфероидальными функциями (по аналогии с кулоновскими функциями, возникающими при решении квантовомеханической задачи об атоме водорода).

В настоящее время для вычисления любого термина $E_n(R)$ в выбранном интервале значений R и с заданным шагом ΔR с относительной точностью $\varepsilon = 10^{-9}$ и выше достаточно задать значе-

ния зарядов Z_1 и Z_2 , набор квантовых чисел терма $\{n\} = (n_1 n_2 m)$ и начальное приближение $f_n(R)$ и $\lambda_n(R)$. Условие ортогональности

$$S_{ij} = \int d\vec{z} \varphi_i(\vec{z}; R) \varphi_j(\vec{z}; R) = \delta_{ij}$$

для вычисляемых функций $\varphi_i(\vec{z}; R)$ выполняется с точностью $\varepsilon = 10^{-8}$ и выше. При этом задачу вычисления матричных элементов $Q_{ij}(R)$ и $\bar{K}_{ij}(R)$ удалось свести к чисто алгебраическим операциям и к вычислению двух интегралов от плавной функции в конечных пределах^{/30/}. Достигнутая точность вычислений $\varepsilon = 10^{-7}$ и выше во всей области изменения R .

Взятый в целом, разработанный комплекс программ позволяет вычислить все величины, необходимые для решения задачи о медленных столкновениях в системе трех тел, взаимодействующих по закону Кулона. Окончательная система обыкновенных дифференциальных уравнений для случая N -канального рассеяния в системе трех тел принимает вид:

$$y_i'' + \left[k_i^2 - \frac{L(L+1)}{R^2} \right] y_i = \sum_{j=1}^N \left[\hat{K}_{ij}(R) y_j + 2Q_{ij}(R) \frac{dy_j}{dR} \right]$$

$$\hat{K}_{ij}(R) = 2M W_i(R) \delta_{ij} + \bar{K}_{ij}(R) - \frac{2}{R} Q_{ij}(R) \quad (7)$$

$$W_i(R) = E_i(R) + \frac{Z_1 Z_2}{R}$$

$$M = \frac{M_1 M_2 (M_1 + M_2 + M_3)}{M_3 (M_1 + M_2)}$$

По многим причинам предпочтительнее решать не эту систему второго порядка для волновых функций ψ_i , а эквивалентную ей систему нелинейных уравнений первого порядка для матричных элементов $t_{ij}(R)$ матрицы реакции T . Такая система уравнений, обобщающая ранее известные^{/31/}, выведена в диссертации и имеет вид:

$$\frac{d}{dR} t_{ij}(R) = -a_{i\alpha} \left(K_{\alpha\beta} \tilde{a}_{\beta j} + 2Q_{\alpha\beta} \tilde{a}'_{\beta j} \right)$$

$$t_{ij}(0) = 0 \quad t_{ij}(\infty) = t_{ij}$$

(8)

$$a_{i\alpha} = \delta_{i\alpha} u_\alpha + t_{i\alpha}(R) v_\alpha$$

$$\tilde{a}_{\beta j} = \delta_{\beta j} u_\beta + t_{\beta j}(R) v_\beta$$

$$\tilde{a}'_{\beta j} = \delta_{\beta j} u'_\beta + t'_{\beta j}(R) v'_\beta$$

$$K_{\alpha\beta} = \hat{K}_{\alpha\beta}(R) - \hat{K}_{\alpha\beta}(\infty) \quad Q_{\alpha\beta} = Q_{\alpha\beta}(R),$$

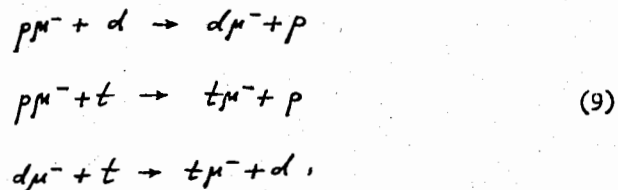
где u_i и v_i - линейно-независимые решения левой части системы уравнений (7).

Сечения различных реакций в системе трех тел в дальнейшем выражаются через элементы t_{ij} матрицы реакции T .

Особенно простой вид эти выражения приобретают в двухуровневом приближении. В диссертации обоснована применимость этого приближения и показано, что даже в этом случае учет высших состояний приводит к правильным граничным условиям задачи рассеяния

с точностью до членов $\sim \frac{1}{M^2}$ включительно, причем вклад от непрерывного спектра составляет $\approx 1/6$ от членов $\frac{1}{M^2}$.

В главе IV развитая методика вычислений используется для решения конкретных задач мезоатомной физики^{/21-24/}. В частности, вычислены сечения и константы перехвата реакций изотопного обмена



а также соответствующие сечения и константы перехвата для процессов перехода между уровнями сверхтонкой структуры мезоатомов при столкновениях в системах $p\mu^- + p$, $d\mu^- + d$, $t\mu^- + t$.

Во всех случаях вычисления сравниваются с экспериментальными данными^{/19/} и результатами более ранних расчетов^{/32/}.

Результаты проделанной работы позволяют определить точность и границы применимости более ранних вычислений, например, справедливость приближения длины рассеяния в физике мезоатомных столкновений.

В частности, заново вычислены длины рассеяния a_p и a_n для систем $p\mu^- + p$, $d\mu^- + d$, $t\mu^- + t$ и показано, что прежние их вычисления^{/32/} неудовлетворительны, поскольку они не учитывают дальнедействующей асимптотики потенциалов $W_i(r) \approx -\frac{\alpha}{R^2}$.

Кроме того, в системах $p\mu^- + p$, $d\mu^- + d$ и $t\mu^- + t$ определено общее число колебательных уровней в состояниях с различными значениями орбитального момента L трехтельной системы.

Знание термов $W_i(R)$ и матричных элементов $K_{ij}(R)$ задачи двух центров позволяет вычислить энергии связи основного состояния системы $e^+e^-e^+$ (или, что то же, системы $e^-e^+e^-$ ^{/21/}, см. Приложение II). Ее значение $J = 0,33$ эв оказалось в хорошем согласии с наиболее точными вычислениями других авторов^{/33/}. Такое совпадение следует считать удивительным, если учесть простоту используемых методов, и служит косвенным доказательством адекватности избранных математических методов существу изучаемых физических процессов.

В Приложении III изучаются явления псевдопересечения термов, обнаруженные в системах $Z\mu^-Z'$ при численном решении задачи двух центров^{/26/}. Это своеобразное явление (конфигурационное взаимодействие термов) есть внутреннее свойство системы $Z\mu^-Z'$ и не связано с какими-либо внешними динамическими возмущениями (в системе один мезон, а ядра фиксированы). Факт существования таких псевдопересечений вынуждает пересмотреть представления о процессах несимметричной перезарядки типа $p\mu^- + Z \rightarrow Z\mu^- + p$, поскольку именно псевдопересечения определяют ход таких процессов. Для вычисления сечений процессов такого типа необходимо знать расстояние R_0 между ядрами Z и Z' , при котором происходит псевдопересечение термов E и E' , и величину их расщепления δE . Замечательно, что величины R_0 и δE удастся выразить аналитически^{/34,35/} через квантовые числа уровней n и n' , хотя вся задача в целом, как известно, может быть решена только численно. Любопытно отметить, что значения энергии E_0 в точках псевдопересечения R_0 образуют кулоновскую серию уровней с зарядами $Z'-Z$ и квантовыми числами $n'-n$:

$$E_0 = -\frac{1}{2} \left(\frac{Z'-Z}{n'-n} \right)^2. \quad (10)$$

Объяснения этому факту пока не существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я.Б.Зельдович, С.С.Герштейн УФН 71, в.3, 581 (1960)
2. M.Ruderman. Phys.Rev.Lett. 17, 794 (1966).
3. V.L.Telegdi "Mesic atoms" "Atomic Physics", New York, 1969
4. А.Ф.Дунайцев, В.И.Петрухин, Д.Д.Прокошкин, В.Н.Рыкалин
ЖЭТФ 42, 1680 (1962)
A.F.Dunaitsev, V.I.Petrukhin, Yu.D.Prokoshkin. Nuovo Cim.,
34, 521 (1964).
5. M.Charbe, P.Depommier, J.Heintze, V.Sorgel. Phys.Lett.,
5, 67 (1963).
6. З.В.Крумштейн, В.И.Петрухин, Л.И.Пономарев, Д.Д.Прокошкин
ЖЭТФ 54, 1690 (1968); ЖЭТФ 55, 1640 (1968)
7. Л.И.Пономарев ЯФ, 2, 223 (1965)
ЯФ, 6, 388 (1967)
8. L.I.Ponomarev, Yu.D.Prokoshkin. Comments on Nuclear and
Particle Physics, 2, No 6, 176 (1968).
С.С.Герштейн, В.И.Петрухин, Л.И.Пономарев,
Д.Д.Прокошкин УФН 97, в.1, 3 (1969)
9. E.Fermi, E.Teller. Phys.Rev., 72, 399 (1947).
10. A.S.Wightman. Phys.Rev., 77, 521 (1950).
11. W.K.Panofsky, R.L.Aamodt, J.Hadly. Phys.Rev., 81, 565 (1951).
12. T.B.Day, G.A.Snow, J.Sucher. Phys.Rev.Lett., 3, 61 (1959).
Phys.Rev., 118, 864 (1960).
13. Y.Eisenberg, D.Kessler. Nuovo Cim., 19, 1195 (1961).
Phys.Rev., 130, 2352 (1963).
14. H.L.Leon, H.Bethe. Phys.Rev., 127, 639 (1962).
15. В.Н.Петрухин, Л.И.Пономарев, Д.Д.Прокошкин
"Химия высоких энергий" 1, 283 (1967)
16. В.Г.Зинов, А.Д.Конин, А.И.Мухин ЯФ, 2, 859 (1965)
ЯФ, 5, 591 (1967)
Д.Г.Будяшов, В.Г.Зинов, А.Д.Конин, А.И.Мухин
ЯФ 5, 830 (1967)
17. D.Kessler, H.L.Anderson, M.S.Dixit, H.J.Evans, R.McKee,
C.K.Hargrove, R.D.Barton, E.P.Hinks, J.D.McAndrew.
Phys.Rev.Lett., 18, 1179 (1967).
18. З.В.Крумштейн, В.И.Петрухин, Л.Н.Смирнова, В.М.Суворов,
И.А.Отландов
Препринт ОИЯИ, Р12-5224, Дубна 1970 г.
19. E.I.Bleser, E.W.Anderson, L.M.Lederman, S.L.Meyer, J.L.Rosen,
J.E.Rothenberg, I.T.Wang. Phys.Rev., 132, 2679 (1963).
В.П.Джелепов, П.Ф.Ермолов, В.Н.Москалев,
В.В.Фильченков, М.Фримл ЖЭТФ, 17, 1243 (1964)
В.П.Джелепов, П.Ф.Ермолов, В.Н.Москалев,
В.В.Фильченков ЖЭТФ, 50, 1235 (1966)
A.Alberigi Quaranta, A.Bertin, G.Matone, F.Palmonari,
A.Placci, P.Dalpiatz, G.Torelli, E.Zavattini. Nuovo Cim.,
47B, 72 (1967).
20. Л.И.Пономарев ЖЭТФ 52, 1549 (1967)
21. А.В.Матвеевко, Л.И.Пономарев ЖЭТФ, 57, 2084 (1969)
22. А.В.Матвеевко, Л.И.Пономарев ЖЭТФ 58, 1640 (1970)
23. А.В.Матвеевко, Л.И.Пономарев ЖЭТФ 59, 1593 (1970)
24. А.В.Матвеевко, Л.И.Пономарев Препринт ОИЯИ Р4-5608,
Дубна 1971
25. Н.Ф.Мотт и Г.Д.Мэсси "Теория атомных столкновений"
М. Мир, 1969

26. Л.И.Пономарев, Т.П.Пузынина ЖЭТФ 52, 1273 (1967)
27. Л.И.Пономарев, Т.П.Пузынина ЖВММФ 8, 1256 (1968)
28. Л.И.Пономарев, Т.П.Пузынина
Препринты ОИЯИ Р2-3009, Р2-3012 Дубна 1966
29. Л.И.Пономарев, Т.П.Пузынина
Препринты ОИЯИ Р4-3175, Р4-3405 Дубна 1967
30. Л.И.Пономарев, Т.П.Пузынина
Препринт ОИЯИ Р4-5040, Дубна 1970
31. В.В.Бабиков, "Метод фазовых функций в квантовой механике" М. "Наука" 1968
F.Calogero "Variable Phase Approach to Potential Scattering"
Academic Press, New York and London, 1967.
32. С.С.Герштейн ЖЭТФ 34, 463 (1958)
ЖЭТФ 40, 698 (1961)
В.Б.Беляев, С.С.Герштейн, Б.Н.Захарьев, С.П.Ломнев
ЖЭТФ 37, 1652 (1959)
S.Cohen, D.L.Judd, R.J.Riddell. Phys.Rev., 119, 386 (1960).
33. W.Kolos, C.C.J.Rootaan, R.A.Sack. Rev.Mod.Phys., 32, 178 (1960)
A.K.Rajagopal, C.S.Shastry. Lett.Nuovo Cim., 4, 173 (1970).
34. Л.И.Пономарев, ЖЭТФ 55, 1836 (1968)
35. Л.И.Пономарев "Лекции по квазиклассике"
Препринт ИТФ-67-53, Киев, 1967

Рукопись поступила в издательский отдел
5 февраля 1971 года.