

E-28
ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 5551

И.А.Еганова

**КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ
С ДВУМЯ ЦЕНТРАМИ**

**Специальность 041 - теоретическая
и математическая физика**

Автореферат диссертации на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1971

И.А.Еганова

КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ С ДВУМЯ ЦЕНТРАМИ

Специальность 041 - теоретическая
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук М.И. Широков

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук Б.М. Барбашов,

кандидат физико-математических наук В.Л. Любошиц

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Математи-
ческий институт им. В.А. Стеклова АН СССР.

Автореферат разослан " " 1971 г.

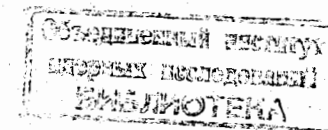
Защита диссертации состоится " " 1971 г. на
заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Мос-
ковской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А. Асанов

74456



Материал диссертации делится на три части. Главы (I—III) первой части объединены методически. В них используется новая полная система специальных функций — так называемых двухточечных. Способ получения этих функций изложен в гл. I. Применение двухточечных функций позволило получить следующие физические результаты.

1. Построена точно решаемая модель: два нерелятивистских (невторичноквантованных) электрона в осцилляторных ямах взаимодействуют с электромагнитным полем, причём взаимодействие учитывается только в длинноволновом приближении.

2. Рассмотрено рассеяние скалярной частицы на двух центрах. Проведено сравнение с приближением Бракнера.

Вторая часть диссертации (гл. IV) посвящена получению в построенной модели операторов рождения—уничтожения, призванных описывать физические кванты, в отличие от "голых". Изложены мотивировка, история вопроса и особенности этой задачи, обусловленные особенностями модели. Там же приведен набор требований, которым должны удовлетворять физические операторы. Эта часть диссертации может рассматриваться как один из возможных подходов к вопросу об определении понятия нестабильной частицы в теории поля.

Наконец, третья часть диссертации (гл. V) посвящена одному приложению построенной модели и физических операторов. В рамках модели точно решена задача о скорости фотона, поставленная еще в 1932 году Э. Ферми.

В задачах квантовой механики и квантовой электродинамики широко используются следующие две полные системы ортонормированных функций: 1) в скалярном случае — функции $f_{k\ell m}(r, \theta, \phi) = j_\ell(kr) Y_\ell^m(\theta, \phi)$, $j_\ell(kr) = J_{\ell+1/2}(kr)/\sqrt{kr}$; в векторном — так называемые электрические и магнитные мультиполи. Особую роль эти функции играют в задачах рассеяния или излучения с одним центром. Так, известно, что рассеяние скалярной частицы с импульсом $\hbar k$ на одном потенциале с малым радиусом действия b хорошо описывается одной S -волной, если $kb \ll 1$. Аналогично, рассеяние или излучение мягких фотонов хорошо описывается дипольным приближением, если размеры рассеивающей или излучающей системы малы (и нет специальных запретов). Математическая причина этих явлений заключается в том, что все функции указанных выше систем обращаются в нуль в точке $r=0$, кроме одной функции: в скалярном случае — это f_{k00} , в векторном — электрический мультиполь $\vec{A}_{k\ell m}^{(e)}$, $M=0$, ± 1 . Этот факт наводит на мысль, что в задачах, например, с двумя центрами, такое же простое описание (с помощью небольшого числа волн) рассеяния или излучения может дать такая полная система нормированных собственных функций оператора квадрата импульса, которая обладает аналогичным свойством по отношению к двум выделенным точкам, где находятся центры. Эти функции будем называть двухточечными функциями. Среди известных систем собственных функций оператора квадрата импульса двухточечных не оказалось.

Построению двухточечных функций, скалярных и векторных, посвящена 1 глава. Чтобы сразу обеспечить ортонормированность и полноту искомой системы двухточечных функций, последние строятся с помощью некоторого унитарного преобразования U

из известной полной системы ортонормированных собственных функций оператора квадрата импульса. В скалярном случае, рассматриваемом в §1, в качестве исходной системы берется система функций $f_{k\ell m}(r, \theta, \phi)$:

$$F_{kLm}(r, \theta, \phi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} f_{k\ell m}(r, \theta, \phi) U_{\ell L}^m, \quad L=1,2,3,\dots \quad (1)$$

Унитарная матрица $U_{\ell L}^m$ определяется таким образом, чтобы в двух точках, $(+\vec{d})$ и $(-\vec{d})$, только две двухточечные функции F_{k10} и F_{k20} были отличны от нуля (показано, что таково минимальное число функций полной системы, которые должны быть отличны от нуля в двух таких точках). Построение матрицы $U_{\ell L}^m$ и вычисление функций F_{kL0} , $L=1,2$, описаны в приложении А. В случае, когда центры лежат на оси Z , т.е. $(\vec{d}) = \{d, 0, 0\}$ и $(-\vec{d}) = \{d, \pi, 0\}$,

$$F_{kL0}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2\pi} \gamma_{\pm}^{-1} \left(\frac{\sin k|\vec{r}-\vec{d}|}{k|\vec{r}-\vec{d}|} \pm \frac{\sin k|\vec{r}+\vec{d}|}{k|\vec{r}+\vec{d}|} \right), \quad L=1,2, \quad (2)$$

верхний знак в (2) соответствует $L=1$, нижний — $L=2$; введено обозначение:

$$\gamma_{\pm} = \sqrt{1 + \frac{\sin 2kd}{2kd}}. \quad (3)$$

В §2 рассмотрены двухточечные соленоидальные векторные функции $G_{k\Lambda M}^{(\sigma)}(r, \theta, \phi)$. В случае двух центров они играют ту же роль, что и известные электрические и магнитные мультиполи в задачах с одним центром (например, задачи о рассеянии или излучении фотона в дипольном приближении). Построение их в принципе такое же, как и в случае скалярных двухточечных функций.

Для центров, лежащих на оси Z , получена полная система векторных соленоидальных двухточечных функций $G_{k\Lambda M}^{(\sigma)}(\vec{r})$, из которых в точках $(+\vec{d})$ отличны от нуля только функции $G_{k\Lambda+1}^{(+)}$ и $G_{k\Lambda 0}^{(+)}$, $\Lambda = 1, 2$, принимающие в этих точках следующие значения:

$$\vec{G}_{k\Lambda\pm 1}^{(+)}(\vec{d}) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{2}{3} - (-1)^\Lambda \left[\frac{\sin 2kd}{2kd} + \frac{\cos 2kd}{(2kd)^2} - \frac{\sin 2kd}{(2kd)^3} \right] \right\}^{1/2} \vec{\xi}_{\pm 1} \equiv \quad (4)$$

$$\equiv \frac{1}{\sqrt{6\pi}} f_{\Lambda 1}(k, d) \vec{\xi}_{\pm 1} = (-1)^{\Lambda+1} \vec{G}_{k\Lambda\pm 1}^{(+)}(-\vec{d}); \quad \Lambda = 1, 2.$$

$$\vec{G}_{k\Lambda 0}^{(+)}(\vec{d}) = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{3} + (-1)^\Lambda \left[\frac{\cos 2kd}{(2kd)^2} - \frac{\sin 2kd}{(2kd)^3} \right] \right\}^{1/2} \vec{\xi}_0 \equiv$$

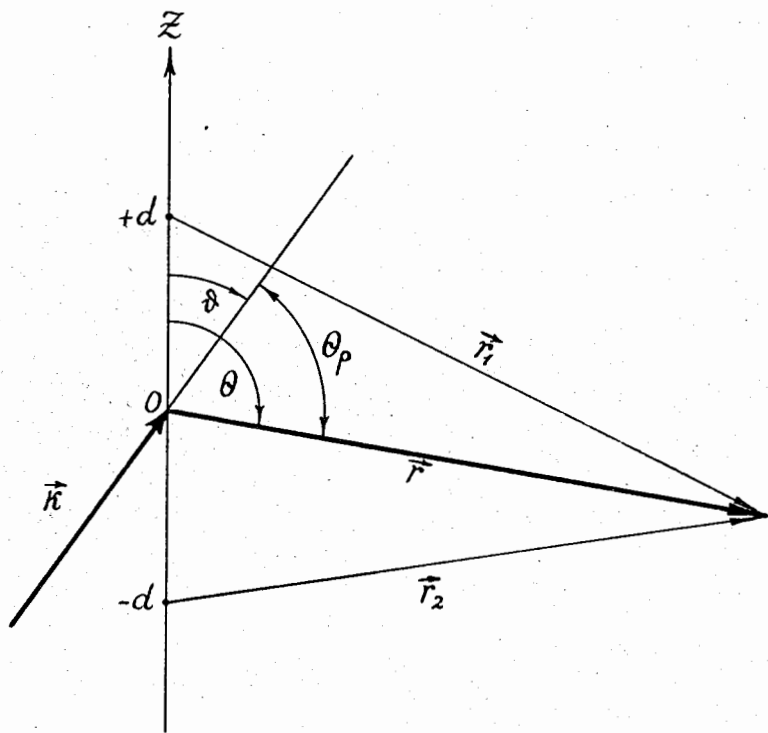
$$\equiv \frac{1}{\sqrt{6\pi}} f_{\Lambda 0}(k, d) \vec{\xi}_0 = (-1)^{\Lambda+1} \vec{G}_{k\Lambda 0}^{(+)}(-\vec{d}); \quad \Lambda = 1, 2.$$

$\vec{\xi}_\mu$ - сферические (или циклические) базисные орты.

Во II главе рассмотрено простое приложение построенных двухточечных функций. С помощью первых двух скалярных двухточечных функций F_{k10} и F_{k20} рассмотрена задача рассеяния на двух центрах в длинноволновом приближении. Речь идет о рассеянии бесспиновой частицы с волновым числом k в поле двух одинаковых сферически-симметричных потенциалов, расположенных на произвольном расстоянии R друг от друга. При условии, что $R \gg b$, b - радиус действия каждого потенциала, такая задача была приближенно решена К.А. Бракнером^{/1/} путем сведения ее к задаче последовательного многократного рассеяния на каждом центре в отдельности. Двухточечные функции позволяют точно решить эту задачу в случае потенциалов малого радиуса действия, $kb \ll 1$, и обсудить эффективность приближения многократного рассеяния. Выгода применения двухточечных функций к этой задаче проистекает из того, что резко упрощается задача нахождения собственных функций гамильтониана, описывающего рассеяние на двух центрах, расположенных в точках $(\pm \vec{d})$, (см. рис.):

$$H = -\frac{1}{2m} \vec{\nabla}^2 + U(|\vec{r} - \vec{d}|) + U(|\vec{r} + \vec{d}|),$$

когда фигурирующие в (6) потенциалы имеют малый радиус действия. Действительно, собственными функциями H (обозначим их через $\psi_{kLm}(\vec{r})$), будут все двухточечные функции, кроме $F_{k10}(\vec{r})$ и $F_{k20}(\vec{r})$, т.к. все они обращаются в нуль там, где потенциалы отличны от нуля. Оставшиеся собственные функции $\psi_{k10}(\vec{r})$ и $\psi_{k20}(\vec{r})$, $0 \leq k < \infty$, которые и описывают рассеяние, могут быть построены как суперпозиция функций $F_{k10}(\vec{r})$ и $F_{k20}(\vec{r})$, $0 \leq k < \infty$, т.к. двухточечные функции образуют полную систему. Условие успеха описания с помощью двухточечных функций такое же, как и в случае одного центра: $kb \ll 1$.



ϑ и θ - углы между осью Z и $2\vec{d}$ и направлениями падающей волны \vec{k} и рассеянной \vec{r} , соответственно.

В рассматриваемом случае одинаковых сферически-симметричных потенциалов показано, что при $r \gg 2d$

$$\psi_{k10}(\vec{r}) = \frac{A_{k1} \cos \beta}{\pi \gamma_+} \frac{\sin(kr + \delta_1)}{kr}, \quad (7)$$

$$\psi_{k20}(\vec{r}) = \frac{A_{k2} \sin \beta}{\pi \gamma_-} \frac{\cos(kr + \delta_2)}{kr},$$

где γ_{\pm} определены формулой (3), а $\beta = kd \cos \theta$ (см. рис.), постоянные A_{k1} и A_{k2} определяются граничными условиями и нормировкой функций ψ_{kL0} . Величины δ_1 и δ_2 называем двухточечными фазами (по аналогии с фазой S -рассеяния δ в задаче одного центра). Они определяются конкретным видом потенциалов и равны нулю, если нет взаимодействия. (Уравнения для δ_1 и δ_2 приводятся в приложении Б, там же получены формулы для δ_1 и δ_2 в случае, когда они малы и при $b < d$).

С помощью формул (7) после соответствующих вычислений для амплитуды рассеяния на двух центрах получено следующее выражение:

$$f(\nu, \theta) = \frac{2}{k} \{ \sin \delta_1 e^{i\delta_1} \gamma_+^{-2} \cos \alpha \cos \beta + \sin \delta_2 e^{i\delta_2} \gamma_-^{-2} \sin \alpha \sin \beta \},$$

где $\alpha = (\vec{k}\vec{d}) \equiv kd \cos \vartheta$.

Формула (8) выражает амплитуду рассеяния на двух центрах всего через две фазы δ_1 и δ_2 и может быть предложена для фазового анализа. Однако далее показано, что если δ (фаза S -рассеяния на одном центре) мала, то амплитуда $f(\vartheta, \theta)$ в основном является простой суперпозицией амплитуд однократного и двукратного рассеяния на каждом центре в отдельности и определяется одной фазой δ . В этом случае, как показывает

сравнение (8) с аналогичной формулой приближения многократного рассеяния^{/1/}, выражение К.А. Бракнера для амплитуды рассеяния совпадает с точной формулой.

Формула (8) позволяет обсудить качественные особенности углового распределения. Получено условие, являющееся некоторым обобщением известного условия максимумов при рассеянии на линейной цепочке рассеивающих центров, получающееся путем простого подсчета разности оптических путей. Полученное условие учитывает бракнеровскую поправку к однократному рассеянию.

Таким образом, основной результат предложенного рассмотрения задачи рассеяния на двух центрах является методическим и заключается в том, что позволяет в случае потенциалов с малым радиусом действия и с малой фазой однократного рассеяния подтвердить справедливость приближения многократного рассеяния. В §5 обсуждается возможность физических приложений полученных формул.

III глава посвящена двум решаемым моделям квантовой электродинамики с нестабильными квантами. Сначала описывается модель Ван-Кампена^{/3/}, которая рассматривает электрон, находящийся в осцилляторной яме и дипольно взаимодействующий с квантованным электромагнитным полем:

$$H = \frac{1}{2m_0} [p - e\vec{A}]^2 + \frac{m_0 \kappa_1^2}{2} r^2 + H_{ph} \quad (9)$$

$$H_{ph} = \frac{1}{8\pi} \int [E^2(\vec{x}) + (\text{rot } \vec{A}(\vec{x}))^2] dx \quad (10)$$

В квадратной скобке в (9) \vec{A} берется в точке $\vec{r} = 0$, т.е. в центре потенциала, а не в точке нахождения электрона \vec{r} . В этом и заключается дипольное приближение. Как обычно, $\hbar = 1$, $c = 1$; используется кулоновская калибровка: $\text{div } \vec{A} = 0$. Модель Ван-Кампена излагается на основе использования разложения электромагнитного поля по электрическим и магнитным мультиполям в отличие от изложения Ван-Кампена, который использовал разложение по скалярным функциям $\sin kx/x$ и, чтобы обеспечить надлежащую поперечность \vec{A} , брал "поперечную часть" этого разложения. Поэтому соответствующие операторные коэффициенты разложения у Ван-Кампена описывают и фиктивные продольные фотоны. Имея целью в дальнейшем получение физических операторов рождения-уничтожения фотонов, необходимо с самого начала иметь дело только с поперечными фотонами и применять разложение по электрическим и магнитным мультиполям. Кроме того, проведенное в §6 изложение модели Ван-Кампена необходимо для ее последующего обобщения в §7.

После разложения $\vec{A}(\vec{x})$ по электрическим и магнитным мультиполям обнаруживается, что во взаимодействии участвует только дипольная часть оператора $\vec{A}(\vec{x})$. Часть гамильтониана, содержащая операторы рождения-уничтожения фотонов высших мультиполей, является свободной и может быть отделена. Оставшийся гамильтониан содержит только операторы дипольных фотонов и представляется в виде трех коммутирующих гамильтонианов: $H = H_x + H_y + H_z$, каждый из которых может быть приведен к диагональному виду, после чего все задачи модели можно решить точно.

С математической точки зрения модель Ван-Кампена состоит из континуальной совокупности осцилляторов электромагнитно-

го поля, взаимодействующих с одним осциллятором (электрон в осцилляторной яме). Состояния электронного осциллятора можно описывать с помощью операторов a_1^+ , a_1 [4], аналогичных операторам рождения-уничтожения фотонов a_k^+ , a_k . Например, оператор a_1^+ переводит основное состояние электронного осциллятора в возбужденное. Операторы a_1^+ , a_1 называем фоннными операторами.

Затем излагается один из основных пунктов диссертации — обобщение модели Ван-Кампена на случай двух осциллирующих электронов. Предлагаемая модель рассматривает два нерелятивистских электрона, находящихся в осцилляторных ямах, которые расположены на расстоянии R друг от друга; электроны дипольно взаимодействуют с квантованным электромагнитным полем:

$$H = \frac{1}{2m} (\vec{p}_1 - e\vec{A}(+\vec{d}))^2 + \frac{1}{2m} (\vec{p}_2 - e\vec{A}(-\vec{d}))^2 + \frac{1}{2} m \kappa_1^2 (\vec{R}_1 - \vec{d})^2 + \frac{1}{2} m \kappa_2^2 (\vec{R}_2 + \vec{d})^2 + H_{ph} + \frac{e^2}{|\vec{R}_1 - \vec{R}_2|} \quad (11)$$

В (11) приняты такие единицы, что $\hbar = 1$ и $c = 1$ и выбрана кулоновская калибровка; $(+\vec{d})$ и $(-\vec{d})$ — центры осцилляторных потенциалов, $2d = R$. В модели принято длинноволновое приближение: \vec{A} берется не в точках нахождения электронов, а в точках $(+\vec{d})$ и $(-\vec{d})$. Упрощение, вносимое длинноволновым приближением, реализуется при разложении операторов \vec{A} и \vec{E} по векторным соленоидальным двухточечным функциям $\vec{G}_{k\Lambda M}^{(\sigma)}(\vec{r})$, которые позволяют описать взаимодействие осцилляторных электронов с квантованным электромагнитным полем в длинноволновом

приближении. Это приближение подробно обсуждается в §7 диссертации. Следует ожидать, что отличие от квантовой электродинамики будет небольшим для эффектов с фотонами малых энергий k , если в члены взаимодействия $e\vec{p}_1 \cdot \vec{A}(\vec{d})$ и $e\vec{p}_2 \cdot \vec{A}(-\vec{d})$ введена функция $g(k)$, обрезающая большие k . В соответствующем приближении выписывается и кулоновское взаимодействие. Гамильтониан модели H представляется в виде суммы трех коммутирующих друг с другом гамильтонианов: $H = h_x + h_y + h_z$, каждый из которых может быть приведен к диагональному виду, после чего все задачи модели могут быть точно решены. Для описания состояний электронных осцилляторов могут быть введены фоннные операторы a_1^+ , a_1 (для первого) и a_2^+ , a_2 (для второго) [4].

В главе III обсуждается постановка обычной задачи Коши на примере модели Ван-Кампена. В момент $t = 0$ система находилась в некотором состоянии ψ_0 . Она может описываться вектором $a_1^+ \Omega_0$ (Ω_0 — "голый" вакуум). Это означает, что электронный осциллятор находится в возбужденном состоянии (будем говорить, что в системе есть один фотон); или вектором $a_k^+ \Omega_0$ (т.е. имеется один фотон) и т.п. Какова тогда амплитуда вероятности обнаружить систему в момент $t > 0$ в том или другом состоянии ψ_t ? При обсуждении этой задачи выявились трудности, появляющиеся при использовании формализма "голых" состояний в теории со взаимодействием. Прежде всего, для точного решения задачи Коши, когда начальное и конечное состояния ψ_0 и ψ_t описываются собственными векторами свободного гамильтониана (так называемые "голые" состояния), используется разложение последних по собственным векторам полного гамильтониана. Однако, как проиллюстрировано на примере

модели Ван-Кампена, такого разложения иногда не существует: собственные функции свободного гамильтониана ортогональны собственным функциям полного, если обрезание отсутствует или недостаточно эффективно.

Другая трудность не зависит от наличия или отсутствия обрезания и состоит в следующем. С одной стороны, нет физических оснований для появления в рассматриваемой системе квантов при $t > 0$, если при $t = 0$ система находилась в состоянии Ω_0 . Однако и по теории возмущений и при точном решении получается в этом случае, что в любой момент $t > 0$ есть отличная от нуля вероятность найти любое число "голых" квантов. Вполне естественно потребовать, чтобы подобных явлений в теории не было. Один из способов их устранения заключается в том, чтобы фотоны, находящиеся во взаимодействии с фонами, рождались и уничтожались с помощью операторов, вакуум которых совпадает со стабильным вакуумом Ω (физический вакуум). Такие операторы, операторы рождения-уничтожения физических или "одетых" частиц^{/5/}, вводятся в главе IV. Первое их свойство заключается в том, что в физическом вакууме описываемые ими частицы должны отсутствовать во все моменты времени (как известно, вакуум "голых" частиц обычно не совпадает с физическим). В следующих требованиях, предъявляемых к физическим операторам, учитывается специфика рассматриваемых моделей, описывающих нестабильные кванты. Так, нельзя следовать Гринбергу и Швеберу^{/5/}, их определению операторов "одетых" квантов, потребовав стабильности одночастичных состояний. Если потребовать стабильность одночастичного состояния, то (если бы это было возможно) в модели Ван-Кампена, например, физический фотон не рассеивался бы на основном состоянии электронного осциллятора, а однократно возбужденный электронный осцилля-

тор не мог бы высветиться в основное состояние. Вообще в литературе пока нет набора дальнейших требований или универсальной рецептуры нахождения операторов физических частиц^{/5,6/}. Для обсуждаемых моделей с одним или двумя электронами удалось найти операторы, подчиняющиеся следующим требованиям.

1. Физические операторы рождения \tilde{a}^+ и уничтожения \tilde{a} должны иметь канонические коммутации, чтобы существовал оператор числа частиц, необходимый для всякой корпускулярной интерпретации.

2. Вакуумный вектор Ω этих операторов (т.е. такой вектор Ω , что $\tilde{a}_\nu \Omega = 0$ для всех ν) должен совпадать с физическим вакуумом, определяемым как собственный вектор полного гамильтониана с наименьшей энергией.

3. Среди физических операторов \tilde{a}^+ в случае модели Ван-Кампена должен быть один такой оператор \tilde{a}_1^+ , что вектор $\tilde{a}_1^+ \Omega$ нормируем; можно считать тогда, что этот вектор описывает возбужденное состояние электронного осциллятора. На этом основании оператор \tilde{a}_1^+ можно будет считать фоновым в отличие от операторов, нумерующихся непрерывным индексом, фотонных. Другими словами, спектр индексов, нумерующих \tilde{a} , должен быть такой же, как у "голых" операторов. Соответственно, в случае модели с двумя осциллирующими электронами физических фоновых операторов должно быть два: \tilde{a}_1 и \tilde{a}_2 .

4. Этими требованиями \tilde{a} полностью не определяются. Вместо того, чтобы добавлять другие физические требования (см. работу^{/7/}), потребуем, чтобы физические операторы в рамках перечисленных выше свойств минимально отличались от соответствующих "голых" операторов. Для этого матрица преобразования от "голых" операторов к физическим должна минимально

отличаться от единичной матрицы, не изменяющей совсем "го-
лые" операторы. Конкретный математический смысл термина
"минимальное отличие" излагается в конце §9.

В §9 диссертации подробно описываются канонические
преобразования, с помощью которых вводятся физические опера-
торы, удовлетворяющие перечисленным выше свойствам, на при-
мере модели с двумя осциллирующими электронами. После полу-
чения физических операторов гамильтониан модели можно записать
с их помощью. Он имеет следующий вид:

$$H = h_x + h_y + h_z, \quad (12)$$

$$h_x = h_{0x} + h'_x, \quad (13)$$

$$h_{0x} = \frac{\nu_1}{2} (\tilde{a}_{1x}^+ \tilde{a}_{1x} + \tilde{a}_{1x} \tilde{a}_{1x}^+) + \frac{\nu_2}{2} (\tilde{a}_{2x}^+ \tilde{a}_{2x} + \tilde{a}_{2x} \tilde{a}_{2x}^+) + \quad (13')$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^\infty d\nu \nu \sum_{b=1}^2 [\tilde{a}_{bx}^+(\nu) \tilde{a}_{bx}(\nu) + \tilde{a}_{bx}(\nu) \tilde{a}_{bx}^+(\nu)],$$

$$h'_x = E (\tilde{a}_{1x}^+ \tilde{a}_{2x} + \tilde{a}_{1x} \tilde{a}_{2x}^+) + \int_0^\infty d\nu \sum_{b=1}^2 \{ E_1^b(\nu) [\tilde{a}_{1x}^+ \tilde{a}_{bx}(\nu) + \tilde{a}_{1x} \tilde{a}_{bx}^+(\nu)] + \quad (13'')$$

$$+ E_2^b(\nu) [\tilde{a}_{2x}^+ \tilde{a}_{bx}(\nu) + \tilde{a}_{2x} \tilde{a}_{bx}^+(\nu)] \}.$$

ν_1 и ν_2 - перенормированные осцилляторные частоты элект-
тронов. Рассматривается случай одинаковых осцилляторных потен-
циалов для электронов: $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$. Тогда и перенормированные
осцилляторные частоты электронов будут одинаковы: $\nu_1 = \nu_2 = \omega_0$.
Далее, $E = (\omega_1 - \omega_2)/2$, $\tilde{E}_1^b = (E_1^b - E_2^b)/\sqrt{2}$ и $E_2^b = (\tilde{E}_1^b + E_2^b)/\sqrt{2}$, (14)

где

$$E_1^b(\nu) \cong e \sqrt{\frac{2\omega_i}{m}} \cdot \frac{\nu \sqrt{\nu} g(\nu)}{\nu + \omega_i} f_{11}(\nu, \frac{R}{2}) \delta_{ib}, \quad i = 1, 2; \quad (15)$$

функции $f_{11}(\nu, \frac{R}{2})$ см. в (4), ω_1 и ω_2 - нормальные
осцилляторные частоты электронов.

Гамильтонианы h_y и h_z имеют аналогичный вид. В
приложении Г найдено некоторое ортогональное преобразование,
приводящее (13) к "диагональному" виду.

В предложенной модели с двумя осциллирующими электрона-
ми можно рассматривать традиционные задачи типа рассеяния фо-
тона на двух частицах. Это представляло бы интерес для уста-
новления применимости существующих приближенных способов
рассмотрения рассеяния на двух центрах^{/8/}. Особый интерес
представляют существенно нестационарные процессы, протекающие
в конечном интервале времен. Введенные в IV главе физические
операторы позволяют предложить новый подход к такого рода
задачам. В частности, возможно рассмотреть точный закон распада
двукратно вырожденных состояний и сравнить с известным при-
ближением Вайскопфа-Вигнера (только в этом приближении реше-
на соответствующая задача K^0 -распада^{/9/}). В V главе рас-
сматривается другое приложение модели - задача Ферми о
скорости фотона^{/10/}. В ней рассматриваются два атома 1 и 2,
разделенные расстоянием R. В момент времени $t = 0$ атом 1

возбужден, атом 2 находится в основном состоянии. Исследуется вероятность $w(t)$ возбуждения атома 2 к моменту времени $t > 0$ (см. в книге В. Гайтлера^{/11/} конец §20). В согласии с релятивистской причинностью, при приближенных вычислениях в рамках первого неисчезающего приближения теории возмущений Э. Ферми получил, что $w(t) = 0$ в интервале времени $0 < t < R/c$. Точное вычисление в рамках того же приближения, как показал М.И. Широков^{/12/}, не дает строгого нуля для $w(t)$ в этом интервале (см. также статью Б. Ферретти^{/13/}). В работе^{/12/}, как и во всех остальных, использовалась теория возмущений с обычным формализмом "голых" состояний (собственные векторы свободного гамильтониана). В ее следующих приближениях появляются "граничные" расходимости, которые не устраняются обычными перенормировками. Поэтому можно подвергнуть критике обычное рассмотрение задачи Ферми с помощью оператора эволюции в картине взаимодействия $\hat{U}(t, 0)$, который фактически не существует. Кроме того, если описывать начальное и конечное состояния задачи с помощью "голых" состояний, то оказывается, что вероятность $w(t)$ обнаружить второй атом возбужденным при $t > 0$ отлична от нуля, даже если при $t = 0$ первый не был возбужден. В настоящей главе задача Ферми решается точно^{x/} в рамках предложенной в §7 модели. Начальное и конечное состояния описываются с помощью физических операторов, которые обеспечивают обычную причинноследственную связь: второй электронный осциллятор может быть найден в возбужденном состоянии, только если при $t = 0$ первый был возбужден и к тому же к моменту $t > 0$ потерял свое возбуждение.

В §11 излагается численный расчёт точного решения задачи Ферми при одном конкретном значении R . Полученный результат сравнивается с результатом первого неисчезающего прибли-

^{x/} Необходимые оговорки по поводу точности полученного решения см. в §12.

жения теории возмущений (§12). Оказывается, что, во-первых, затухание, содержащееся в точном решении, не имеет никакого значения для обсуждаемого эффекта (поведения $w(t)$ при $t < R/c$); во-вторых, простая формула теории возмущений достаточно хорошо передает поведение $w(t)$ при $0 < t < R/c$, поэтому далее используется именно эта формула. При достаточно больших значениях R , $R \gg \lambda$ ($\lambda = 1/\omega_0$ - длина волны излучения, испущенного первым электроном), т.е. в случае, когда атомы-осцилляторы достаточно далеки друг от друга, и при таких t , близких к R , когда $1 \ll |R-t|/\lambda \ll R/\lambda$, а также при условии $(|R-t|/\lambda)^3 \ll (R/\lambda)^2$, оказалось возможным получить следующее простое приближенное выражение для амплитуды вероятности:

$$A_{\text{т.в.}}(t) = \begin{cases} -\frac{2e^2}{\pi m R} \frac{1}{\kappa^3 (t-R)^3}, & t < R; \quad 1 \ll |R-t|/\lambda \ll R/\lambda; \\ & (|R-t|/\lambda^3 \ll (R/\lambda)^2) \\ i \frac{e^2}{2m R} \frac{\mu^2}{\mu^2 + \kappa^2} e^{i(R-t)\kappa} \kappa(t-R), & t > R, \quad R/\lambda \gg 1, \end{cases} \quad (16)$$

где μ - параметр обрезания.

Таким образом получается, что $w(t) \neq 0$ при $0 < t < R/c$. Заметим, что сам по себе результат численного счёта для одного конкретного значения R , проведенного в §11, еще ни о чём не говорит, т.к. в модели были сделаны два приближения:

во-первых, в разложении кулоновского взаимодействия по степеням $1/R$ не учитывались члены $\approx R^{-4}$ и еще меньшие и, во-вторых, при введении физических операторов в качестве выражений для $E_1^b(\nu)$ и $E_2^b(\nu)$ брались их нулевые приближения (15), наименьшие по e^2 . Отброшенные члены тоже дают вклад в амплитуду передачи возбуждения $A(t)$, поэтому нужно еще убедиться, что вычисленная амплитуда много больше возможных поправок к ней за счёт выброшенных членов. Вклад от поправок был оценен двумя способами: в §12 с помощью приведенной выше формулы (16), а также с помощью исследования зависимости точного решения от e^2 и R в §13. И тем и другим способом было показано, что ненулевая величина $w(t)$ при $0 < t < R/c$ не может быть объяснена приближениями модели. В §12 формально были сравнены непосредственно результаты, полученные по теории возмущений с физическими и "голыми" состояниями; показано, что последние дают непричинный эффект значительно больший, чем первые. В диссертации показывается, что полученный непричинный эффект не является следствием "перекрывания" волновых функций осцилляторных электронов и введения обрезания $g(k)$. Таким образом, уточненное рассмотрение задачи Ферми в рамках точно решаемой модели дает по-прежнему акаузальный результат. Как отмечается в §10, задача Ферми охватывает только один аспект проблемы передачи возбуждения (сигнала), только одну стадию реального процесса передачи сигнала: стадию рождения обменного фотона, его распространения и поглощения. Если бы получился согласующийся с теорией относительности результат: $w(t) = 0$ при $t < R/c$, то это означало бы, что вопроса о том, причина теория или нет, не возникает. Однако наше более точное рассмотрение показывает, что вопрос остается, но

заклЮчить о том, причина теория или нет, мы еще не можем. Полученная акаузальная трудность означает, что необходимо дальнейшее тщательное исследование всех других аспектов проблемы, например, описание процесса приготовления возбуждения у атома 1 и процесса регистрации возбуждения у атома 2. Мы только показали, что причина трудности кроется не в приближенности решения.

Основные результаты диссертации представлены в работах /14-18/.

Л и т е р а т у р а

1. K.A. Brueckner. Phys.Rev., 89, 834 (1953).
2. N.Z. Alcock and D.G. Hurst. Phys.Rev., 75, 1609 (1949); 83, 1100 (1951).
3. N.G. van Kampen. Dan.Mat.Fys.Medd., 26, No. 15 (1951).
4. А.С. Давыдов. Квантовая механика, ГИФМЛ, Москва, 1963; §33.
5. O.W. Greenberg, S.S. Schweber. Nuovo Cim., 8, 378 (1958).
6. W.R. Fraser, L. Van Hove. Physica., 24, 137 (1958).
7. М.И. Широков. Препринт ОИЯИ Р2-4410, Дубна, 1969.
8. Н. Мотт, Г. Месси. Теория атомных столкновений", Мир", Москва, 1969.
9. P.K. Kabir. The CP Puzzle. Academic Press, New-York, 1968.
10. E. Fermi. Rev.Mod.Phys., 4, 87 (1932).
11. В. Гайтлер. Квантовая теория излучения, ИЛ, Москва, 1956.
12. М.И. Широков. ЯФ, 4, 1077 (1966); препринт ОИЯИ Р-1719, Дубна, 1964.
13. В. Ferretti in "Old and New Problems in Elementary Particles ", New-York, 1968, p. 108.

14. I.A. Jeganova and M.I. Shirokov. *Annalen der Physik*, 21, 225 (1968).
15. И.А. Еганова, М.И. Широков. *ЯФ*, 9, 1097 (1969); Препринт ОИЯИ Р2-3929, Дубна, 1968.
16. И.А. Еганова, М.И. Широков. Препринт ОИЯИ Р2-4645, Дубна, 1969.
17. И.А. Еганова. Препринт ОИЯИ Р2-4936, Дубна, 1970.
18. И.А. Еганова, М.И. Широков. Препринт ОИЯИ Р4-5438, Дубна, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 декабря 1970 года.